



УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
ГРАЂЕВИНСКО-АРХИТЕКТОНСКИ ФАКУЛТЕТ



Милош (Јован) Милић

**ПРЕДЛОГ НОВОГ РЕШЕЊА
ЗА СПРЕЗАЊЕ ЧЕЛИКА И
УНАКРСНО ЛАМЕЛИРАНОГ ДРВЕТА
ПРИМЕНОМ ОЈАЧАНИХ МОЖДАНИКА**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Ниш, 2023.



UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING AND
ARCHITECTURE



Miloš (Jovan) Milić

**PROPOSAL OF A NEW SOLUTION
FOR COMPOSITE ACTION OF STEEL
AND CROSS-LAMINATED TIMBER
USING REINFORCED DOWELS**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2023.

Подаци о ментору и члановима комисије

Ментор:

Др Тодор Вацев, редовни професор

Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет

Чланови комисије:

Др Тодор Вацев, редовни професор

Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет

Др Данијел Кукарас, редовни професор

Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука

Др Радован Цветковић, доцент

Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет

Датум одбране: _____

Подаци о докторској дисертацији

Ментор:	Др Тодор Вацев, редовни професор Универзитет у Нишу, Грађевинско-архитектонски факултет
Наслов:	Предлог новог решења за спрезање челика и унакрсно ламелираног дрвета применом ојачаних можданика
Резиме:	<p>Предмет дисертације је предлог новог решења за спрезање челичних профила и панела од унакрсно ламелираног дрвета (УЛД) применом ојачаних можданика. Ојачање можданика је постигнуто уградњом елемента израђеног од челичног лима, у претходно припремљен жлеб на УЛД панелу. Применом елемента за ојачање су смањени притисци тела вијка на дрво, чиме је смањено и гњечење дрвета у околини омотача рупе. На основу анализе расподеле напона око омотача рупе је дефинисано да елемент за ојачање треба да буде облика кружног одсечка. На овај начин је добијен елемент који је једноставан за израду и уградњу. Карактеристике ојачаних и неојачаних можданика, као и степен ојачања, утврђени су помоћу експерименталне анализе, применом иновативног асиметричног теста смицања можданика са бочним придржањем непокретног дела узорка. У оквиру експерименталне анализе су одређене и све карактеристике материјала потребне за дефинисање параметара нумеричког модела. Нумеричка анализа предложеног решења је спроведена применом Методе коначних елемената (МКЕ). У склопу нумеричке анализе је развијен нови материјални модел дрвета, који је примењен за моделирање УЛД панела. Нови материјални модел дрвета је заснован на хибридном приступу у моделирању материјала и састоји се од линијских и површинских коначних елемената. На основу резултата експерименталне и нумеричке МКЕ анализе, у оквиру дискусије је извршено поређење предложеног решења можданика са можданицима без ојачања и са постојећим решењима датим у литератури, и то у погледу карактеристика крутости и носивости. Закључено је да је предложено решење можданика са ојачањем погодније за спрезање челика и УЛД панела од постојећих решења.</p>
Научна област:	Грађевинско инжењерство
Научна дисциплина:	Металне и дрвене конструкције, Спрегнуте конструкције типа челик-дрво
Кључне речи:	можданик, челик, унакрсно ламелирано дрво, експериментално испитивање, Метод коначних елемената
УДК:	[691.11:691.714]:691.88(043.3) 691:620.1:519.673(043.3)
CERIF класификација:	T220: Грађевинарство, хидраулика, приобална технологија, механика тла
Тип лиценце Креативне заједнице:	CC BY-NC-ND

Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor:	Dr. Todor Vacev, Full Professor University of Niš, Faculty of Civil Engineering and Architecture
Title:	Proposal of a new solution for composite action of steel and cross-laminated timber using reinforced dowels
Abstract:	<p>The subject of the dissertation is a proposition of the new solution for composite action of steel profiles and cross-laminated timber (CLT) using reinforced dowels. Reinforcing of the dowels has been achieved by installing an element made of steel sheet, into a previously prepared groove in the CLT panel. By using the reinforcing element, pressures of the bolt shaft onto the timber have been reduced, wherewith the timber crushing in the vicinity of the bolt hole has been decreased, too. Based on the analysis of stress distribution around the bolt hole, it has been defined that the reinforcing element has to take the shape of a circular segment. That way, an element simple for fabrication and installation has been obtained. Characteristics of the reinforced and unreinforced dowels, as well as the degree of reinforcing, have been determined by experimental analysis, applying an innovative asymmetric push-out test with lateral support of the immovable part of the specimen. Within the experimental analysis, all material characteristics are needed for defining the parameters of the numerical model. A numerical analysis of the proposed solution has been conducted by applying the Finite Element Method (FEM). Within the numerical analysis, a new material model for timber has been developed, and it was applied for modelling of the CLT panels. The new material model for timber has been based on a hybrid approach in material modelling, and consists of line and surface finite elements. Based on the results of the experimental and numerical analysis, a comparison of the proposed solution for dowels with unreinforced dowels and with existing solutions from literature has been done through discussion, regarding the stiffness and strength characteristics. It has been concluded that the proposed solution of the reinforced dowel was more favourable for realizing the composite action of steel and CLT panels compared to the existing solutions.</p>
Scientific Field:	Civil engineering
Scientific Discipline:	Metal and timber structures, Steel-timber composite structures
Key words:	composite connection, steel, cross-laminated timber, experimental test, Finite element method
UDC:	[691.11:691.714]:691.88(043.3) 691:620.1:519.673(043.3)
CERIF Classification:	T220: Civil engineering, hydraulic engineering, offshore technology, soil mechanics
Creative Commons License Type:	CC BY-NC-ND

Захвалност

Свом ментору, узору и искреном пријатељу, проф. др Тодору Вацеву, желим да изразим најдубљу захвалност на огромној помоћи, стрпљењу и труду, без којих би се на ову дисертацију чекало још доста времена. За осам година, колико сам његов сарадник, проф. Вацев ми је увек био ослонац у сваком сегменту научног и стручног рада, увек спреман да помогне, саслуша, да пријатељски савет, али и често прихвати моје мишљење као меродавно.

Једнаку захвалност дугујем и декану Грађевинско-архитектонског факултета, проф. др Славиши Трајковићу, који је препознао моју жељу и потенцијал за научним радом чак и пре мене самог, и који је највећим делом и заслужан за то што сам уписао докторске студије.

Проф. др Данијелу Кукарасу, желим да најтоплије захвалим на саветима у вези са применом асиметричног теста смицања можданика, чиме ме је охрабрио да за потребе испитивања у овој дисертацији осмислим диспозицију узорка и применим овај ретко коришћен тип теста.

Доценту др Радовану Цветковићу захваљујем на свим формалним и неформалним дискусијама у току основних, мастер и докторских студија, које су допринеле да, поред челичних, заволим и дрвене конструкције.

Предузећу „Коларевић д.о.о.“ из Ћићевца упућујем велику захвалност за израду делова узорака за испитивање од монолитног и унакрсно ламелираног дрвета.

За велику помоћ приликом лабораторијских испитивања посебно захваљујем Бранимиру Станковићу, члану Лабораторије за геотехнику Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу, проф. др Душану Петковићу и проф. др Горану Раденковићу, члановима Лабораторије за испитивање материјала и машина Машинског факултета у Нишу, и проф. др Милану Банићу, члану Лабораторије за машинске елементе и машинске конструкције Машинског факултета у Нишу.

Драгим колегама, др Предрагу Петронијевићу и Ивану Нешовићу дугујем велику захвалност за помоћ при изради узорака и алата потребних за лабораторијска испитивања, као и за корисне и практичне савете у вези са експерименталним испитивањем.

Поред професора и колега из стручне области, подршку су ми пружали и монаси из манастира Свети Роман, на челу са игуманом Николајем Јоцићем, којима дугујем велику захвалност за поштовање, помоћ и разумевање током протеклих година. Уједно, желим да упутим захвалност и оцу Радовану Петровићу, свештенику у пензији, на духовној помоћи током студирања.

Круг драгих колега, професора и пријатеља који су директан или индиректан начин учествовали у изради ове дисертације је велики. Желим да истакнем најважније од њих: Ану Станојевић, Николу Ромића, Злату Тошић, др Ненада Ристића, др Милана Гоцића, др Жарка Петровића, др Југослава Карамарковића, Степу Пауновића, др Андрију Зорића, Јелену Стевановић, др Сању Величковић, Предрага Радомировића, Лазара Живковића, Исидору Ђорђевић, Владимира Марковића, Његоша Драшковића, Мирослава Милосављевића, Марка Станковића, Лазара Јаглића, Владимира Јовановића, Радована Перића, Александра Богојевића. Свима наведенима, а и онима који то нису, од срца захваљујем.

Највећу захвалност дугујем члановима уже и шире породице, посебно мајци Весни, оцу Јовану и сестри Тијани, за неизмерно разумевање, пожртвованост и подршку коју су ми пружили током школовања и рада.

У Нишу, октобра 2023.

Ову дисертацију посвећујем свом деда-ујаку Станоју Миливојевићу – Танету, врсном мајстору прецизне механике, који је, иако нас је прерано напустио, успео да у једном четворогодишњаку пробуди жељу за инжењерством...

Садржај

1	Увод.....	1
1.1	Спрегнуте конструкције од челика и унакрсно ламелираног дрвета	3
1.1.1	Унакрсно ламелирано дрво	4
1.1.2	Поређење УЛД носача и спрегнутог носача типа челик-УЛД панел	6
1.2	Средства за спрезање – можданици	12
1.2.1	Завртњеве и вијци за дрво.....	13
1.2.2	Ексери	15
1.2.3	Назубљене плоче.....	16
1.2.4	Специјални можданици за дрво.....	17
1.2.5	Лепкови.....	18
1.2.6	Поређење различитих средстава за спрезање	19
1.3	Предмет истраживања	20
1.4	Преглед досадашњих истраживања	21
1.4.1	Ојачање везе додатним елементима у клизној равни.....	22
1.4.2	Ојачање везе додатним елементима у маси дрвета	25
1.5	Основне хипотезе и циљеви истраживања	29
1.6	Примењена методологија.....	30
1.7	Преглед структуре дисертације	31
2	Развој конструкције ојачаног завртња-можданика.....	33
2.1	Положај и облик елемента за ојачање.....	34
2.2	Диспозиција предложеног завртња-можданика	36
3	Лабораторијско испитивање механичких карактеристика примењених материјала.....	38
3.1	Испитивање челика.....	38
3.1.1	Испитивање челика на затезање	38

3.1.2	Испитивање челика на савијање.....	41
3.2	Испитивање дрвета	43
3.2.1	Испитивање дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима и управно на влакна.....	44
3.2.2	Испитивање понашања УЛД панела на утискивање подлошке управно на влакна	47
3.2.3	Испитивање чврстоће дрвета на притисак паралелно влакнима...49	
3.3	Испитивање коефицијента трења између челика и УЛД панела	51
4	Лабораторијско испитивање носивости и крутости можданика за спрезање челичног профила и УЛД панела	54
4.1	Тест смицања можданика.....	54
4.2	Асиметрични тест смицања можданика	56
4.3	Усвојени метод испитивања можданика	60
4.3.1	Одређивање најповољнијег положаја узорка у преси	61
4.3.2	Одређивање повећања носивости можданика услед трења у клизној равни.....	66
4.3.3	Поступак испитивања можданика и коришћена опрема.....	67
4.4	Испитивање можданика без елемента за ојачање.....	68
4.5	Испитивање можданика са елементом за ојачање.....	71
4.5.1	Испитивање можданика са елементом за ојачање од челика S235	72
4.5.2	Испитивање можданика са елементом за ојачање од челика S275	74
4.6	Дискусија резултата експерименталне анализе	76
4.7	Закључци експерименталне анализе	77
5	Нумеричка анализа можданика за спрезање челичног профила и УЛД панела применом Методе коначних елемената.....	79
5.1	Материјални модел челика	80
5.1.1	Механичко понашање челика	80

5.1.2	Конститутивни модели.....	84
5.1.3	Услови течења.....	93
5.1.4	Усвојени материјални модели челика за анализу помоћу МКЕ ...	99
5.2	Материјални модел дрвета.....	104
5.2.1	Механичко понашање дрвета.....	106
5.2.2	Конститутивни модели.....	112
5.2.3	Усвојени материјални модел дрвета за анализу помоћу МКЕ	126
5.3	Нумерички модел можданика.....	133
5.3.1	Моделирање елемената можданика.....	133
5.3.2	Моделирање контаката.....	141
5.3.3	Гранични услови и параметри нумеричке анализе.....	142
5.4	Резултати МКЕ анализе можданика и поређење са резултатима експерименталне анализе.....	144
5.4.1	Резултати анализе модела без елемента за ојачање.....	145
5.4.2	Резултати анализе модела са елементом за ојачање.....	148
5.5	Дискусија резултата МКЕ анализе.....	153
5.6	Закључци МКЕ анализе.....	157
6	Завршне напомене.....	161
6.1	Закључци спроведених истраживања.....	161
6.1.1	Рекапитулација резултата експерименталне анализе.....	162
6.1.2	Рекапитулација резултата МКЕ анализе.....	164
6.2	Препоруке за будућа истраживања.....	166
7	Литература.....	167

Списак скраћеница

енгл.	енглески
КЕ	коначни елемент
лат.	латински
ЛЛД	лепљено ламелирано дрво
МКЕ	Метод коначних елемената
нем.	немачки
УЛД	унакрсно ламелирано дрво

Списак симбола

A	површина испитног пресека епрувете
A_{dev}^*	деформациони рад при промени облика
$A_{dev,0}^*$	деформациони рад при промени облика на граници течења при аксијалном затезању
$A_{podloška}$	површина којом подлошка притиска дрво
$A_{kontakt}$	припадајућа површина контактне GAP елемента
A_0	почетна површина испитног пресека епрувете
b	дубина жлеба у УЛД панелу (ширина елемента за ојачање)
C	крутост контактних GAP елемената
C_{ij}	елемент матрице флексибилности
c	вертикално померање тела вијка (гњечење дрвета) при испитивању понашања на притисак по омотачу рупе
d	номинални пречник тела вијка, степен оштећења материјала
E_i	почетни модул еластичности
$E_{mean,fin}$	коначна средња вредност модула еластичности
E_R	модул еластичности дрвета у радијалном правцу
E_L	модул еластичности дрвета у подужном правцу
E_T	модул еластичности дрвета у тангенцијалном правцу
E_t	тангентни модул еластичности
E_0	модул еластичности дрвета паралелно влакнима
E_1	модул еластичности у равни изотропије
E_3	модул еластичности управно на раван изотропије
E_{90}	модул еластичности дрвета управно на влакна
$E_{90,lay,mean}$	средња вредност модула еластичности слоја управно на влакна
E_{mean}	средња вредност модула еластичности
e	ексцентрицитет оптерећења узорка
F	оптерећење епрувете
$FB1, FB2$	отпори бочних ослонаца у асиметричном тесту смицања везе
FC	сила чупања можданика
F_{est}	процењена носивост можданика
F_{max}	највећа сила при испитивању можданика (носивост)

FP	сила притиска у клизној равни
FS	сила смицања можданика
FT	сила трења у клизној равни
F_y	оптерећење везе при коме долази до развлачења
F1	оптерећење узорка
F2	отпор базног ослонца
$f_{c,0}$	чврстоћа дрвета на притисак паралелно влакнима
$f_{c,0,k}$	карактеристична чврстоћа дрвета на притисак паралелно влакнима
$f_{c,90}$	чврстоћа дрвета на притисак управно на влакна
f_m	чврстоћа дрвета на савијање паралелно влакнима
$f_{m,k}$	карактеристична чврстоћа дрвета на савијање паралелно влакнима
f_{roll}	чврстоћа дрвета на смицање управно на влакна
$f_{t,0,k}$	чврстоћа дрвета на затезање паралелно влакнима
$f_{t,0,k}$	карактеристична чврстоћа дрвета на затезање паралелно влакнима
$f_{t,90}$	чврстоћа дрвета на затезање управно на влакна
f_u, σ_u	чврстоћа челика (граница кидања)
f_v	чврстоћа дрвета на смицање паралелно влакнима
f_y, σ_y	граница развлачења челика
G	модул клизања
G_{LR}	модул клизања дрвета између подужног и радијалног правца
G_{RT}	модул клизања дрвета између радијалног и тангенцијалног правца
G_{TL}	модул клизања дрвета између тангенцијалног и подужног правца
G_{12}	модул клизања за раван изотропије
G_{13}	модул клизања за равни управне на раван изотропије
$G_{90,lay,mean}$	средња вредност модула клизања слоја управно на влакна
H	крутост опруге за ојачање у еластично-еластопластичном конститутивном моделу
$h_{\text{čelik}}$	висина попречног пресека челичног дела носача
h_{drvo}	висина попречног пресека дрвеног дела носача
I	момент инерције
$I_{\text{čelik}}$	момент инерције челичног дела спрегнутог пресека
K_i	почетни модул клизања
K_s	модул клизања везе

K_T	константа течења
K_t	тангентни модул клизања везе
k_0	почетни модул стишљивости дрвета
k_{def}	коэффицијент деформације
k_{mod}	корекциони коэффициент којим се узима у обзир трајање оптерећења и влажност
l	дужина елемента за ојачање, дужина линијског КЕ
l_0	почетна дужина епрувете
$M_{\check{c}elik}$	момент савијања у челичном делу спрегнутог пресека
M_{Rd}	носивост пресека на савијање
M_1	момент савијања у једном слоју УЛД панела
N_1	нормална сила у једном слоју УЛД панела
q	укупно оптерећење спрегнутог носача
$q_{\check{c}elik}$	део оптерећења који прихвата челични део носача
q_{drvo}	део оптерећења који прихвата дрвени део носача
R	полупречник кружне тестере за израду жлеба у УЛД панелу
r	полупречник заобљења ивица елемента за ојачање
t	дебљина челичног лима (плоче) у вези челик-дрво
t_{eo}	дебљина елемента за ојачање
u	поништавање зазора
v	клизање у вези
v_e	еластично клизање у вези
v_i	почетно клизање у вези
$v_{i,mod}$	модификовано почетно клизање у вези
v_s	слегање везе
$v_{0,6}$	клизање при 60% носивости везе
$v_{0,6,mod}$	модификовано клизање при 60% носивости везе
$v_{0,8}$	клизање при 80% носивости везе
$v_{0,8,mod}$	модификовано клизање при 80% носивости везе
$W_{\check{c}elik}$	отпорни момент челичног дела спрегнутог пресека
w	радно оптерећење
γ	фактор везе којом се остварује спрезање
γ_M	парцијални коэффициент сигурности

$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	клизања у координатним равнима
Δl	издужење
ε	номинална (инжењерска) дилатација
ε^e	еластична дилатација
ε^p	пластична дилатација
ε_t	стварна дилатација
ε_u	дилатација при достизању границе кидања
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	дилатације у правцима x , y и z
ε_y	дилатација при достизању границе течења
μ	кофицијент трења
ν	Поасонов коефицијент попречне дилатације
ν_{LR}, ν_{RL}	Поасонов коефицијент за дрво између подужног и радијалног правца
ν_{LT}, ν_{TL}	Поасонов коефицијент за дрво између подужног и тангенцијалног правца
ν_{RT}, ν_{TR}	Поасонов коефицијент за дрво између радијалног и тангенцијалног правца
ν_{12}	Поасонов коефицијент који карактерише редукцију попречне дилатације у равни изотропије услед нормалног напона у тој истој равни
ν_{13}	Поасонов коефицијент који карактерише редукцију попречне дилатације у равни изотропије услед нормалног напона управног на ту раван
ρ	густина
ρ_s	густина ћелијског зида дрвета
σ	стварни напон, притисак по омотачу рупе
$\sigma_{\text{čelik}}$	допуштени напон у челику
σ_{md}	допуштени напон у дрвету оптерећеног на савијање
σ_{max}	највећи главни напон
σ_{min}	најмањи главни напон
σ_n	номинални (инжењерски) напон
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	нормални напони у правцима x , y и z
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	главни напони
τ_{fr}	напон контактеног трења
τ_{max}	смичући напон при течењу
$\tau_{\text{max,T}}$	смичући напон при течењу услед торзије
τ_{oct}	октаедарски смичући напон
τ_{RL}	подужно-радијални смичући напон

τ_{TL}	подужно-тангенцијални смичући напон
τ_{RT}	смичући напон управно на влакна
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	смичући напони координатним равнима
ψ_2	фактор комбинације дејстава
[C]	матрица флексибилности
[C ^{dam}]	матрица флексибилности оштећеног материјала
[C _i]	иницијална матрица флексибилности
[C _y]	матрица флексибилности након течења
[D]	матрица крутости
[ϵ]	вектор дилатације
[σ]	вектор напона

Списак слика

Слика 1-1.	Ефекти спрезања: без спрезања, круто спрезање и делимично спрезање (Yam, 1981).....	2
Слика 1-2.	а) Конфигурација УЛД панела, б) УЛД и ЛЛД панел (Gagnon, S. & Pirvu, S., 2011).....	4
Слика 1-3.	Конфигурација спрегнутог носача од челика и УЛД панела	6
Слика 1-4.	Попречни пресек анализираног УЛД панела и расподела нормалног напона у њему под дејством савијања	8
Слика 1-5.	Попречни пресек анализираног спрегнутог носача и расподела нормалног напона у њему под дејством савијања	9
Слика 1-6.	Конститутивни модели можданика: а) идеално пластичан, б) еластично – идеално пластичан, в) еластично – еластопластичан	12
Слика 1-7.	Завртањ са широким подлошкама.....	14
Слика 1-8.	Вијак за дрво са шестоугаоном главом.....	14
Слика 1-9.	Типови косих вијака (Schiro, Giongo, Sebastian, Riccadonna, & Piazza, 2018): а) са косом навртком, б) са косим упуштањем рупе.....	15
Слика 1-10.	Ексер дужине 200 mm за примену код спрезања.....	16
Слика 1-11.	Метална назубљена плоча (Borgström, 2016).....	16
Слика 1-12.	Специјални можданици за дрво (Гојковић, 1983): а) начин примене, б) тип ГЕКА – једностране, в) челични прстен (карика)	17
Слика 1-13.	Спрезање челичних профила и УЛД панела перфорираним и залепљеним можданицима (Loss & Davison, 2017).....	18
Слика 1-14.	Карактеристичне криве сила-клизање за везе остварене различитим спојним средствима (Dias, 2005)	19
Слика 1-15.	Ојачање везе два дрвена елемента применом металних назубљених плоча (Blass, Schmid, Litze, & Wagner, 2000): а,б) назубљене плоче након испитивања, б) дијаграм сила-клизање за неојачане и ојачане узорке.....	22

Слика 1-16.	Лом назубљене плоче услед притиска по омотачу рупе (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016)	23
Слика 1-17.	Ојачање залепљеном тканином од фибергласа (Haller, Birk, Offermann, & Sebulla, 2006): а) прстен око рупе од фибергласа, б) карбонске траке обликоване у петљу	24
Слика 1-18.	Дијаграм сила-клизање за узорке ојачане тканином од фибергласа и карбонских влакана (Haller, Birk, Offermann, & Sebulla, 2006).....	24
Слика 1-19.	Ојачање можданика изведених вијцима за дрво применом лепка у клизној равни (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016): а) контактна површина третирана лепком, б) крти лом лепка.....	25
Слика 1-20.	Ојачање везе додатним бочним вијцима (Bejtka, 2005): а) шема уградње бочних вијака, б) пресек кроз узорак након испитивања.....	25
Слика 1-21.	Типови ојачања везе додатним бочним вијком (Lathuillière, Bléron, Descamps, & Vocquet, 2015): а) уградња на растојању од основног завртња, б) уградња уз основни завртањ	26
Слика 1-22.	Дијаграми зависности сила-клизање за испитане везе без ојачања и са ојачањем бочним вијцима (Bejtka & Vlaß, 2005)	27
Слика 1-23.	Ојачање везе челик-УЛД панел применом блока од малтера (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017)	27
Слика 1-24.	Припрема жлеба у УЛД панелу за уградњу малтера (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017).....	28
Слика 1-25.	Лом завртња услед смицања кроз навој (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017)	29
Слика 2-1.	Могући откази једносечне везе челик-УЛД панел остварене завртњем: а) гњечење дрвета, б) гњечење дрвета и формирање пластичног зглоба у завртњу, в) смицање завртња, г) гњечење омотача рупе у челичној плочи	34
Слика 2-2.	Положај челичног елемента за ојачање у можданику за спрезање челика и УЛД панела.....	35

Слика 2-3.	Расподела притисака по омотачу рупе у УЛД панелу: а) идеализована, б) реална	35
Слика 2-4.	Детаљ израде елемента за ојачање	36
Слика 2-5.	Усвојена диспозиција завртња и челичног елемента за ојачање (осенчене ламеле означавају да су влакна приказана у попречном пресеку).....	37
Слика 3-1.	Радионички цртежи епрувета за испитивање челика на затезање	39
Слика 3-2.	Испитивање челика на затезање: а) епрувете, б) узорак у кидалици након лома	39
Слика 3-3.	Испитивање материјала завртња на затезање: а) епрувете, б) узорак у кидалици након лома	40
Слика 3-4.	Зависности напон-дилатација за узорке челика класе S235 и S275, и завртња класе 8.8.....	41
Слика 3-5.	Испитивање челика класе S235 и S275 на савијање: а) почетак испитивања, б) крај испитивања	42
Слика 3-6.	Испитивање вијка M10...8.8 на савијање: а) почетак испитивања, б) крај испитивања	42
Слика 3-7.	Зависности оптерећење-померање за узорке челика класе S235 и S275 ..	42
Слика 3-8.	Зависности оптерећење-померање за узорке вијка класе 8.8	43
Слика 3-9.	Епрувете за испитивање дрвета на притисак по омотачу рупе	44
Слика 3-10.	Испитивање понашања дрвета на притисак по омотачу рупе: а) паралелно и б) управно на влакна.....	45
Слика 3-11.	Испитивање понашања дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима; Дијаграм оптерећење-померање	45
Слика 3-12.	Испитивање понашања дрвета на притисак по омотачу рупе управно на влакна; Дијаграм оптерећење-померање	46
Слика 3-13.	Узорак за испитивање понашања УЛД панела на утискивање подлошке управно на влакна (коцка странице 100 mm).....	47
Слика 3-14.	Испитивање понашања УЛД панела на утискивање подлошке: а) узорак у преси са инструментацијом, б) узорак након испитивања	48

Слика 3-15.	Дијаграм оптерећење-померање код испитивања понашања УЛД панела на утискивање подлошке.....	49
Слика 3-16.	Испитивање чврстоће дрвета на притисак паралелно влакнима: а) епрувете, б) епрувета у преси након лома.....	50
Слика 3-17.	Експериментално добијени дијаграм напон-дилатација за дрво напрегнуто паралелно влакнима	50
Слика 3-18.	Узорак и апаратура за испитивање коефицијента трења између челичног профила и УЛД панела.....	52
Слика 3-19.	Дијаграми вучна сила-померање за узорак 1 и 2	52
Слика 3-20.	Дијаграми вучна сила-померање за узорак 3 и 4	53
Слика 3-21.	Дијаграми вучна сила-померање за узорак 5 и 6	53
Слика 4-1.	Узорак за стандардни тест смицања можданика према Еврокоду 4 (EN 1994-1-1, 2004).....	55
Слика 4-2.	Лом везе код симетричног теста смицања можданика: а) узорак након лома (Pashan, 2006), б) дијаграм зависности између силе и померања (Horita, Tagawa, & Asada, 2012) – означена су места парцијалних отказа можданика	55
Слика 4-3.	Симетрични тест смицања можданика: а) челични танкозидни носач и плоче од иверице дебљине 38 mm (Kyvelou, 2017), б-в) челични ваљани профил и УЛД плоче – узорак и дијаграм зависности између силе и клизања (Hassanieh, 2017)	56
Слика 4-4.	Асиметрични тест смицања можданика са бочним придржањем покретног дела узорка (Lukaszewska, 2009): а) диспозиција, б) експеримент	57
Слика 4-5.	Асиметрични тест смицања везе са бочним придржањем непокретног дела (Khorsandnia, Valipour, & Crews, 2012): а) узорак, б) експеримент	58
Слика 4-6.	Диспозиција узорка за асиметрични тест смицања можданика са силама које делују на њега.....	59
Слика 4-7.	Диспозиција усвојеног асиметричног теста смицања можданика са бочним придржањем непокретног дела (УЛД панела)	61

Слика 4-8.	Линијски модел узорка за испитивање можданика за утврђивање најповољнијег ексцентрицитета.....	62
Слика 4-9.	Одређивање почетног модула еластичности система подлошка-УЛД панел (из поглавља 3.2.2).....	63
Слика 4-10.	Резултати анализе модела за одређивање најповољнијег ексцентрицитета. Контурни прикази хоризонталних померања за различите величине ексцентрицитета оптерећења: а) недеформисани модел, б) $e = 0$, в) $e = 2$ mm, г) $e = 4$ mm, д) $e = 6$ mm, њ) $e = 8$ mm, е) $e = 10$ mm, ж) $e = 12$ mm.....	65
Слика 4-11.	Зависност између померања врха челичног профила и ексцентрицитета оптерећења.....	65
Слика 4-12.	Расподела сила у контактним КЕ при ексцентрицитету $e = 6$ mm (позитивне вредности означавају притисак): а) дијаграм, б) вредности..	66
Слика 4-13.	Узорак постављен у положај за испитивање.....	67
Слика 4-14.	Поступак испитивања можданика (SRPS EN 26891, 2012): а) ток оптерећивања, б) идеализовани дијаграм оптерећење-клизање.....	68
Слика 4-15.	Дијаграм оптерећење-клизање за испитиване узорке без елемента за ојачање (серија S1).....	69
Слика 4-16.	Отказ узорака серије S1: а) гњечење омотача рупе (фронтално), б) пластични зглоб у завртњу и гњечење омотача рупе (пресек).....	70
Слика 4-17.	Утискивање подлошке у УЛД панел: а) приказ након испитивања, б) површина УЛД панела у околини рупе након растављања узорка.....	70
Слика 4-18.	Узорци УЛД панела након сушења.....	71
Слика 4-19.	Жлеб у УЛД панелу и елемент за ојачање: а) пре уградње, б) након уградње	72
Слика 4-20.	Дијаграм оптерећење-клизање за испитиване узорке са елементом за ојачање од челика класе S235 (серија S2).....	72
Слика 4-21.	Отказ челичног елемента за ојачање код узорака серије S2: а) гњечење омотача рупе (фронтално), б) пластична деформација елемента за ојачање (уклоњен површински слој дрвета).....	73

Слика 4-22.	Отказ узорака серије S2 – пластични зглоб у завртњу и гњечење дрвета (пресек)	74
Слика 4-23.	Дијаграм оптерећење-клизање за испитиване узорке са елементом за ојачање од челика класе S275 (серија S3).....	74
Слика 4-24.	Отказ челичног елемента за ојачање код узорака серије S3: а) гњечење омотача рупе (фронтално), б) пластична деформација елемента за ојачање (уклоњен површински слој дрвета).....	75
Слика 4-25.	Отказ узорака серије S3 – пластични зглоб у завртњу и гњечење дрвета (пресек)	76
Слика 5-1.	Поређење инжењерске (ϵ) и стварне дилатације (ϵ_t) (Rösler, Harders, & Väker, 2007).....	81
Слика 5-2.	Типични дијаграм напон-дилатација: а) инжењерске вредности, б) стварне вредности (Kelly, 2008)	82
Слика 5-3.	Прелазак из еластичне у пластичну област: а) код метала који имају, и б) који немају изражену границу течења	82
Слика 5-4.	а) Дуктилност челика у функцији садржаја угљеника (Hibbeler, 2014), б) разлика између кртог и дуктилног материјала (Kelly, 2008).....	83
Слика 5-5.	Улога конститутивних једначина у једначинама механике (Kelly, 2008)....	84
Слика 5-6.	Основна идеална тела: а) Хукова опруга, б) Сен-Венанов клизач, в) Њутново вискозно тело	84
Слика 5-7.	Еластични модели: а) линеарно еластичан, б) нелинеарно еластичан (Kelly, 2008).....	85
Слика 5-8.	а) Конститутивни модел идеално еластичног материјала: Хукова опруга, б) σ - ϵ дијаграм модела.....	86
Слика 5-9.	а) Елементарни квадар оптерећен напоном σ_x (Kelly, 2008), б) расподела напона на запреминском елементу (Jastrzebski, 1976)	86
Слика 5-10.	а) Билинеарна и б) мултилинеарна веза између напона и дилатације.....	89
Слика 5-11.	а) Конститутивни модел идеално пластичног материјала: Сен-Венанов клизач, б) σ - ϵ дијаграм модела	90

Слика 5-12.	а) Конститутивни модел еластично – идеално пластичног материјала, б) σ - ϵ дијаграм модела	91
Слика 5-13.	Дијаграм σ - ϵ за једноосно напрезање са приказом течења, ојачања и дуктилног лома (Runesson, 2005)	92
Слика 5-14.	а) Конститутивни модел еластично – еластопластичног материјала, б) σ - ϵ дијаграм модела	92
Слика 5-15.	Деформација кристалне решетке: а) недеформисана, б) пластична деформација, в) пластична и еластична деформација (Runesson, 2005)...	94
Слика 5-16.	Трескина површ течења у простору главних напона и у равни $\sigma_3 = 0$	96
Слика 5-17.	Однос Трескине призме и Фон Мизесовог цилиндра у простору напона	97
Слика 5-18.	Експериментална потврда критеријума течења за чист алуминијум (Lianis & Ford, 1957).....	98
Слика 5-19.	Поређење Трескиног и Фон Мизесовог услова течења	98
Слика 5-20.	Дијаграми средњих вредности напона и дилатације за испитане класе челика и усвојени материјални модели са карактеристичним тачкама.	100
Слика 5-21.	Геометрија модела челичне траке и вијка за испитивање на савијање (легенда: 1 – актуатор, 2 – челична трака и тело вијка, 3 – ослонац)	101
Слика 5-22.	Мреже КЕ челичне траке и вијка за испитивање на савијање (1 – актуатор, 2 – челична трака и тело вијка, 3 – ослонац).....	101
Слика 5-23.	Различите густине мреже челичне траке: а) груба (1,33 mm), б) средња (1,00 mm), в) фина (0,80 mm).....	101
Слика 5-24.	Различите густине мреже вијка: а) груба (2,50 mm), б) средња (1,67 mm), в) фина (1,25 mm).....	102
Слика 5-25.	Контурни приказ Фон Мизесових напона у елементима (челична трака класе S235).....	102
Слика 5-26.	Контурни приказ Фон Мизесових напона у елементима (вијак класе 8.8)	102
Слика 5-27.	Зависности оптерећење-угиб за различите густине мреже КЕ и средња вредност резултата експеримента (челик класе S235)	103

Слика 5-28.	Зависности оптерећење-угиб за различите густине мреже КЕ и средња вредност резултата експеримента (челик класе S275)	103
Слика 5-29.	Зависности оптерећење-угиб за различите густине мреже КЕ и средња вредност резултата експеримента (челик завртња класе 8.8).....	104
Слика 5-30.	Грађа ћелије дрвета: а) шема и типични углови микрофибрила у слојевима (Hoffmeyer, 1995), б) снимак трахеида (врста: калифорнијски бор, лат. Pinus Radiata) (Butterfield & Meylan, 1980).....	105
Слика 5-31.	Рано и касно дрво: а) микроскопски снимак (Wagenführ, 1999), б) пресек елемента од унакрсно ламелираног дрвета; врста: европска смрча (лат. Picea Abies)	106
Слика 5-32.	Различити ниво анатомије дрвета: макро, мезо и микро-ниво (Wittel, Dill-Langer, & Kröplin, 2005; Butterfield & Meylan, 1980).....	106
Слика 5-33.	Осе ортотропије дрвета: подужна (лонгитудинална), радијална и тангенцијална (Ross, 2010).....	107
Слика 5-34.	Понашање дрвета при затезању паралелном влакнима: а-в) σ - ϵ дијаграм, шеме лома по лигнинској матрици и по влакнима, редом (Borgström, 2016), г) узорци након лабораторијског испитивања (Cvetković, 2016)	108
Слика 5-35.	Понашање дрвета при затезању управно на влакна: а-б) σ - ϵ дијаграм, шема лома – цепања влакана (Borgström, 2016), в) узорци након лабораторијског испитивања (Derikvand, Kotlarewski, Lee, Jiao, & Nolan, 2019).....	109
Слика 5-36.	Понашање дрвета при притиску паралелном влакнима: а-б) σ - ϵ дијаграм, шема лома (Borgström, 2016), в) узорак након лабораторијског испитивања	110
Слика 5-37.	Понашање дрвета при притиску управно на влакна: а-б) σ - ϵ дијаграм, шема лома (Borgström, 2016), в) узорак након лабораторијског испитивања	110
Слика 5-38.	Лабораторијско испитивање модула еластичности и чврстоће на савијање (Cvetković, 2016): а) узорак на почетку испитивања, б) лом узорка.....	111
Слика 5-39.	Смицање у различитим правцима (Carling, 1992): а) подужно-радијално (τ_{RL}), б) подужно-тангенцијално (τ_{TL}), в) управно на влакна (τ_{RT}).....	112

Слика 5-40.	Макроскопски модели: а) модел профилисаног лима спрегнутог са дрвеном плочом (Milić, Vacev, Romić, Nešović, & Zorić, 2019), б) дрвени део у моделу везе дрвене греде и челичне плоче (Sandhaas, 2012).....	113
Слика 5-41.	Попречно ортотропан материјал (Kelly, 2008): а) микроструктура, б) континуумски модел.....	116
Слика 5-42.	Основна идеја модела континуума са оштећењем: σ - ϵ дијаграм материјала са омекшавањем (Sandhaas & Van de Kuilen, 2013).....	118
Слика 5-43.	Елементарни модел оштећења заснован на принципу једнаких дилатација (Runesson, 2005)	118
Слика 5-44.	Тестерасти одзив система код дискретних (жичаних) модела (Reichert, 2009)	122
Слика 5-45.	Дводимензионални дискретни модел (Wittel, Dill-Langer, & Kröplin, 2005): а-б) степени слободе и распоред елемената у моделу, в) примена модела код симулације цепања дрвета око забијеног ексера	122
Слика 5-46.	Тродимензионални дискретни модел (Reichert, 2009) оптерећен на: а) чисто смицање, б) притисак паралелно влакнима, и в) притисак управно на влакна	123
Слика 5-47.	Деформација ћелијског модела (De Magistris, 2005): а) при притиску, б) при комбинованом дејству смицања и притиска	123
Слика 5-48.	Један од хибридних модела дрвета: комбинација линијских и површинских елемената (Racher & Vocquet, 2005).....	125
Слика 5-49.	Хибридни модел дрвета са пенастим просторним елементом и штаповима (Toussaint, 2010)	126
Слика 5-50.	Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и факторисањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (KE Timber parallel)	128
Слика 5-51.	Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и факторисањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (KE Timber perpendicular)	129

Слика 5-52.	Дијаграм усвојеног материјалног модела са карактеристичним тачкама (KE Timber average).....	129
Слика 5-53.	Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и факторисањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (елемент Timber parallel – reinforcement)	131
Слика 5-54.	Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (Timber under nut)	132
Слика 5-55.	Компоненте нумеричког МКЕ модела разматраног можданика.....	134
Слика 5-56.	Поређење нумеричких модела: а) без елемента за ојачање (серија S1) и б) са елементом за јачање (серије S2 и S3)	134
Слика 5-57.	Различите величине мреже КЕ завртња: а) 2,50 mm (груба), б) 2,00 mm (средња), в) 1,67 mm (фина).....	135
Слика 5-58.	Различите величине мреже КЕ ребра челичног профила: а) 1,33 mm (груба), б) 1,00 mm (средња), в) 0,80 mm (фина)	136
Слика 5-59.	Елемент за ојачање: а) приказ елемента, б) приказ заобљеног врха.....	137
Слика 5-60.	Различите величине мреже КЕ елемента за ојачање: а) 1,33 mm (груба), б) 1,00 mm (средња), в) 0,80 mm (фина).....	137
Слика 5-61.	Омотач рупе за завртањ: а) фронтални поглед, б) аксонометрија (легенда: 1 – Timber parallel, 2 – Timber perpendicular, 3 – Timber average, 4 – контактна љуска 1).....	138
Слика 5-62.	Детаљ моделирања вијка и омотача рупе: а) аксонометрија, б) попречни пресек	139
Слика 5-63.	Омотач жлеба елемента за ојачање	139
Слика 5-64.	Детаљ моделирања интеракције навртке, подлошке и УЛД панела.....	141
Слика 5-65.	Гранични услови (x, y, z – правци у којима је спречено померање).....	143
Слика 5-66.	Дијаграми зависности фактора оптерећења од корака нумеричке анализе	144

Слика 5-67.	Аналогија између експеримента и нумеричког модела: а) положаји мерних места оптерећења и клизања, б) елемент за читавање оптерећења и чвор за читавање клизања	145
Слика 5-68.	Дијаграми оптерећење-клизање за моделе без елемента за ојачање	146
Слика 5-69.	Облик отказа можданика без елемента за ојачање: а) експеримент, б) нумерички модел	147
Слика 5-70.	Контурни приказ напона у елементима Timber parallel, Timber perpendicular и Timber average (притисак по омотачу рупе, највећа вредност: 21,6 МПа)	147
Слика 5-71.	а) Контактни притисци између завртња, ребра челичног профила и контактне љуске 2, б) детаљ контакта завртња и ребра челичног профила, в) детаљ главе завртња и ребра челичног профила (Фон Мизесови напони)	148
Слика 5-72.	Дијаграми оптерећење-клизање за моделе са елементом за ојачање од челика S235.....	148
Слика 5-73.	Облик отказа можданика са елементом за ојачање од челика класе S235: а) експеримент, б) нумерички модел	149
Слика 5-74.	Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S235: а) експеримент, б) нумерички модел	150
Слика 5-75.	Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S235 (без завртња, фронтално): а) експеримент, б) нумерички модел	150
Слика 5-76.	Деформисани облик жлеба и рупе за завртањ код модела са елементом за ојачање од челика класе S235. Осредњени притисци по омотачу жлеба и рупе. Највећа вредност: 27,9 МПа	150
Слика 5-77.	Дијаграми оптерећење-клизање за моделе са елементом за ојачање од челика S275.....	151
Слика 5-78.	Облик отказа можданика са елементом за ојачање од челика класе S275: а) експеримент, б) нумерички модел	152
Слика 5-79.	Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S275: а) експеримент, б) нумерички модел	152

- Слика 5-80. Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S275 (без завртња, фронтално): а) експеримент, б) нумерички модел 152
- Слика 5-81. Деформисани облик жлеба и рупе за завртањ код модела са елементом за ојачање од челика класе S275. Осредњени притисци по омотачу жлеба и рупе. Највећа вредност: 27,9 МПа 153
- Слика 5-82. Дијаграм оптерећење-клизање за експериментално и нумерички испитану везу челик-дрво, помоћу чепа пречника 24 mm, према (Sandhaas, 2012) 155
- Слика 5-83. Дијаграми оптерећење-клизање за експериментално и нумерички испитан можданик за спрезање челика и дрвета (Hassanieh, 2017): а) понашање модела са променом густине мреже (веза вијком за дрво M12), б,в) поређење експерименталне и нумеричке анализе (завртањ M12 и M16, редом)..... 155
- Напомена: На свим техничким цртежима димензије су дате у mm.

Списак табела

Табела 1-1.	Прорачун носивости попречног пресека УЛД панела	9
Табела 1-2.	Прорачун носивости спрегнутог попречног пресека од УЛД-а и челика	10
Табела 1-3.	Поређење УЛД носача и спрегнутог носача од УЛД-а и челика	11
Табела 1-4.	Средства за спрезање челика и дрвета	13
Табела 1-5.	Додатни елементи за ојачање дрвета у везама типа челик-дрво	21
Табела 3-1.	Измерене карактеристике челика класе S235, S275 и 8.8	40
Табела 3-2.	Одређивање густине и влажности узорака за испитивање притиска по омотачу рупе паралелно влакнима	46
Табела 3-3.	Одређивање густине и влажности узорака за испитивање притиска по омотачу рупе управно на влакна	47
Табела 3-4.	Одређивање густине и влажности узорака за испитивање чврстоће дрвета паралелно влакнима	51
Табела 3-5.	Резултати испитивања коефицијента трења између челичног профила у УЛД панела	53
Табела 4-1.	Карактеристике КЕ у линијском моделу	63
Табела 4-2.	Обрада резултата испитивања тестом смицања можданика према стандарду (SRPS EN 26891, 2012) – узорци серије S1	69
Табела 4-3.	Одређивање густине и влажности узорака за испитивање тестом смицања мождаинка (узорци серије S1: S1-3, S1-5 и S1-6)	71
Табела 4-4.	Обрада резултата испитивања тестом смицања можданика према стандарду (SRPS EN 26891, 2012) – узорци серије S2	73
Табела 4-5.	Обрада резултата испитивања тестом смицања можданика према стандарду (SRPS EN 26891, 2012) – узорци серије S3	75
Табела 4-6.	Компаративна анализа средњих вредности носивости и модула клизања за серије S1, S2 и S3	77
Табела 5-1.	Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојених материјалних модела челика класе S235, S275 и 8.8	99

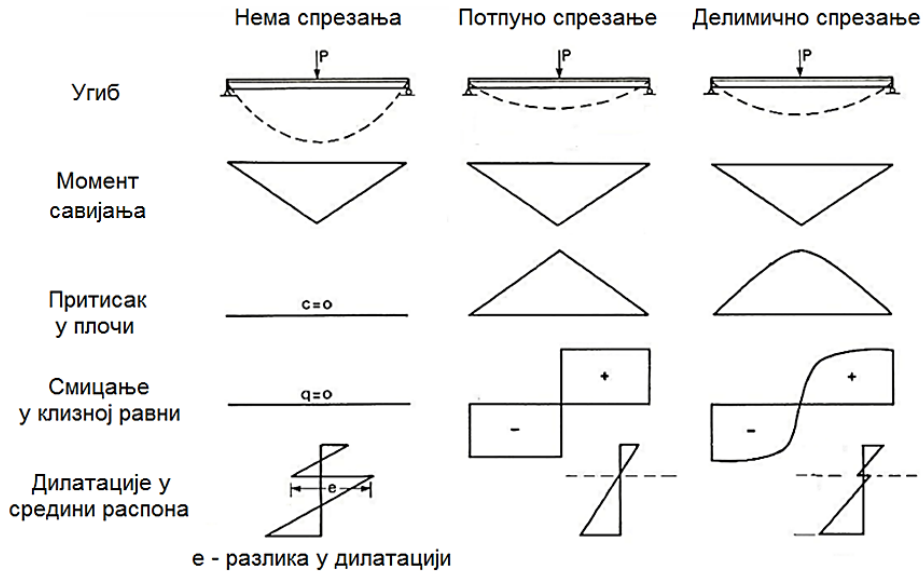
Табела 5-2.	Промена механичких карактеристика са променом влажности за 1% (Hoffmeyer, 2003)	107
Табела 5-3.	Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојених материјалних модела дрвета паралелно влакнима, управно на влакна и средње вредности.....	128
Табела 5-4.	Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојеног материјалног модела дрвета при притиску елемента за ојачања (KE Timber parallel – reinforcement).....	130
Табела 5-5.	Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојеног материјалног модела дрвета при притиску подлошке (Timber under nut)	132
Табела 5-6.	Компоненте нумеричког модела, типови KE и материјални модели	133
Табела 5-7.	Величине KE за различите густине мреже	145
Табела 5-8.	Поређење резултата експерименталне и нумеричке анализе (узорци серије S1 – без елемента за ојачање)	146
Табела 5-9.	Поређење резултата експерименталне и нумеричке анализе (узорци серије S2 – са елементом за ојачање од челика S235).....	149
Табела 5-10.	Поређење резултата експерименталне и нумеричке анализе (узорци серије S3 – са елементом за ојачање од челика S275).....	151

1 УВОД

Спрегнути носачи се пројектују и прорачунавају тако да су у највећој мери искоришћени сви материјали који тај носач чине. Како би носач могао да ради као спрегнути, потребно је применити одговарајућа спојна средства (можданике) која могу да пренесу смичућу силу на контактної површини између два материјала. Стога су карактеристике спојних средстава која се користе за спрезање веома важне за својства целог носача. Спојна средства спречавају елементе да раде независно и тиме чине да су носивост и крутост спрегнутог носача веће од простог збира носивости и крутости компонената.

Уколико веза између елемената који се спрежу није остварена на адекватан начин, смичућа сила на контактної површини се не може пренети између спрегнутих елемената. То значи да елементи носача раде независно приликом оптерећивања и деформације носача, а на контактної површини се јавља клизање. Због тога се контактна површина назива и клизна површина или клизна равна. Ако се за овакав систем предвиди довољан број можданика који спречавају клизање, спрегнути пресек се понаша монолитно. У том случају постоји смичућа сила у клизним равнима, клизање је практично једнако нули, а такво спрезање се назива потпуним или крутим спрезањем. Када примењени можданици немају довољну носивост и крутост да омогуће потпуну интеракцију, спрезање је делимично (Kyvelou, 2017). Тада постоји клизање у контактної површини које је мање од клизања када нема спрезања, а смичућа сила је мања него код потпуног спрезања.

На следећој слици (Слика 1-1) су приказани статички утицаји у носачу типа просте греде који је оптерећен концентрисаном силом у средини распона. Носач се састоји од челичног профила и плоче која може бити од унакрсно ламелираног дрвета (УЛД панела) или армираног бетона. Приказани су случајеви када нема спрезања, када постоји потпуно спрезање и када постоји делимично спрезање.



Слика 1-1. Ефекти спрезања: без спрезања, круто спрезање и делимично спрезање (Yam, 1981)

Када се конструкције носача изводе у комбинацији монолитно дрво-челик, што је чест случај код конструкција скела, димензионисање се врши из услова да деформације челика и дрвета међусобно буду идентичне (Гојковић, 1983). Из услова једнакости деформација следи да се укупно оптерећење дели на део који прима дрво и део који прима челик, односно:

$$q = q_{drvo} + q_{čelik} \quad (1)$$

На примеру носача типа просте греде, уз примену услова расподеле оптерећења и напона у дрвету и челику, може се одредити потребан однос висина дрвеног и челичног елемента (Гојковић, 1983):

$$h_{drvo} = 21 \frac{\sigma_{md}}{\sigma_{čelik}} h_{čelik} \quad (2)$$

где је h_{drvo} висина дрвеног дела пресека, $h_{čelik}$ висина челичног дела пресека, σ_{md} допуштени напон у дрвету при савијању и $\sigma_{čelik}$ допуштени напон у челику. Претпостављен је однос модула еластичности дрвета и челика $E_{čelik} / E_{drvo} = 21$.

Уколико се претпостави да је челик класе од S235 до S355 ($\sigma_{\text{čelik}} = 160\text{-}240$ МПа), а дрво четинар II класе ($\sigma_{md} = 10$ МПа), односно класе C22 (EN 338, 2009), претходна релација добија облик:

$$h_{\text{drvo}} = 21 \left(\frac{10}{160} \div \frac{10}{240} \right) h_{\text{čelik}} = (1,31 \div 0,88) h_{\text{čelik}} \quad (3)$$

Зависно од врсте челика и класе дрвета, односи висина челичног и дрвеног дела пресека узимају вредности од 0,88 до 1,31 што је приближно јединици. То практично значи да су дилатације у челику и дрвету, приликом достизања допуштених напона, приближно једнаке. Сходно томе, може се извести закључак да су челик и дрво погодни за израду спрегнутих носача, јер до исцрпљења носивости долази симултано. На тај начин се максимално искоришћавају оба материјала.

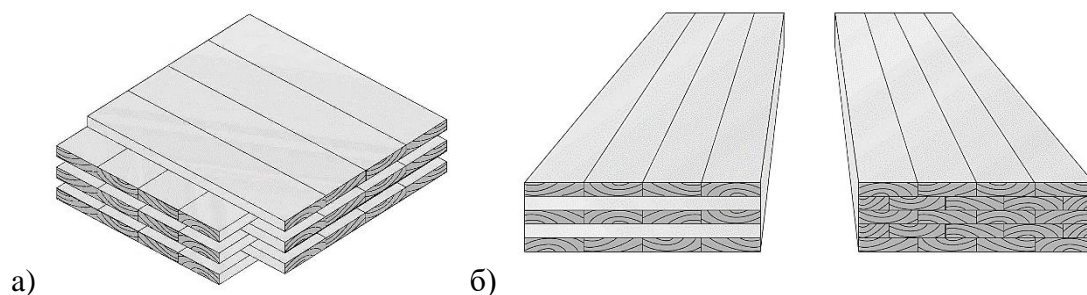
Примена спрегнутих конструкција од челика и материјала на бази дрвета има предност у томе што ове конструкције имају мању масу од других типова спрегнутих међуспратних конструкција (челик-бетон и дрво-бетон). Услед мање масе конструкције манипулација на градилишту је олакшана и убрзана, и као последица тога се смањују укупни трошкови, а олакшава се и демонтажа и будућа поновна употреба материјала (Hassanieh, 2017). Као један од важних разлога за примену овог типа спрегнутих конструкција је и штетни утицај на животну средину који је неупоредиво мањи него код примене бетона, из разлога што производња бетона проузрокује отпуштање велике количине угљен-диоксида у атмосферу, док дрво у току раста исти апсорбује и уграђује угљеник у своју структуру.

1.1 Спрегнуте конструкције од челика и унакрсно ламелираног дрвета

Спрегнуте конструкције од челика и унакрсно ламелираног дрвета се могу издвојити као посебна класа спрегнутих конструкција у склопу спрегнутих конструкција типа челик-дрво. Специфичности овакве спрегнуте конструкције се огледају у механичким карактеристикама унакрсно ламелираног дрвета које су другачије од карактеристика монолитног дрвета и зато захтевају посебну анализу.

1.1.1 Унакрсно ламелирано дрво

Унакрсно ламелирано дрво (УЛД, енгл. *CLT – Cross Laminated Timber*, нем. *Brettsper Holz*) је плочасти производ од дрвета који се састоји од најмање три слоја ламела. Максималан број ламела може бити до тринаест, али је уобичајено до седам. Слојеви ламела се међусобно спајају унакрсно (Слика 1-2а). Најчешће се спајање врши под правим углом, али постоје и типови панела код којих су правци ламела у суседним слојевима постављени под углом различитим од правога. Спајање ламела се углавном врши лепљењем. Слојеви су симетрични у попречном пресеку, тако да спољашњи слојеви имају исту оријентацију. Најчешћи је случај да постоји непаран број слојева, али постоје и конфигурације са парним бројевима. На следећој слици (Слика 1-2) су приказане разлике између унакрсно ламелираног (УЛД) и лепљеног ламелираног дрвета (ЛЛД).



Слика 1-2. а) Конфигурација УЛД панела, б) УЛД и ЛЛД панел (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011)

Дебљина ламела од којих се израђују УЛД панели је у опсегу између 6 и 45 mm, осим уколико се панел састоји од само три слоја, када је највећа дебљина ламеле 60 mm (prEN 16351, 2017). Ширина ламела је између 80 и 240 mm. Максималне производне димензије УЛД панела су: дебљина до 500 mm, ширина до 3 m и дужина 16-20 m (Van de Kuilen, Scoccotti, Xia, & He, 2011).

За разлику од монолитног дрвета или носача од лепљеног ламелираног дрвета (ЛЛД) који су погодни за израду линијских носача, УЛД панели су погодни за израду површинских конструкција, као што су међусpratне конструкције или коловозне плоче мостова. Битан елемент који даје предност грађењу применом УЛД панела у поређењу са коришћењем бетона је мања маса конструкције и стога знатно бржа изградња. (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011). Панели се у потпуности израђују у фабричким условима, тако да временске прилике не утичу на производњу (Lewis, Shrestha, & Crews, 2014).

Унакрсно ламелирано дрво које се примењује у конструкторству се углавном израђује од меког дрвета (четинара). Врста дрвета која се обично користи за израду у Европи је смрча, али су погодне и друге врсте, посебно јела, бор и ариш. У Америци се најчешће користи дуглазија, док се у Аустралији користе аустралијски бор и калифорнијски бор. Независно од примењене врсте дрвета, ламеле морају да имају утврђену класу чврстоће према стандарду (EN 338, 2009).

Пре израде УЛД панела се дрвене ламеле суше до садржаја влаге од $12\% \pm 3\%$. Адекватан садржај влаге спречава промене димензија и површинско пуцање. Промене димензија ламела по дебљини не смеју бити веће од $\pm 0,2$ mm, а по ширини $\pm 0,3$ mm (Grasser, 2015).

За спајање ламела се користе лепкови (адхезиви). Постоји неколико врста лепкова који се могу користити за израду УЛД панела: фенолни, емулзиони и полиуретански. Полиуретански лепкови се примењују при изради носећих конструкција, и обично се користе за производњу лепљеног ламелираног дрвета у Европи, док се у Северној Америци обично користе фенолни лепкови (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011).

За разлику од других грађевинских материјала, као што је бетон или челик, чији су стандарди знатно усавршени у последњих неколико деценија, стандарди за пројектовање дрвених конструкција су још увек недовољно развијени. Разлог за спорији напредак је углавном у тешкоћама да се у потпуности разуме механика материјала на бази дрвета (Flores, et al., 2015).

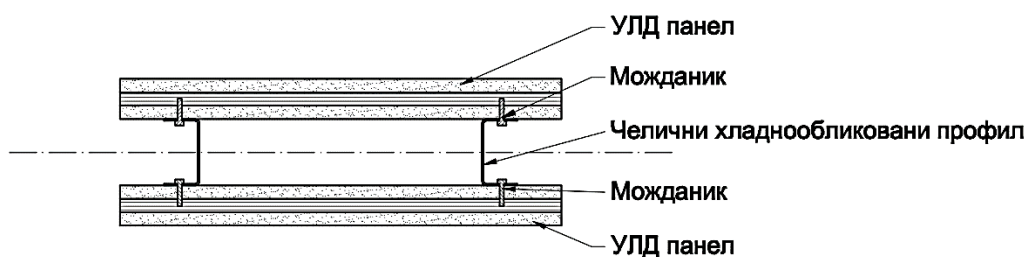
Прве активности у вези са стандардизацијом УЛД-а у Европи су почеле 2008. године, и на основу тога је предложен први стандард (prEN 16351, 2017). Група канадских истраживача је у оквиру организације *FPInnovations* (FPInnovations, 2019) започела испитивања, што је резултирало објављивањем свеобухватног Приручника за УЛД (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011). Приручник је издат и у САД (Karacabeyli, E. & Douglas, B., 2013).

Амерички стандард за унакрсно ламелирано дрво (ANSI/APA PRG 320, 2012) користи европско искуство у вези са инжењерским теоријама и производним процесима УЛД-а, и узима у обзир карактеристике северноамеричког дрвног ресурса. На подручју Аустралије и Новог Зеланда се за производњу и прорачун унакрсно ламелираног дрвета користе модификовани европски стандарди.

1.1.2 Поређење УЛД носача и спрегнутог носача типа челик-УЛД панел

Носачи израђени од УЛД панела се могу применити и за велике распоне. Међутим, проблем који се јавља код израде носача великих распона је то што је потребно да панел има велику дебљину. Иако је максимална могућа производна дебљина УЛД панела 500 mm, најчешће се израђују панели дебљине до 200 mm (Van de Kuilen, Ciccotti, Xia, & He, 2011). Разлог томе је што се са повећањем дебљине панела поступак производње несразмерно усложњава и поскупљује крајњи производ.

Проблеми са отежаном производњом УЛД панела велике дебљине се могу решити спрезањем панела мање дебљине са челичним носачима. Услед деловања момента савијања, највише напрегнути слојеви у панелу су спољашњи, што значи да њих треба задржати, а унутрашњи слојеви се могу заменити челичним профилима (Слика 1-3). На тај начин се добија спрегнути носач који се у попречном пресеку састоји из два УЛД панела и два челична профила. Уколико се такав носач оптерети на савијање силама, највећи део момента савијања ће примити УЛД панели, док ће трансверзална сила претежно изазвати смицање у челичним профилима и можданицима.



Слика 1-3. Конфигурација спрегнутог носача од челика и УЛД панела

Како би се утврдио однос механичких карактеристика носача од пуног УЛД панела и описаног спрегнутог носача (Слика 1-3), извршена је компаративна анализа носивости оба типа носача. Да би резултати били упоредиви, анализирани су носачи са једнаким висинама.

Механичке карактеристике УЛД панела се могу одредити два начина (Harris, 2015):

- аналитичким или нумеричким одређивањем својстава појединачних слојева, и
- експерименталним испитивањем УЛД панела.

Уколико се механичке карактеристике панела одређују на основу својстава појединачних слојева, уводи се неколико претпоставки (prEN 16351, 2017):

- залепљени спојеви су апсолутно крути,
- важи линеарно-еластична теорија, и
- за слојеве чија се влакна протежу управно на правац ношења, модул еластичности се узима као $E_{90,lay,mean} = 0 \text{ N/mm}^2$, а модул смицања као $G_{90,lay,mean} = 650 \text{ N/mm}^2$.

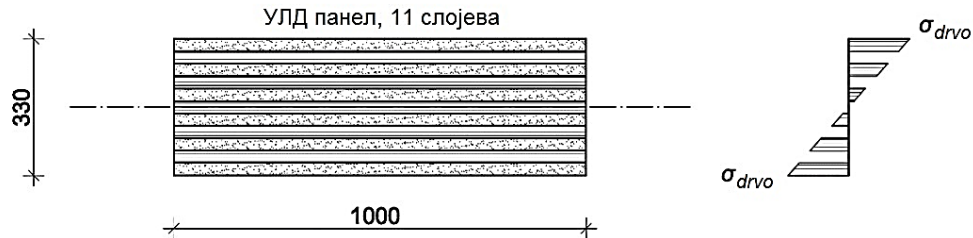
Својства једног слоја у панелу су условљена својствима ламеле најниже класе у слоју (Harris, 2015). За разлику од носача од лепљеног ламелираног дрвета, унакрсно ламелирани панел има значајну носивост на савијање у оба правца. Међутим, слојеви који су постављени попречно у односу на правац ношења чине панел флексибилнијим на смицање услед постојања смицања у дрвету управно на влакна (енгл. *rolling shear*).

Универзално прихваћен метод прорачуна носача од УЛД-а не постоји. Основни проблем који се код прорачуна тог типа носача јавља је клизање у слојевима чија су влакна управна на правац носача (*rolling shear*). У општем случају постоји значајно кривљење попречног пресека носача, тако да претпоставка о равним пресецима не важи. Због тога се носивост гредних носача од УЛД-а рачуна на начин аналоган прорачуну еластично спрегнутих носача. Углавном се користи теорија еластично спрегнутих носача, спојених механичким спојним средствима (γ -метода). Према овој методи, крутост носача је дефинисана коришћењем ефективне крутости која зависи од особина попречног пресека и фактора везе γ . Овај фактор зависи од карактеристика спојних средстава, и једнак је нули за неспрегнуте носаче, а јединици за носаче коју су спрегнути лепљењем. У литератури је описано још неколико метода (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011).

У случају да је однос распона и висине пресека $l/h \geq 30$, појава кривљења попречног пресека се може занемарити. Тада се може користити и k -метод, који је еквивалентан прорачуну круто спрегнутих носача. Овај метод прорачуна је највише примењиван за одређивање напрезања у шперплочама, а за његову примену се уводе следеће претпоставке (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011):

- однос напона и дилатације је линеаран (важи Хуков закон),
- равни пресеци остају равни и после деформације (важи Бернулијева претпоставка),
- модул еластичности дрвета управно на влакна је много мањи од модула еластичности паралелно влакнима и може се занемарити ($E_{90}/E_0 \approx 0$),
- клизање се не узима у обзир.

За анализу је узет пример међуспратне конструкције која носи у једном правцу, са УЛД носачем ширине 1000 mm и дебљине 330 mm. Дебљина једног слоја је 30 mm и укупно има 11 слојева (Слика 1-4).



Слика 1-4. Попречни пресек анализираног УЛД панела и расподела нормалног напона у њему под дејством савијања

За прорачун су усвојени следећи подаци:

- класа дрвета (EN 338, 2009):
C24 → $f_{m,k} = 24$ МПа, $f_{c,0,k} = 14,5$ МПа, $f_{t,0,k} = 21$ МПа, $E_{mean} = 11$ GPa,
- тип носача: међуспратна конструкција,
- експлоатациона класа: 1 (BS EN 1995-1-1, 2004) → $k_{def} = 0,60$,
- дуготрајно дејство (складишта) (BS EN 1995-1-1, 2004) → $k_{mod} = 0,70$,
- парцијални коефицијент сигурности (BS EN 1995-1-1, 2004),
(лепљено ламелирано дрво) → $\gamma_M = 1,25$,
- фактор комбинације дејстава (BS EN 1990, 2002) (складишни простори) → $\psi_2 = 0,8$.

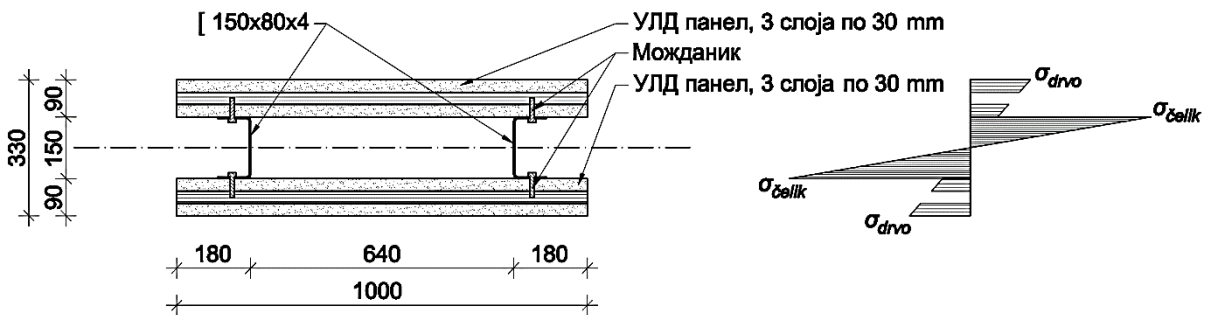
Носивост УЛД панела се одређује као носивост најслабијег елемента у панелу, према условима датим у Еврокоду 5 (EN 1995-1-1, 2004) за комбиновано дејство затезања и савијања или притиска и савијања. У следећој табели (Табела 1-1) су дате карактеристике попречног пресека, карактеристике материјала и прорачун носивости.

На основу резултата приказаних у табели се може закључити да до исцрпљења носивости УЛД панела долази услед заједничког дејства нормалне силе затезања и момента савијања у крајњем затегнутом слоју, док елементи у крајњем притиснутом слоју и у средини носача нису у довољној мери искоришћени.

Табела 1-1. Прорачун носивости попречног пресека УЛД панела

Ширина УЛД панела	$b = 100 \text{ cm}$
Укупна висина УЛД панела	$h = 11 \times 3 = 33 \text{ cm}$
Сопствени момент инерције једног слоја	$I_1 = 225 \text{ cm}^4$
Карактеристичне вредности чврстоће	$f_{m,d} = k_{mod} f_{m,k} / \gamma_M = 13,44 \text{ MPa}$
	$f_{t,0,d} = k_{mod} f_{t,0,k} / \gamma_M = 8,12 \text{ MPa}$
	$f_{c,0,d} = k_{mod} f_{c,0,k} / \gamma_M = 11,76 \text{ MPa}$
Укупни момент инерције панела	$I = 190350 \text{ cm}^4$
Носивост	$M_{Rd} = 97,17 \text{ kNm}$
Момент савијања у једном слоју услед M_{Rd}	$M_1 = 0,115 \text{ kNm}$
Нормална сила у крајњем слоју услед M_{Rd}	$N_1 = 229,7 \text{ kN}$
Услов носивости 1 (затезање + савијање) за најнапругнутији слој	$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = 1$
Услов носивости 2 (притисак + савијање) за најнапругнутији слој	$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = 0,48$

Боље искоришћење попречног пресека се може постићи израдом спрегнутог носача састављеног од два УЛД панела и два челична профила (Слика 1-5). Тиме се постиже уштеда у дрвету, али се и уводе додатни елементи – челични профили и одговарајућа спојна средства – можданици. Спољашње димензије панела се не мењају, што значи да са стране естетике и функције нема разлике у односу на пун УЛД панел.



Слика 1-5. Попречни пресек анализираниог спрегнутог носача и расподела нормалног напона у њему под дејством савијања

У следећој табели (Табела 1-2) су приказани резултати прорачуна спрегнуте конструкције. Механичке карактеристике дрвета које су коришћене за прорачун носача од УЛД панела (Табела 1-1) су усвојене и за прорачун спрегнутог носача.

Табела 1-2. Прорачун носивости спрегнутог попречног пресека од УЛД-а и челика

Ширина панела	$b = 100 \text{ cm}$
Укупна висина спрегнутог носача	$h = 3 \times 3 + 15 + 3 \times 3 = 33 \text{ cm}$
Сопствени момент инерције једног слоја	$I_1 = 225 \text{ cm}^4$
Момент инерције челичног профила	$I_{\text{челик}} = 420,53 \text{ cm}^4$
Карактеристичне вредности модула еластичности челика и дрвета	$E_{\text{челик}} = 210 \text{ GPa}$ (EN 1993, 2005)
	$E_{\text{mean,fin}} = \frac{E_{\text{mean}}}{(1 + \psi_2 k_{\text{def}})} = 7,432 \text{ GPa}$
Укупни момент инерције (у односу на дрво)	$I = 208264 \text{ cm}^4$
Носивост	$M_{Rd} = 106,32 \text{ kNm}$
Момент савијања у једном слоју услед M_{Rd}	$M_1 = 0,115 \text{ kNm}$
Нормална сила у крајњем слоју услед M_{Rd}	$N_1 = 229,7 \text{ kN}$
Момент у челичном профилу услед M_{Rd}	$M_{\text{челик}} = 6,07 \text{ kNm}$
Услов 1 (затезање + савијање) за најнапрегнутији слој	$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = 1$
Услов 2 (притисак + савијање) за најнапрегнутији слој	$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = 0,48$
Меродавни напон у челичном профилу	$M_{\text{челик}}/W_{\text{челик}} = 108,2 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$

Критична компонента у прорачуну носивости спрегнутог носача је крајња затегнута ламела, као што је то у случају анализираниог носача од пуног УЛД панела. У оба случаја су напони у дрвету једнаки, што доводи до закључка да су и дилатације једнаке. До разлике у носивости и крутости долази услед мање крутости уклоњеног дела УЛД панела од челичних профила који тај део панела замењују. То значи да би се променом дебљине зида челичних профила могла добити једнака носивост и крутост.

Карактеристике УЛД носача и спрегнутог носача које су од значаја за компаративну анализу су приказане у следећој табели (Табела 1-3).

Замена средишњег дела УЛД носача челичним профилима има неколико битних предности. Највећа предност је то што је сложеност израде два УЛД панела дебљине 90 mm неупоредиво мања него код израде панела дебљине 330 mm. Стварањем шупљине у спрегнутом носачу се постиже значајна уштеда у дрвету, а омогућава се и евентуално провођење инсталација.

Табела 1-3. Поређење УЛД носача и спрегнутог носача од УЛД-а и челика

Карактеристика	УЛД носач	Спрегнути носач	Разлика
Ширина	100 cm	100 cm	/
Укупна висина	33 cm	33 cm	/
Запремина дрвета по m ¹ носача	0.33 m ³	0,18 m ³	-45%
Маса челика по m ¹ носача (процењено, са можданицима)	/	21 kg	+100%
Носивост (M_{Rd})	97,17 kNm	106,32 kNm	+9%
Расподела момента дрво/челик	100/0 %	94,3/5,7 %	/

До исцрпљења носивости оба анализирана носача долази због исцрпљења носивости влакана у затегнутој зони. Међутим, при затезању се дрво понаша крто, што значи да носачи израђени од УЛД панела нису погодни за израду конструкција ког којих се захтева одређена дуктилност (мостови). Спрегнута конструкција је са становишта дуктилности повољнија из два разлога. Један од њих је дуктилност профила израђених од челика, а други је постојање можданика који се могу конструисати тако да се у случају преоптерећења конструкције у контактної површини између дрвета и челика јави клизање.

Поред наведених предности, овакве конструкције имају и недостатке. Главни недостатак је сложена израда спрегнутог носача, која укључује више фаза: израду УЛД панела, израду челичних профила и уградњу спојних средстава. Однос крутости спрегнуте међуспратне конструкције у правцу ослањања и управном на њега је неповољнији него код пуних УЛД панела. Разлог томе је што УЛД панел има значајну крутост у оба ортогонална правца, док предложена спрегнута конструкција има знатно већу крутост у правцу пружања челичних профила.

На основу изложених предности и недостатака спрегнутог носача од челика и УЛД панела, у односу на носач израђен само од УЛД панела, може се закључити да спрегнути носач има више предности него недостатака. Уштеда материјала за израду и дуктилније понашање чине спрегнути носач погоднијим за примену у изради сложенијих конструкција као што су мостови, где примена носача израђених од пуног дрвета чак и није могућа услед врло мале дуктилности. Поред тога, спрегнути носач се може израдити тако да има знатно већу висину од пуног УЛД носача, што значи да се може применити код премошћавања већих распона од уобичајених за дрвене мостове.

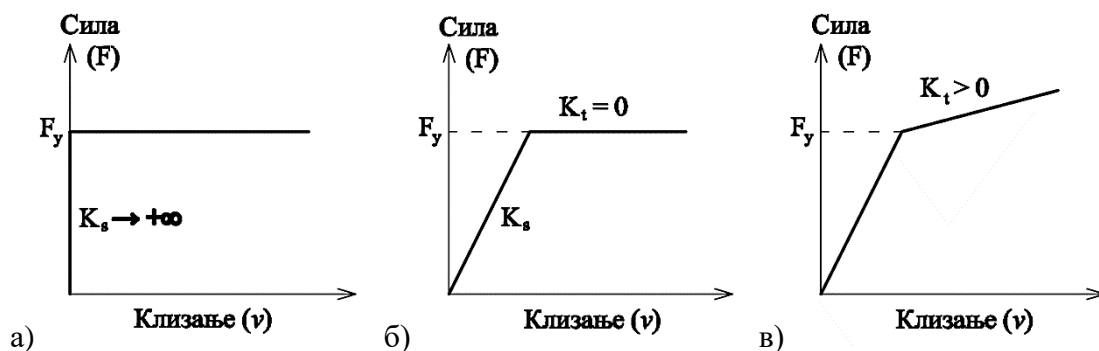
1.2 Средства за спрезање – можданици

Основни задатак у спрегнутим конструкцијама је ефикасан пренос подужне смичуће силе између два или више материјала, односно, делова спрегнутог попречног пресека. Пренос подужне смичуће силе се постиже различитим врстама можданика као средствима за спрезање. Карактеристике можданика су кључне за својства спрегнутог носача и садејство материјала који чине спрегнуту конструкцију (Kyvelou, 2017). Сагласно прорачунском моделу који је примењен за прорачун спрегнуте конструкције у претходном поглављу (Gagnon, S. & Pirvu, C., 2011) (Слика 1-5), потребно је применити можданик који би омогућио круто спрезање. Са друге стране, као што је већ напоменуто, потребно је да спрегнути носач има одређену дуктилност, што се може постићи помоћу дуктилности можданика. Из тога следи да ефикасан можданик у спрегнутој конструкцији типа челик-УЛД панел треба да има две битне карактеристике:

- Апсолутно круто понашање у еластичној области,
- Идеално пластично понашање у пластичној области.

Везу између претходне две карактеристике даје идеално пластични модел (Слика 1-6а). Тај модел подразумева да се можданик пре достизања границе течења (F_y) понаша апсолутно круто, без клизања. Тек по достизању границе течења се јавља клизање, али тако да смичућа сила коју можданик преноси остаје константна током деформације.

Овакво понашање је у пракси немогуће постићи. Код реалних конструкција увек постоји клизање можданика и пре достизања границе течења, што значи да реални можданик може имати карактеристике које описује еластично – идеално пластичан (Слика 1-6б), или чешће, еластично – еластопластични конститутивни модел (Слика 1-6в) (EN 1993-1-5, 2006; EN 1993-1-8, 2005).



Слика 1-6. Конститутивни модели можданика: а) идеално пластичан, б) еластично – идеално пластичан, в) еластично – еластопластичан

Еластично – еластопластичан можданик се може сматрати приближно идеално пластичним уколико је крутост можданика (K_s) у еластичној области довољна да спречи велико клизање, а у пост-еластичном (пластичном) домену (K_t) је приближно једнака нули. Стога је главни циљ побољшања карактеристика можданика за спрезање челика и дрвета (УЛД панела) постизање што веће крутости у еластичном домену, а што мање у пластичном домену.

Челик и дрво, односно производи на бази дрвета, као што је УЛД панел, се најчешће спрежу помоћу средстава за везу која се користе у савременим дрвеним конструкцијама. У следећој табели (Табела 1-4) су приказана и класификована средства за везу која је могуће користити за спрезање челика и УЛД панела.

Табела 1-4. Средства за спрезање челика и дрвета

Средства за спрезање челика и УЛД панела (дрвета)		
Механичка средства		Хемијска средства
Штапаста (линијска)	Површинска	Лепкови
Завртњеви	Назубљене плоче	
Вијци за дрво	Специјални можданици за дрво	
Ексери		

1.2.1 Завртњеви и вијци за дрво

Најчешће примењивана спојна средства за везу челика и дрвета (УЛД панела) су завртњеви и вијци за дрво.

Завртањ се склоп који се састоји од вијка са метричким навојем, навртке и једне или две подлошке (Слика 1-7). Завртњеви се примењују у везама типа челик-дрво или дрво-дрво у случајевима када постоји могућност за уградњу подлошке и навртке. То су случајеви код којих навртка и подлошка не утичу на функционалност и естетику конструкције или је диспозиција везе таква да је могуће приступити месту уградње подлошке и навртке. Пре уградње завртња са навртком је потребно избушити рупу у челику пречника 1-2 mm већег од номиналног пречника тела завртња (d), а у дрвету рупу пречника $0,90 d$. Завртњеви се производе у класама чврстоће: 4.6, 5.6, 8.8, 10.9 и 12.9. Код веза у конструкцијама које укључују дрво, ниске класе завртња смањују чврстоћу везе, а високе смањују дуктилност (Milić, et al., 2023). Због тога је погодно применити компромисно решење при избору класе завртња.

Када се завртањ користи за остваривање везе у челичним конструкцијама, потребна је подлошка само са стране на којој је навој и навртка. За везе у дрвеним конструкцијама је потребна широка подлошка или подложна плочица и на страни главе, јер би се у супротном јавила значајна пластична деформација у дрвету већ приликом стезања, а све услед мале чврстоће дрвета управно на влакна. Код веза између челичних и дрвених елемената подлошка на страни челичног елемента се може изоставити, али само уколико се на тој страни налази глава завртња. У случају када се на страни челичног елемента налази навртка, подлошка је обавезна.



Слика 1-7. Завртањ са широким подлошкама

За разлику од завртњева који имају на једном крају метрички навој, вијци за дрво имају крупнији навој који се урезује у дрво приликом уградње (Слика 1-8). Вијци за дрво се примењују у случајевима када није могућ приступ конструкцији за уградњу подлошке и навртке. Други разлог за примену вијака може бити велика дебљина дрвеног панела са којим треба остварити везу. Тада би за везу били потребни веома дуги завртњеви, што није погодно у погледу економичности и уградње.



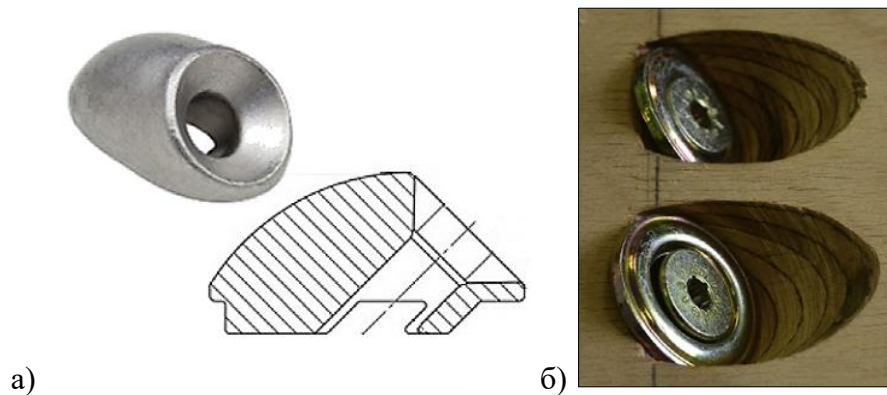
Слика 1-8. Вијак за дрво са шестоугаоном главом

Приликом уградње вијака за дрво се најпре буши рупа пречника $0,70 d$, а сила притезања се остварује самим урезивањем навоја у дрво. Везе које се остварују вијцима су углавном једносечне.

Често се у дрвеним конструкцијама, за спрезање са армиранобетонском плочом, користе вијци који се уграђују под углом различитим од правога (најчешће под углом од 45°). Сходно томе, овакви вијци се називају косим.

Коси вијци код веза челика и дрвених панела се могу уградити на два начина. Први начин је бушење рупе за вијак под одговарајућим углом и примена специјално конструисаних, косих подлошки (Слика 1-9а). Код другог начина уградње се, уместо примене косих подлошки, рупе упуштају под истим углом и примењују се праве подлошке (Слика 1-9б). Оба начина уградње косих вијака су сложенија од уградње правих вијака. Закошење вијка може бити у правцу деловања силе смицања (Borgström, 2016) или управно на тај правац (Wang, Lyu, Zhao, & Yang, 2020).

Иако се коси вијци не разликују од правих према конструкцији самог вијка, сврстани су у посебну категорију због специфичног начина деформације везе која се умногоме разликује од веза са вијцима који се уграђују под правим углом. Наиме, приликом оптерећивања везе остварене косим вијцима, поред притиска по омотачу рупе се јавља и аксијално затезање вијка, што доводи до веће чврстоће и крутости везе у поређењу са правим вијцима.



Слика 1-9. Типови косих вијака (Schiro, Giongo, Sebastian, Riccadonna, & Piazza, 2018):
а) са косом навртком, б) са косим упуштањем рупе

1.2.2 Ексери

Ексери (Слика 1-10) се могу применити за спрезање челика и УЛД панела на исти начин као што је то приказано код завртњева и вијака за дрво. Ексери се забијају у дрво, при чему се влакна у дрвету размичу. Код примене дебљих ексера ($d \geq 4,2$ mm) потребно је претходно бушење рупа пречника $0,85 d$. Забијање се може вршити ручно или машинским путем (Гојковић, 1983). Пречник ексера може бити највише 8 mm, док је дужина од 100 mm код ексера мањих пречника, до 250 mm код ексера већих пречника.

Ексери се израђују од хладно вучене челичне жице, од челика са минималном границом кидања $f_u = 600$ МПа.

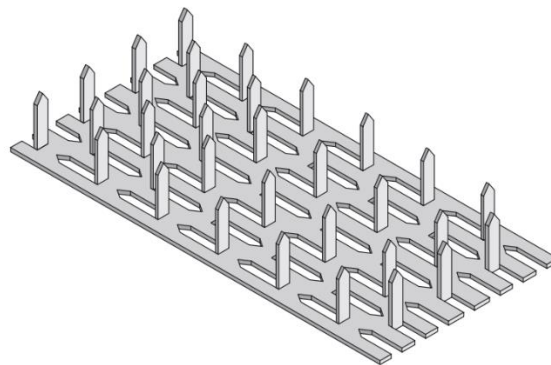


Слика 1-10. Ексер дужине 200 mm за примену код спрезања

Као средства за спрезање се ексери примењују знатно ређе од завртњева и вијака за дрво. Разлог за то је мања носивост од завртња или вијка истог пречника. Поред тога, уколико се забијање ексера врши ручно, долази до значајне појаве буке. Ексери имају значајно мању носивост на чупање од завртњева, што даље утиче на осетно мању укупну носивост везе услед смањеног утицаја тзв. ефекта ужета (енгл. *rope effect*). Такође, услед мале носивости ексера на чупање, носивост веза са косо уграђеним ексерима није значајно већа од носивости веза са правим ексерима. Стога се уградња ексера врши углавном под правим углом.

1.2.3 Назубљене плоче

Металне назубљене плоче (перфориране плоче, конектори) су поједностављене верзије везних лимова који се за конструкцију спајају ексерима (Слика 1-11). Израђују се од поцинкованог лима дебљине до 2 mm (Borgström, 2016), тако што се пресом са одговарајућим алатом пробију рупе кроз лим и зупци (шиљци) искриве под правим углом. Приликом уградње назубљене плоче се зупци забијају у дрво, а најчешће се помоћу њих спајају елементи лакких дрвених решетки.



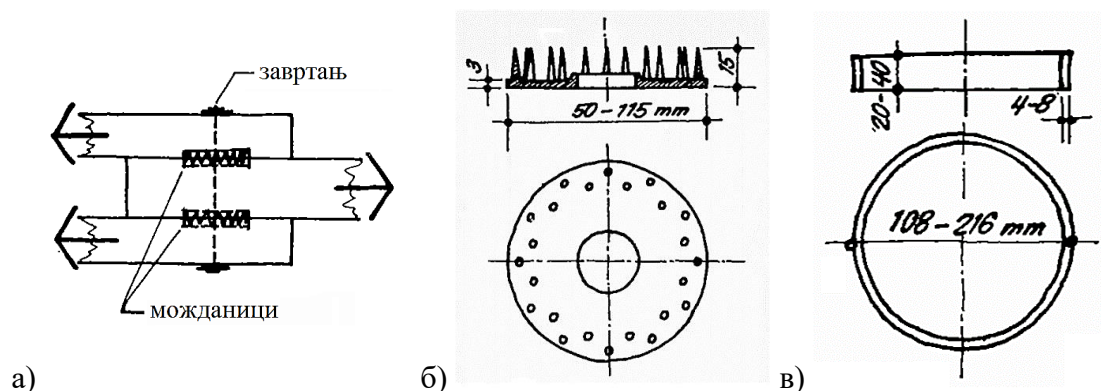
Слика 1-11. Метална назубљена плоча (Borgström, 2016)

Спрегнута веза између челичног профила и УЛД панела применом металних назубљених плоча се може изградити лепљењем или заваривањем назубљене плоче за челични профил, а након тога утискивањем зубаца у УЛД панел. На тај начин се могу остварити континуално спрезање два материјала или испрекидано спрезање, зависно од тога колики је степен спрезања у конкретном случају потребан.

1.2.4 Специјални можданици за дрво

Специјално конструисани можданици за дрво су елементи који се уграђују у клизне равни. Специјални можданици имају веома малу чврстоћу на затезање, тако да се не могу примењивати самостално, већ је поред њих обавезна и уградња завртња кроз рупу у центру можданика (Слика 1-12). У везама између челичних профила и дрвених панела су од интереса можданици који се за челичне профиле спајају лепљењем или заваривањем, а након тога се у дрво уграђују утискивањем у претходно израђене жлебове. Поред челичних можданика, постоје и специјални можданици израђени од пластичних маса.

Један од облика специјално израђених можданика су челични прстенови, односно, челичне карике. Ови можданици силу смицања преносе већим делом притиском по омотачу прстена, док се мањи део преноси смицањем дрвета унутар прстена. Везе остварене помоћу овог типа можданика постижу врло високе вредности носивости и крутости услед велике површине којом се врши притисак на дрвени материјал.



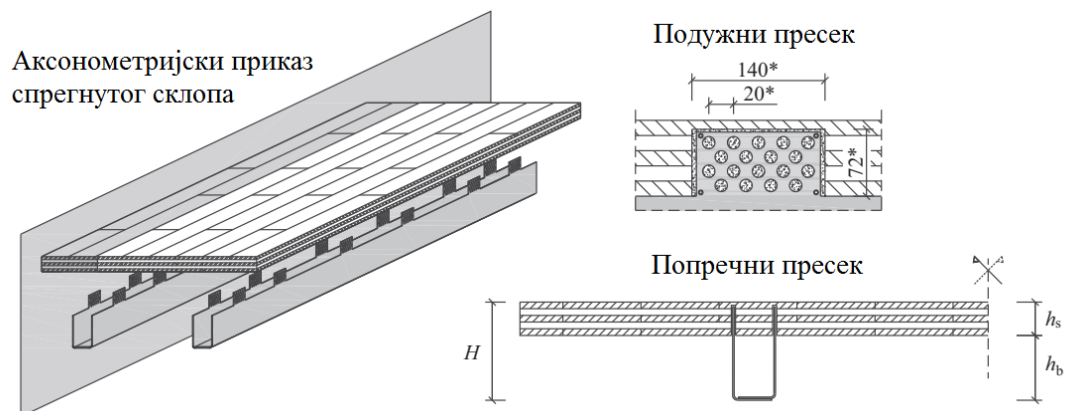
Слика 1-12. Специјални можданици за дрво (Гојковић, 1983):
а) начин примене, б) тип ГЕКА – једностранни, в) челични прстен (карика)

Поред својих добрих карактеристика, можданици облика прстена имају и лошу страну. Она се огледа у чињеници да се, код израде спрегнутог носача типа челик-УЛД панел, позиционирање и заваривање можданика, као и израда жлебова у дрвету, мора обавити врло прецизно.

1.2.5 Лепкови

Лепкови су хемијска спојна средства којима се може остварити веза између челичног и дрвеног елемента или између два дрвена елемента. Генерално, залепљене везе имају највећу чврстоћу, али им је дуктилност занемарљива. Поред тога, лепљене везе се морају израђивати у строго контролисаним (обично фабричким) условима, што их чини непогодним средством за примену на градилишту.

Најчешће се под применом лепкова као средства за везу подразумева наношење лепка на површину панела. Међутим, рађена су истраживања и на залепљеним везама у маси УЛД панела (Loss & Frangi, 2017). Испитивања су спроведена на спрегнутим носачима од УЛД панела и челичних хладнообликованих отворених профила. Профили су обрађени тако да на њима постоје перфорирани делови димензија 72×140 mm који при спајању улазе у одговарајуће жлебове на панелу (Слика 1-13). Жлебови су непосредно пре монтаже челичног профила испуњени епоксидним лепком.

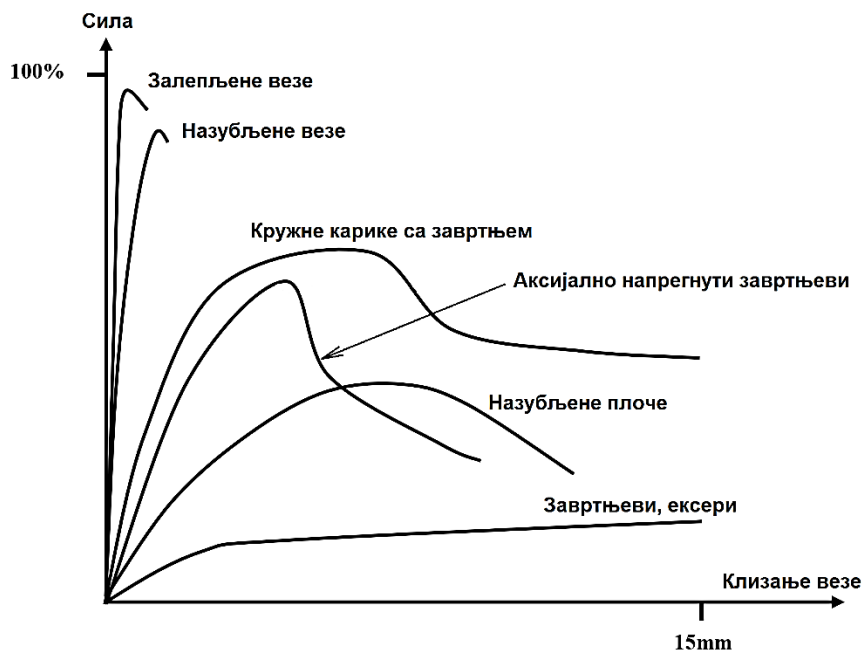


Слика 1-13. Срезање челичних профила и УЛД панела перфорираним и залепљеним можданицима (Loss & Davison, 2017)

Резултати испитивања показују добре механичке карактеристике спрегнутих панела у смислу крутости и носивости, што је последица крутог спрезања које је остварено примењеним типом средства за спрезање. Ипак, услед постојања залепљених веза између челичних носача и УЛД панела, понашање носача је крто.

1.2.6 Поређење различитих средстава за спрезање

Погодност примене одређеног типа средства за спрезање челика и УЛД панела се може утврдити разматрањем три битне карактеристике: носивости, крутости и дуктилности. На следећој слици (Слика 1-14) је дата систематизација резултата аналитичких и експерименталних испитивања, спроведених на различитим системима за везу. Испитивања су углавном рађена за везе између дрвета и бетона, али се резултати могу применити и на везе између челичних профила и панела на бази дрвета.



Слика 1-14. Карактеристичне криве сила-клизање за везе остварене различитим спојним средствима (Dias, 2005)

Залепљене и назубљене везе припадају типу веза које се остварују преко целе контактне површине. Због тога имају велику носивост и крутост, али врло ограничену дуктилност. Разлог за малу дуктилност је то што се веза након достизања границе носивости раскида.

Спрегнуте везе остварене кружним карикама, аксијално напрегнутим завртњевима (или косим вијцима) и назубљеним плочама имају мању носивост и крутост од залепљених веза, али знатно већу дуктилност. Већа дуктилност чини да су ова спојна средства погоднија за примену код спрезања челика и дрвета од лепљених веза. Проблем код тих типова веза је што након достизања носивости, сила коју веза може да пренесе опада (опадајућа грана на дијаграмима сила-клизање).

Једина средства за везу која су дуктилна и немају опадајућу грану на дијаграму механичког понашања су штапаста спојна средства – завртњевци, вијци за дрво и ексери. Неповољна карактеристика је што им је носивост најмања у поређењу са осталим спојним средствима која су разматрана. Стога су за даљи рад, као најпогоднији елементи за спрезање челичних профила и УЛД панела, усвојени завртњевци. С обзиром на релативно малу носивост, спрегнута веза је модификована додавањем елемената за ојачање, чиме је повећана носивост и крутост.

1.3 Предмет истраживања

Предмет истраживања у овој дисертацији је иновативна конструкција можданика за спрезање челичних профила и УЛД панела. Оваква веза треба да у што већој мери елиминише основни проблем који се јавља у спрегнутој вези челик-дрво оствареној завртњевцима, а то је велико гњечење дрвета у околини рупе.

Гњечење дрвета је пластична деформација у дрвету која настаје услед деловања притиска који врши завртањ на омотач рупе. Исцрпљење носивости веза остварених завртњевцима углавном настаје услед гњечења. Гњечење дрвета се јавља и при веома малим оптерећењима (мањим од 10 % носивости везе), што има за последицу релативно велико клизање између елемената при експлоатационом оптерећењу. Проблем гњечења дрвета се решава повећањем контактне површине између спојног средства и дрвета, што за последицу има смањење контактне притиска. Повећање контактне површине у вези оствареној завртњевцима се може постићи уметањем додатних елемената који делују као посредници између завртња и дрвета.

У раду је предложено ново решење конструкције можданика које се заснива на уградњи челичног елемента за ојачање у претходно припремљен жлеб на УЛД панелу. Елемент за ојачање има облик кружног одсечка и израђен је од челичног лима. Овакво решење је веома једноставно за израду и уградњу.

Конструкција можданика је испитана применом експерименталне анализе. Ова анализа обухвата лабораторијско испитивање носивости и крутости можданика асиметричним тестом смицања (енгл. *push-out test*), у складу са актуелним стандардом (SRPS EN 26891, 2012), а уз додатна побољшања. Испитане су три серије узорака, од којих је једна серија контролна, односно без ојачања челичним елементом, док су две серије са елементима за ојачање израђеним од различитих класа челика.

Карактеристике свих примењених материјала за израду узорака (чврстоће на затезање, притисак и савијање, притисак по омотачу рупе) су одређене претходним лабораторијским испитивањима, такође према одговарајућим стандардима (EN 408, 2010).

Резултати експерименталне анализе су искоришћени за верификацију и валидацију модела предложеног решења можданика. Модел је израђен и прорачунат применом Методе коначних елемената (МКЕ) и савремених инжењерских софтвера. Моделирање елемената од челика је урађено применом континуумских материјалних модела челика, описаних у литератури (Jastrzebski, 1976; Runesson, 2005). Како су континуумски материјални модели дрвета веома сложени за практичну примену (Sandhaas & Van de Kuilen, 2013), за моделирање материјала дрвета је развијен нови хибридни модел, на основу сопствених експерименталних резултата и досадашњих истраживања (Toussaint, 2010). Предложени хибридни модел дрвета се састоји из комбинације линијских и површинских елемената и представља искорак у области моделирања дрвета.

1.4 Преглед досадашњих истраживања

Ојачање везе челик-дрво углавном подразумева ојачање дрвета као слабијег материјала у вези. У смислу интервенција на дрвеном материјалу, развијени су различити начини ојачања, а сви подразумевају уградњу додатних елемената који посредују у вези између завртња и дрвета, тако што смањују притисак тела вијка по омотачу рупе. Зависно од места и начина уграђивања додатних елемената, ојачања везе се могу поделити на ојачања додатним елементима у клизној равни, и ојачања додатним елементима у маси дрвета. У табели (Табела 1-5) је дат приказ типова ојачања зависно од места монтаже. Поред већ постојећих елемената за ојачање дрвета, у табели је приказан и елемент који је предмет овог истраживања.

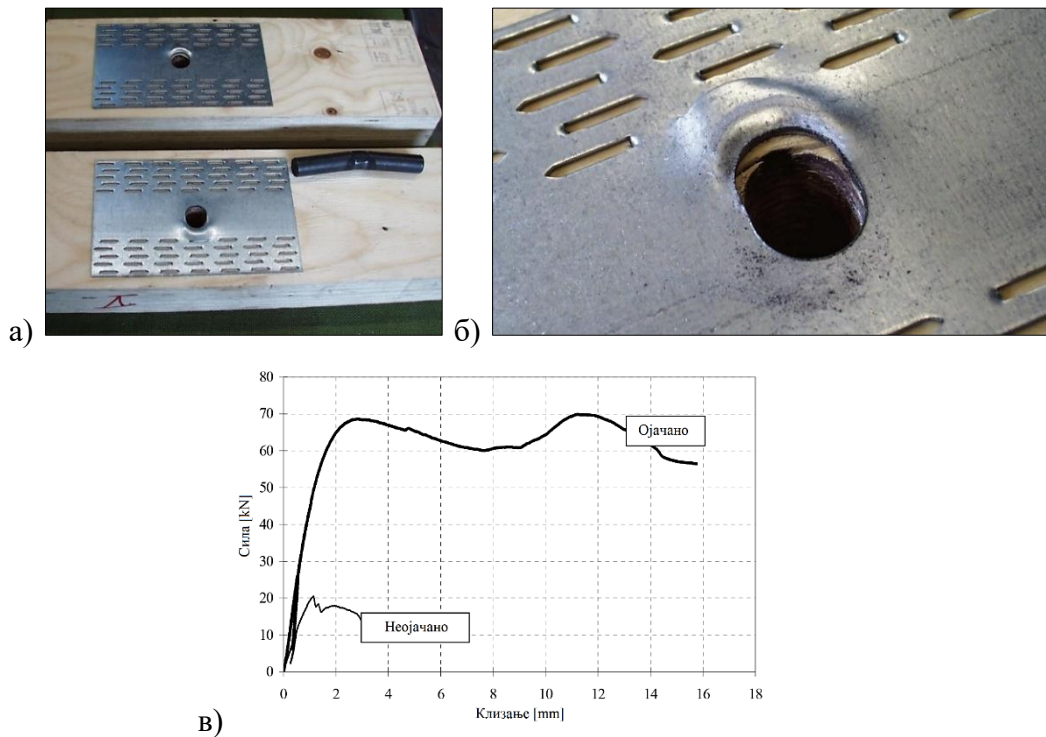
Табела 1-5. Додатни елементи за ојачање дрвета у везама типа челик-дрво

Елементи за ојачање дрвета	
У клизној равни	У маси дрвета
Назубљене плоче	Бочни завртњеви или вијци
Тканине	Блок од малтера
Лепак	Челични елемент облика кружног одсечка

1.4.1 Ојачање везе додатним елементима у клизној равни

Један од начина за смањење притиска по омотачу рупе у дрвету је уградња додатних површинских елемената у клизну раван. На тај начин се смичућа сила из штапастог спојног средства (завртња) већим делом преноси на елементе којим се веза ојачава, а са тих елемената прелази у дрвени елемент путем механичке везе (посредством зубаца код назубљене плоче) или преко хемијске везе (посредством лепка).

На слици (Слика 1-15а,б) је приказана примена поцинкованих челичних назубљених плоча дебљине 2 mm код везе два дрвена елемента штапастим челичним средствима пречника 8, 12, 16 и 20 mm (Blass, Schmid, Litze, & Wagner, 2000), и начин њихове деформације након испитивања везе.



Слика 1-15. Ојачање везе два дрвена елемента применом металних назубљених плоча (Blass, Schmid, Litze, & Wagner, 2000):
а,б) назубљене плоче након испитивања, в) дијаграм сила-клизање за неојачане и ојачане узорке

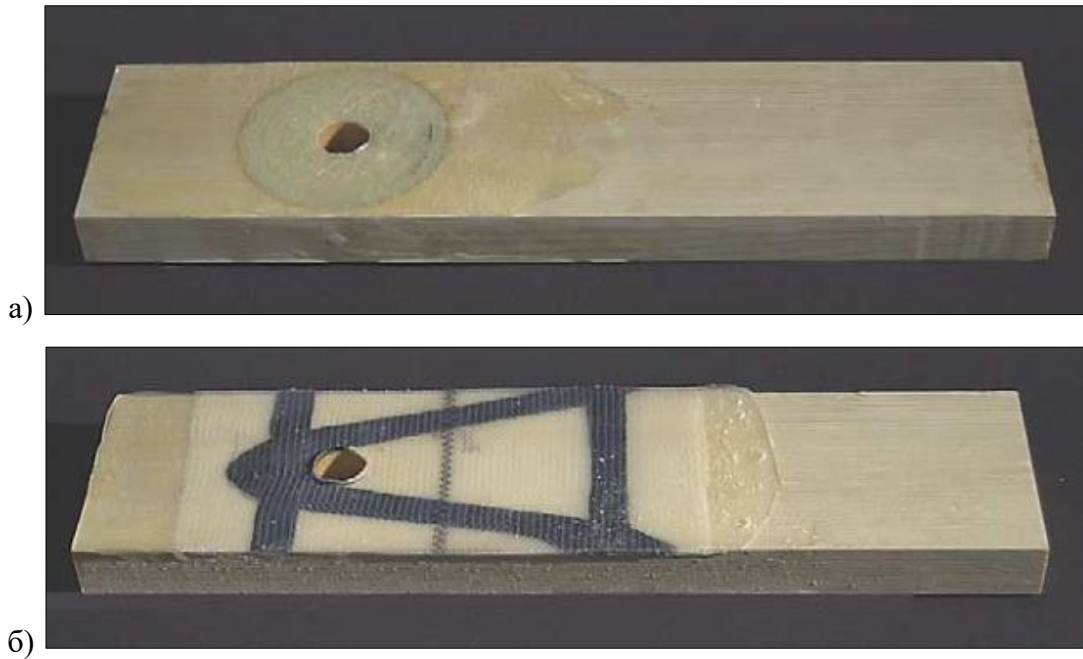
У оквиру спроведених истраживања групе аутора (Blaß & Schädle, 2011; Blass, Schmid, Litze, & Wagner, 2000; Hockey, Lam, & Prion, 2000) је однос дебљине плоче и пречника спојног средства (t/d) био у опсегу од 0,10 (за спојно средство пречника 20 mm) до 0,25 (за спојно средство пречника 8 mm). Процент повећања носивости везе зависи од односа t/d и био је 50 % (за однос $t/d = 0,10$) до 250 % (за однос $t/d = 0,25$).

Уградњом назубљених плоча се не постиже увек значајно ојачање везе. У истраживању (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016), за ојачање можданика за спрезање челика и УЛД панела, и челика и панел од ламелираног фурнира, је примењена назубљена плоча. Коришћени су вијци за дрво пречника М12, М16 и М20, а дебљина назубљене плоче је била 1 mm. Однос дебљине плоче и пречника спојног средства је у овом случају од $t/d = 0,05$ (за завртањ М20) до $t/d = 0,083$ (за завртањ М12). Аутори су на основу овог испитивања закључили да примена назубљене плоче не утиче значајно на повећање носивости у крутости овог можданика. Међутим, у истраживању су примењене назубљене плоче недовољне дебљине, тако да је због тога наступио лом по омотачу рупе назубљене плоче (Слика 1-16), а постигнуто ојачање је занемарљиво мало. Овакви резултати показују да је потребно веома пажљиво бирати дебљину назубљене плоче која се примењује за ојачање.

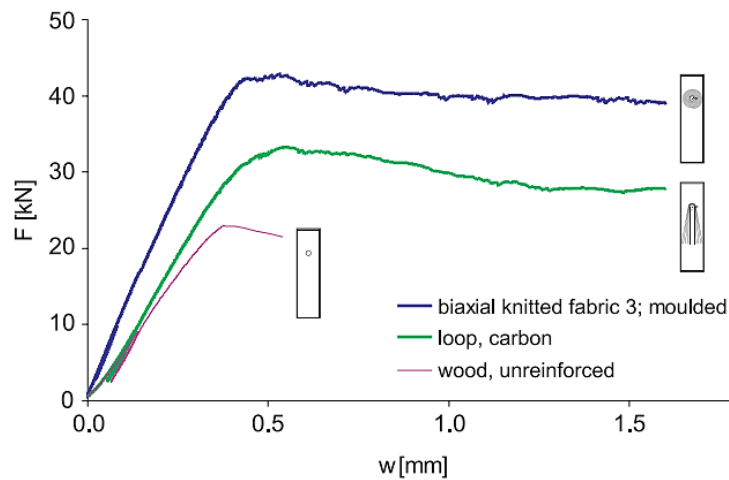


Слика 1-16. Лом назубљене плоче услед притиска по омотачу рупе
(Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016)

Аналогно металним назубљеним плочама, могуће је и ојачање везе тканином од стаклених, араמידних и карбонских влакана, које је дало добре резултате у погледу механичких карактеристика (Haller, Birk, Offermann, & Sebull, 2006). У оквиру испитивања су одређиване карактеристике на притисак по омотачу рупе ојачаног дрвеног елемента, према одговарајућем стандарду (EN 383, 2007). Израђене су две серије узорака са тканином у облику прстена (Слика 1-17а) и тканином у облику петље – омче (Слика 1-17б). Тканина је залепљена за дрвени елемент епоксидним лепком. Увидом у резултате испитивања се може закључити да је постигнуто повећање носивости за око 50 % код узорака са ојачањем облика петље и око 100 % код узорака са ојачањем облика кружног прстена (Слика 1-18).



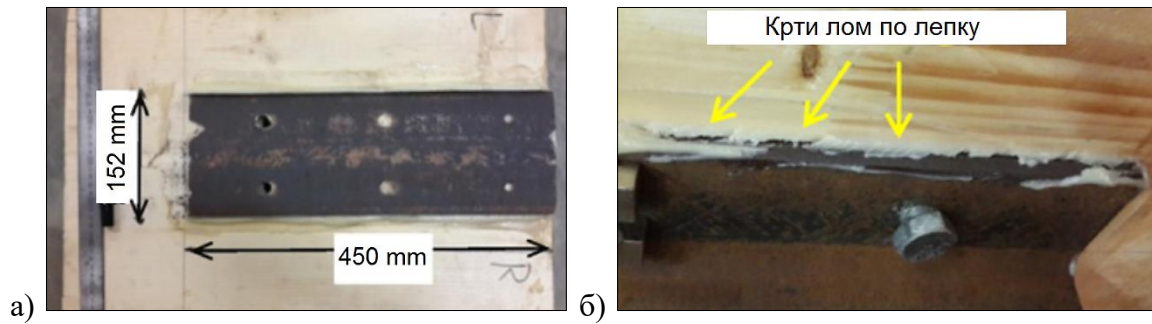
Слика 1-17. Ојачање залепљеном тканином од фибергласа (Haller, Birk, Offermann, & Cebulla, 2006):
а) прстен око рупе од фибергласа, б) карбонске траке обликоване у петљу



Слика 1-18. Дијаграм сила-клизање за узорке ојачане тканином од фибергласа и карбонских влакана (Haller, Birk, Offermann, & Cebulla, 2006)

Спрегнути носачи типа челик-УЛД панел имају највећу носивост у случају да су можданици апсолутно крути, односно да је постигнуто потпуно спрезање. То се може остварити применом лепка у спојној равни као ојачања (Hassanieh, 2017). У оквиру истраживања (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016) је пре уградње вијака у клизној равни наносен епоксидни лепак дефинисаних карактеристика, а одмах након наношења лепка су челични профил и УЛД панел повезани. За притезање су коришћени вијци за дрво М12, М16 и М20, класе 8.8.

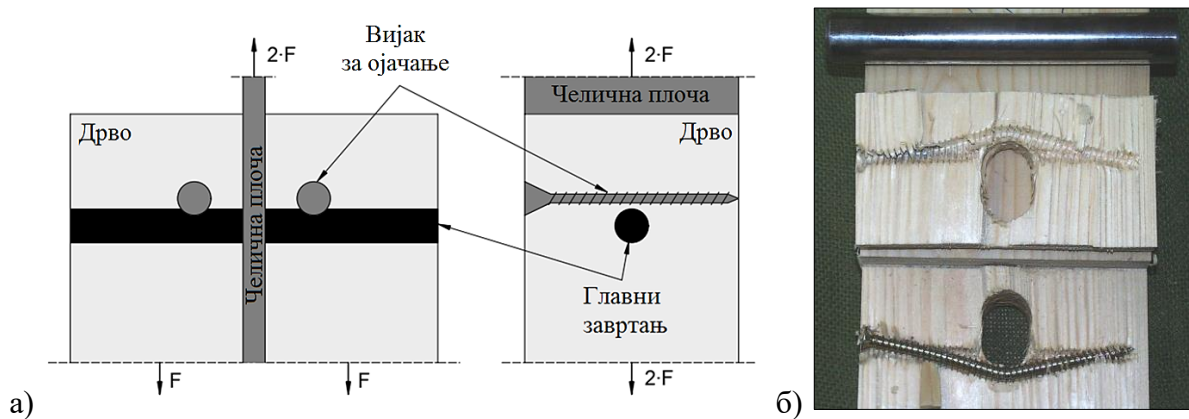
Резултати ових спроведених испитивања показују да је повећање носивости можданика ојачаних лепком у клизној равни у опсегу од 150 до 300 %. Приликом оптерећивања узорка смичућа сила се преноси у потпуности преко лепка због његове значајно веће крутости у поређењу са вијком. Лоша страна примене лепка за ојачање је крти лом залепљене везе (Слика 1-19), односно занемарљива дуктилност оваквог можданика. Након лома лепка целокупна смичућа сила се преноси преко вијака, што значи да у тренутку лома настаје нагли пад смичуће силе, а веза даље наставља да ради као неојачана веза изведена вијцима.



Слика 1-19. Ојачање можданика изведених вијцима за дрво применом лепка у клизној равни (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016): а) контактна површина третирана лепком, б) крти лом лепка

1.4.2 Ојачање везе додатним елементима у маси дрвета

Везе завртњевима или другим штапастим спојним средствима се код носача израђених од дрвета могу ојачавати додатним завртњевима или вијцима постављеним бочно у односу на основни завртањ (Слика 1-20). Теоријски се као елементи за ојачање могу применити било која штапаста спојна средства, али су у досадашњим истраживањима (Вејтка, 2005; Echavarría, 2007) коришћени само вијци за дрво због једноставније уградње у поређењу са другим спојним средствима.



Слика 1-20. Ојачање везе додатним бочним вијцима (Вејтка, 2005): а) шема уградње бочних вијака, б) пресек кроз узорак након испитивања

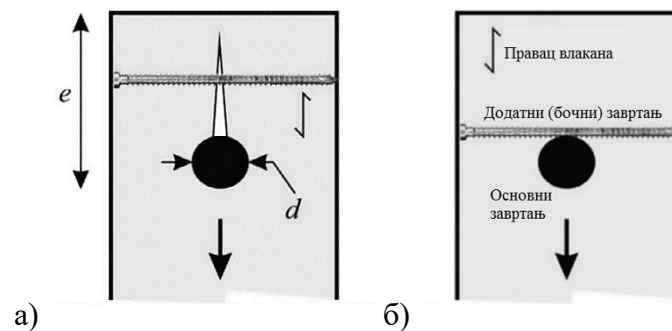
Додатни вијци за дрво се уграђују са бочне стране дрвеног елемента који се ојачава. Притом се мора водити рачуна о прецизности уградње јер је потребно да додатни вијак додирује (тангира) основни завртањ. На тај начин се додатни вијак активира од почетка наношења смичућег оптерећења на везу, чиме се остварује максимални учинак примењеног ојачања.

Ојачање помоћу додатних вијака се остварује на два начина:

- Повећањем површине преко које смичућа сила делује на дрвени материјал,
- Спречавањем отварања пукотине у дрвету у правцу деловања силе (цепања дрвета).

Остваривањем контакта између основног завртња и додатног вијка се део смичуће силе преноси преко додатног вијка, односно, завртањ и вијак раде као целина. Њихове површине којима делују на дрво се сабирају, контактни притисак на дрво се тиме смањује, и остварује се повећање носивости и крутости везе.

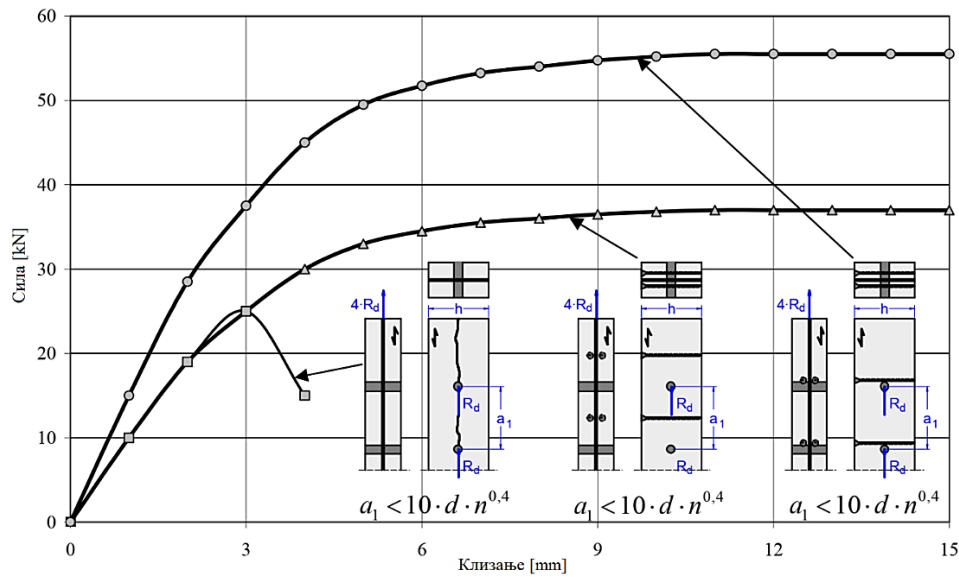
Поред ојачања везе додатним вијком који тангира основни завртањ, рађена су и истраживања код којих је додатни вијак уграђиван на одређеном растојању од основног завртња (Lathuillière, Bléron, Descamps, & Vocquet, 2015). Код оваквог типа ојачања се смичућа сила не може пренети директно са завртња на бочни вијак, што доприноси мањем учинку ојачања (Слика 1-21).



Слика 1-21. Типови ојачања везе додатним бочним вијком (Lathuillière, Bléron, Descamps, & Vocquet, 2015):

а) уградња на растојању од основног завртња, б) уградња уз основни завртањ

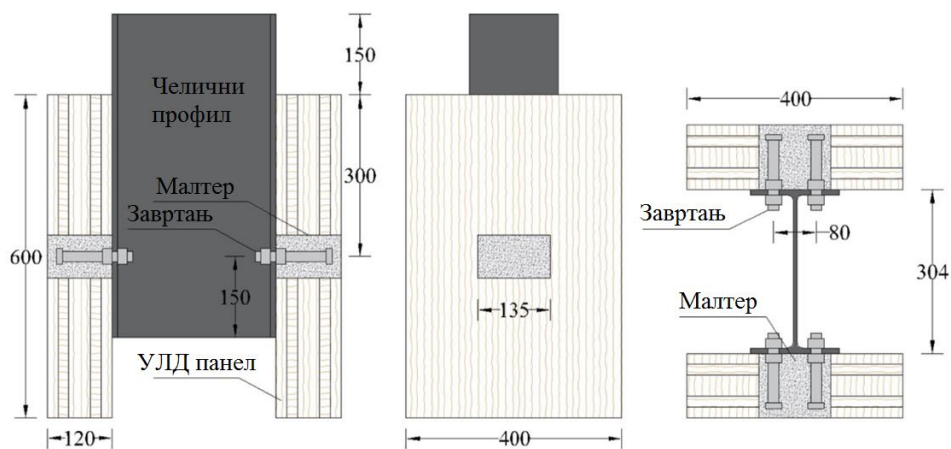
На дијаграму (Слика 1-22) су приказане криве зависности сила-клизање за три испитана типа везе: без ојачања, са ојачањем на растојању од основног завртња и са ојачањем уз основни завртањ. Може се приметити да су знатно бољи резултати постигнути са типом везе који подразумева уградњу додатног вијка уз основни завртањ, јер се у том случају додатни вијак максимално ангажује.



Слика 1-22. Дијаграми зависности сила-клизање за испитане везе без ојачања и са ојачањем бочним вијцима (Вејтка & Блаф, 2005)

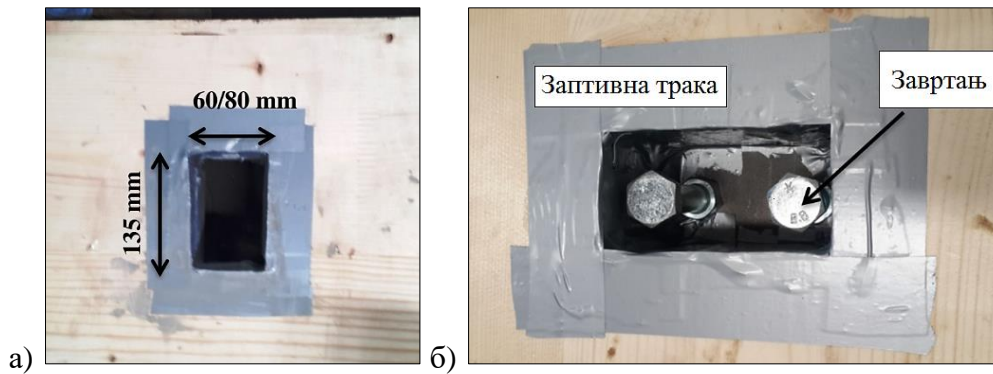
Проблем који се јавља код овог типа ојачања везе је у томе што је потребно уградити додатне вијке са бочне стране дрвеног носача. Пошто су УЛД панели плочасти елементи, за уграђивање би били потребни вијци велике дужине, што чини овај поступак непогодним, осим у случајевима када су везе (можданице) лоциране уз ивице панела.

Интервенције код плочастих елемената, као што је УЛД панел, је практичније изводити са површине панела. Урађена су испитивања можданика израђеног од цементног малтера (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2018) којим се попуњава претходно направљени жлеб у панелу. Веза блока од малтера и челичног профила се остварује завртњевима (Слика 1-23). Дужина блока је била 135 mm, док је ширина варирана између 60 и 80 mm. Висина блока је била једнака дебљини УЛД панела, 120 mm (Слика 1-24).



Слика 1-23. Ојачање везе челик-УЛД панел применом блока од малтера (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017)

Ојачање се овде остварује на рачун тога што се околина завртња, која је напрегнута на притисак по омотачу рупе, замењује материјалом веће чврстоће, најчешће малтером. Да би ојачање било ефикасно, чврстоћа малтера на притисак мора бити већа од чврстоће дрвета на притисак, односно, већа од 30 МПа. За израду блока је у приказаном истраживању коришћен малтер са чврстоћом на притисак 57,2 МПа.



Слика 1-24. Припрема жлеба у УЛД панелу за уградњу малтера (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017)

Начин ојачања можданика блоком од малтера је најпогоднији за практичну примену од свих изложених начина, јер омогућава да се завртњеви монтирају у радионици, а на градилишту се само рупе у панелима залију малтером. Поред тога, може се дозволити већа толеранција у међусобном размаку између уграђених завртњева, што је велика предност у односу на „суве“ поступке код којих се захтева велика тачност израде и уградње.

У оквиру испитивања (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017) су упоређиване вредности крутости можданика ојачаних блоковима од цементног малтера са другим типовима можданика и закључено је да су оне блиске крутостима лепљених спојева, што чини овај тип споја изузетно погодним за примену код спрезања.

За израду можданика за спајање челика и УЛД панела применом блока од малтера приликом изградње међуспратне конструкције нема рада изнад главе, а поступак се састоји из три фазе: монтаже челичних носача са уграђеним завртњевима, постављања УЛД панела и заливања малтером са горње стране (Hassanieh, 2017).

Ова конструкција има три значајна недостатка. Први је то што се након израде мора направити технолошка пауза због очвршћавања малтера, други је неповољно напонско стање у завртњу, јер смичућа равна сече навој (Слика 1-25), а трећи је контакт дрвета и влажног цементног малтера, што је неповољно за дрво.



Слика 1-25. Лом завртња услед смицања кроз навој (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017)

Први недостатак се не може потпуно елиминисати, али се могу користити малтери који за краће време постижу потребну чврстоћу. Други недостатак се може избећи уколико се уместо завртњева искористе можданици у облику чепова са главом, какви се користе приликом спрезања челика и бетона, али аутори (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2017) нису предвидели ту могућност. Отклањање трећег недостатка је постигнуто применом заптивне лепљиве траке којом се дрво облаже пре наливања малтера. Уместо овога, могућа је и заштита дрвета лакирањем (Hassanieh, Valipour, & Bradford, 2016).

1.5 Основне хипотезе и циљеви истраживања

Полазне хипотезе предложеног истраживања су:

- Ојачање завртња-можданика за спрезање челика и УЛД панела помоћу предложеног челичног елемента за ојачање доводи до повећања његове носивости и крутости.
- Експериментално испитивање модела ојачаног можданика се може извести помоћу асиметричног теста смицања, што је економичније и једноставније од испитивања помоћу симетричног теста, док су одступања резултата у прихватљивим границама.
- Спрезање челика и УЛД панела се може успешно и ефикасно моделирати нумеричким методама уз примену предложеног хибридног материјалног модела за дрво.

Циљеви предложеног научног истраживања су:

- Дати предлог нове конструкције можданика за спрезање челика и УЛД-а који ће бити ефикасан и једноставан за израду и монтажу.
- Дати смернице за примену асиметричног теста смицања можданика (енгл. *push-out test*).
- Експериментално одредити носивост и крутост предложене конструкције можданика према одговарајућим стандардима.
- Израдити нумерички модел можданика који ће бити ефикасан и једноставан за примену, коришћењем Методе коначних елемената (МКЕ) и савремених софтвера. При моделирању дефинисати нови, хибридни материјални модел дрвета.

Остварење предвиђених циљева истраживања омогућило би пројектовање спрегнутих конструкција од челика и УЛД панела са ојачаним можданицима које би имале повољније механичко понашање од постојећих. Очекује се да предложени можданик са челичним елементом за ојачање облика кружног одсечка има већу крутост од стандардних завртњева-можданика и да ефикасније преноси смичуће силе у спрегнутом носачу. Ово би уједно био и главни практични допринос истраживања. Предложени нумерички модел, уз примену новог материјалног модела дрвета, би требало да буде једноставнији за израду и практичну примену од постојећих. Развијени тип можданика, као и методологија за његову експерименталну и нумеричку анализу представљали би иновативно решење и искорак у овој области, што представља главни научни допринос ове дисертације.

1.6 Примењена методологија

С обзиром на предмет и циљ истраживања, у раду су примењене адекватне научне методе, уз помоћ којих је проверена научна заснованост постављених хипотеза. У истраживању је најпре извршена анализа досадашњих достигнућа у оквиру ове проблематике, која је послужила као полазиште за развијање новог решења, које би требало да исказе боље карактеристике од постојећих. Током развијања новог решења примењене су експериментална и нумеричка метода за одређивање конструкционих карактеристика новог решења. Резултати експерименталне анализе су обрађени методом математичке статистике. Нумерички модел је израђен применом методе моделовања и Методе коначних елемената (МКЕ) и коришћењем савремених инжењерских софтвера уз симултано развијање новог материјалног модела. У завршној фази истраживања је

извршена синтеза добијених резултата и извршено вредновање новог решења са аспекта носивости и крутости. Резултати овог истраживања, спроведени уз примену индуктивне методе, ће бити универзално применљиви на велики број нових решења у овој области истраживања која се могу добити применом дедуктивне методе.

1.7 Преглед структуре дисертације

Дисертација се састоји из седам поглавља.

Прво поглавље садржи увод у научну област којој дисертација припада. У оквиру тог поглавља су објашњене основне одлике спрегнутих конструкција и њихове предности у односу на друге типове конструкција, са посебним акцентом на спрегнуте конструкције од челика и унакрсно ламелираног дрвета (УЛД). Дате су специфичности израде и примене УЛД панела, као и квантитативно и квалитативно поређење карактеристика носача израђеног од УЛД панела и спрегнутог носача типа челик-УЛД панел. У наставку су обрађена различита средства за спрезање челика и УЛД панела, њихове предности и недостаци. Извршено је поређење средстава за спрезање са становишта носивости, крутости и дуктилности. На крају поглавља је дефинисан предмет истраживања, наведена су досадашња истраживања у области и приказана је методологија примењена у истраживачком раду. Постављене су основне хипотезе и приказани основни циљеви истраживања спроведених у оквиру дисертације.

У оквиру другог поглавља је објашњена предложена конструкција ојачаног завртња-можданика која би била погодна за спрезање челика и УЛД панела. Детаљно су дате су све поједности у вези са обликом конструкције, начином израде и материјала који су примењени за израду можданика.

Треће поглавље се односи на лабораторијско испитивање примењених материјала. Извршена су испитивања свих релевантних параметара који су потребни за имплементирање у нумерички модел можданика који је приказан у петом поглављу.

У четвртом поглављу је изложен поступак експерименталног испитивања везе остварене неојачаним и ојачаним завртњем-мождаником. Најпре су разматрани различити начини који се примењују за испитивање оваквих веза. На основу њиховог поређења у погледу тачности резултата и једноставности извођења изабран је најповољнији. Резултати испитивања за узорке можданика без и са елементом за ојачање

су приказани табеларно и помоћу дијаграма. На крају експерименталне анализе су изведени закључци.

Нумеричка анализа можданика применом МКЕ и одговарајућег софтвера је приказана у петом поглављу. Детаљно су обрађени сви параметри неопходни за израду нумеричког модела. Верификација развијеног нумеричког модела је обављена анализом конвергенције мреже коначних елемената (КЕ) модела, а валидација модела је урађена поређењем резултата нумеричке и експерименталне анализе.

У оквиру шестог поглавља је дат преглед спроведених истраживања и извршена синтеза закључака. Након тога су дате препоруке за даља истраживања у овој области.

На крају, у седмом делу, је приказан списак референци које су коришћене приликом израде докторске дисертације.

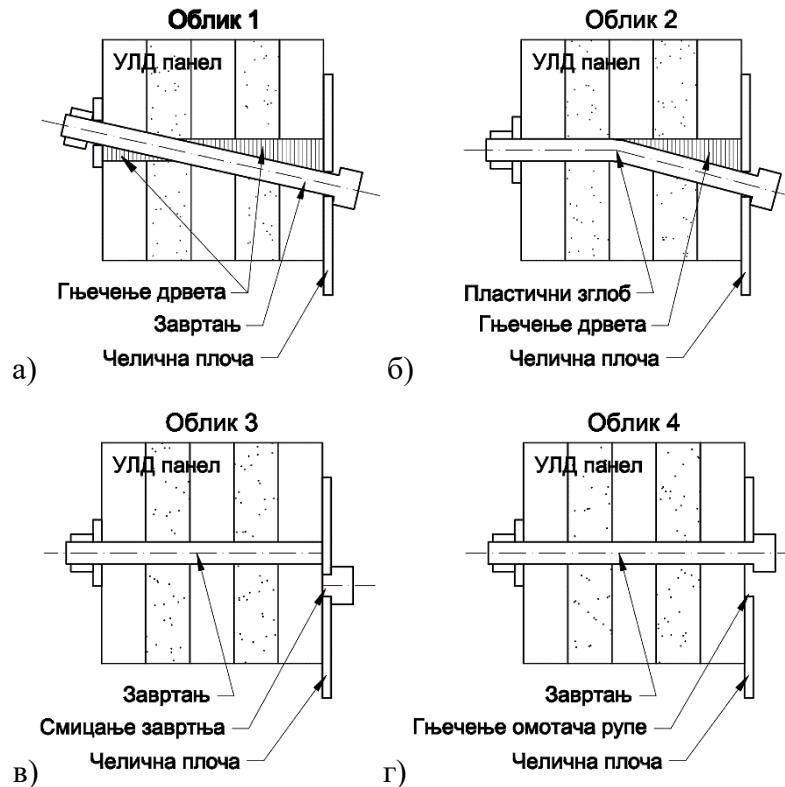
2 РАЗВОЈ КОНСТРУКЦИЈЕ ОЈАЧАНОГ ЗАВРТЊА-МОЖДАНИКА

Дизајн конструкције ојачања завртња-можданика је настао на основу анализе механизма отказа веза између челика и дрвета. Као полазни пример, разматрана је једносечна веза између челичног лима и УЛД панела. Притом је усвојен однос дебљине плоче и пречника завртња $t/d < 0,5$, што према препорукама из Еврокода 5 (EN 1995-1-1, 2004) указује да се приликом деформације веза између завртња и челичне плоче понаша зглобно (Слика 2-1а,б). Отказ овакве везе настаје према једном од следећих механизма:

- Притисак по омотачу рупе у дрвету изазива гњечење дрвета, а завртањ се понаша као круто тело (Слика 2-1а),
- Притисак по омотачу рупе у дрвету изазива гњечење дрвета, а у завртњу се јавља пластични зглоб (Слика 2-1б),
- Смичући напон у телу завртња изазива лом завртња у клизној равни (Слика 2-1в),
- Притисак по омотачу рупе у челичној плочи изазива пластификацију челика, а рупа из кружног облика прелази у овални (Слика 2-1г).

Облик отказа везе који ће се јавити зависи од међусобног односа димензија и чврстоће елемената у вези, односно, при деловању оптерећења ће отказати елемент чија је носивост најмања. Чврстоћа челика на смицање и чврстоћа на притисак по омотачу рупе зависе од граница развлачења, која за стандардне конструкцијске челике може бити од 235 до 460 МПа (EN 1993-1-1, 2005), а за завртње 240 до 900 МПа (EN 1993-1-8, 2005; Vuđevac, Marković, Bogavac, & Tošić, 1999). Од ових величина ће зависити носивост везе у случајевима 3 и 4 (Слика 2-1в,г). Чврстоћа дрвета на притисак има

вредности од 16 до 34 МПа, зависно од класе дрвета (EN 338, 2009), а њено прекорачење доводи до облика отказа 1 и 2 (Слика 2-1а,б).



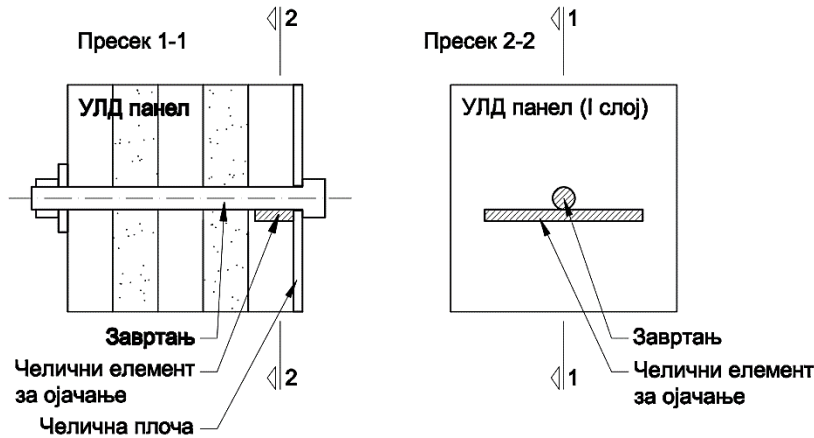
Слика 2-1. Могући откази једносечне везе челик-УЛД панел остварене завртњем:
 а) гњечење дрвета, б) гњечење дрвета и формирање пластичног зглоба у завртњу,
 в) смицање завртња, г) гњечење омотача рупе у челичној плочи

На основу односа чврстоћа челика и дрвета се може закључити да ће се у највећем броју случајева јавити облици отказа 1 или 2, односно, да је отказ везе најчешће изазван прекорачењем чврстоће дрвета. Облици отказа 3 и 4 (Слика 2-1в,г) се могу јавити само уколико се за везу примене завртњеви врло малог пречника ($d < 4 \text{ mm}$) или врло танка челична плоча ($t < 2 \text{ mm}$). Ти случајеви се у пракси ретко срећу, и због тога облици отказа 3 и 4 у Еврокоду 5 нису разматрани, али је напоменуто да би требало проверити носивост завртња на смицање и носивост челичне плоче на притисак по омотачу рупе према одговарајућем стандарду (EN 1993-1-8, 2005).

2.1 Положај и облик елемента за ојачање

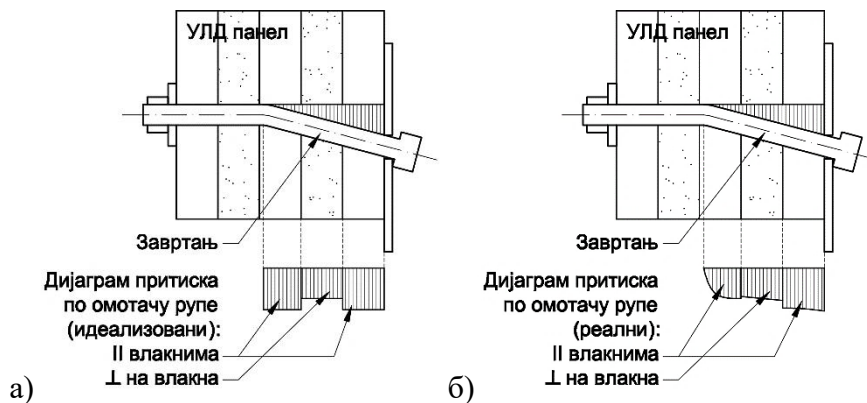
Имајући у виду да отказ везе челик-УЛД панел углавном настаје због мале чврстоће дрвета, у сврху ојачања везе треба повећати носивост дрвета помоћу додатног елемента који би смањио притисак по омотачу рупе. У раду је усвојен елемент израђен од челичног лима и постављен тако да тангира тело завртња (Слика 2-2). Челични

елемент за ојачање се поставља у претходно израђени жлеб у УЛД панелу који одговара димензијама елемента. Због једноставности је усвојено да је највећа дубина жлеба мања од дебљине слоја у панелу, односно, да се елемент за ојачање налази само у првом слоју.



Слика 2-2. Положај челичног елемента за ојачање у можданику за спрезање челика и УЛД панела

Према предлогу Јохансена (Johansen, 1949) за прорачун везе се усваја да је притисак по омотачу рупе у дрвету (за одређени слој УЛД панела) константан и независан од деформације (гњечења) дрвета (Слика 2-3а). Међутим, ово представља идеализовани случај, док је у реалности притисак највећи у тачкама са највећим гњечењем, тј. у тачкама непосредно уз клизну раван (Слика 2-3б).



Слика 2-3. Расподела притисака по омотачу рупе у УЛД панелу: а) идеализована, б) реална

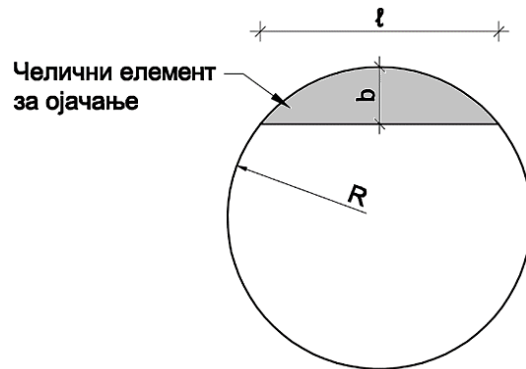
У истраживању је претпостављено да уведени елемент за ојачање делује на дрво константним притиском на целој контактної површини са дрветом. С обзиром на реалну расподелу притиска по омотачу рупе у УЛД панелу (Слика 2-3б), може се закључити да елемент за ојачање треба да прати облик расподеле притиска, односно, да има највећу ширину уз клизну равну (на површини УЛД панела), а најмању на супротном крају. У

складу са тим, предложен је елемент за ојачање који има облик кружног одсечка јер његова геометрија испуњава тражене услове.

Овакав облик је погодан и са аспекта једноставности уградње јер се може утиснути у жлеб који се израђује кружном тестером. Притом ће дебљина зубаца кружне тестере одређивати дебљину елемента за ојачање (t_{eo}), а полупречник тестере ће одређивати однос ширине и дубине елемента према релацији:

$$\ell = 2\sqrt{R^2 - (R - b)^2} \quad (4)$$

где је R полупречник кружне тестере, ℓ ширина елемента за ојачање и b дубина жлеба у панелу (Слика 2-4). Поред једноставности израде жлеба у УЛД панелу у који се уграђује елемент за ојачање, оваквим обликом је уједно је испуњен и захтев о највећој ширини елемента уз клизну раван.



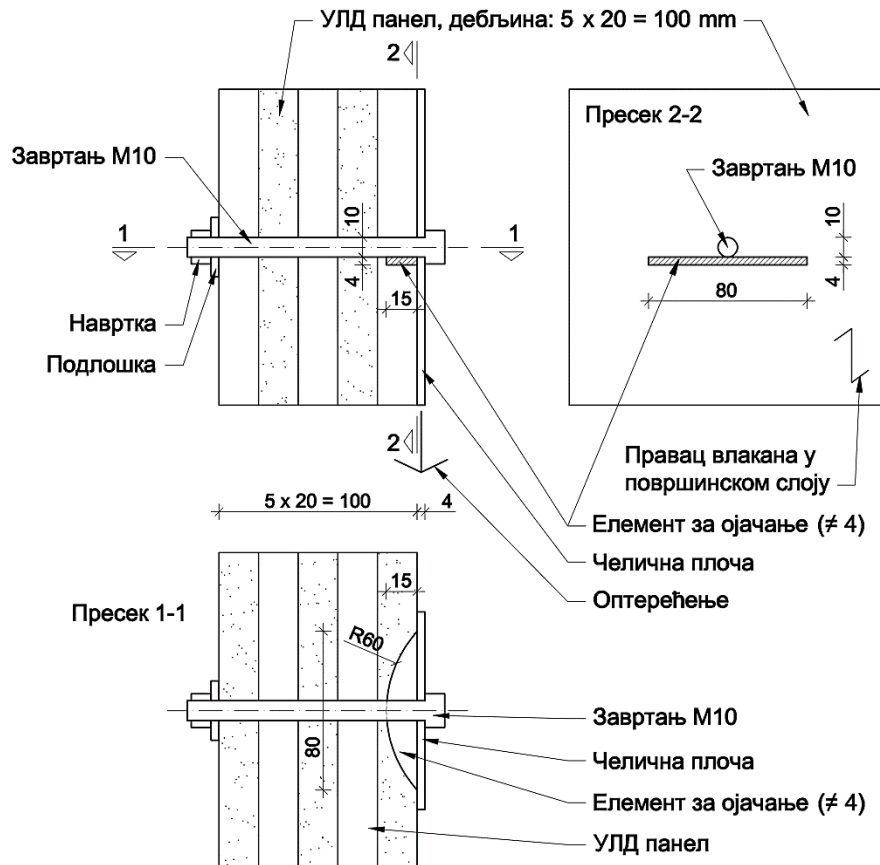
Слика 2-4. Детаљ израде елемента за ојачање

2.2 Диспозиција предложеног завртња-можданика

У одељку 1.2.6 је извршено поређење различитих типова веза које се могу применити за спрезање и закључено је да везе изведене завртњевима имају најпогодније карактеристике за спрезање челика и УЛД панела. На основу тога је као основни елемент за пренос смичуће силе у овом истраживању предложен завртањ. За ово истраживање је коришћен УЛД панел који се састоји из пет слојева ламела дебљине 20 mm, тако да је укупна дебљина панела 100 mm. На основу овога, изабран је завртањ M10×120. Завртањ се уграђује тако да је навој изван клизне равни. Са стране навртке је постављена широка подлошка M10, спољашњег пречника 30 mm.

Елемент за ојачање облика кружног одсечка се израђује резањем из лима одговарајуће дебљине применом савремених алата (плазма или гасних резача). Елемент

за ојачање може имати различите димензије, а у овом истраживању су димензије прилагођене производним потенцијалима фабрике „Коларевић д.о.о.“ из Ћићевца, Србија. На основу овога су произашле димензије елемента за ојачање: полупречник $R = 60 \text{ mm}$ и дебљина $t_{eo} = 4 \text{ mm}$. Усвојена је дубина жлеба $b = 15 \text{ mm}$, како би се жлеб и елемент за ојачање налазили у површинском (првом) слоју панела (Слика 2-5).



Слика 2-5. Усвојена диспозиција завртња и челичног елемента за ојачање (осенчене ламеле означавају да су влакна приказана у попречном пресеку)

3 ЛАБОРАТОРИЈСКО ИСПИТИВАЊЕ МЕХАНИЧКИХ КАРАКТЕРИСТИКА ПРИМЕЊЕНИХ МАТЕРИЈАЛА

Лабораторијска испитивања материјала су имала за циљ утврђивање карактеристика челика и дрвета које су потребне за израду нумеричких модела разматраног можданика. У оквиру лабораторијских истраживања су најпре урађена испитивања механичких карактеристика материјала од којих су израђени узорци за испитивање можданика тестом смицања. Испитивања су подељена у три целине: испитивање челика, испитивање дрвета и испитивање коефицијента трења између челичног профила и УЛД панела.

3.1 Испитивање челика

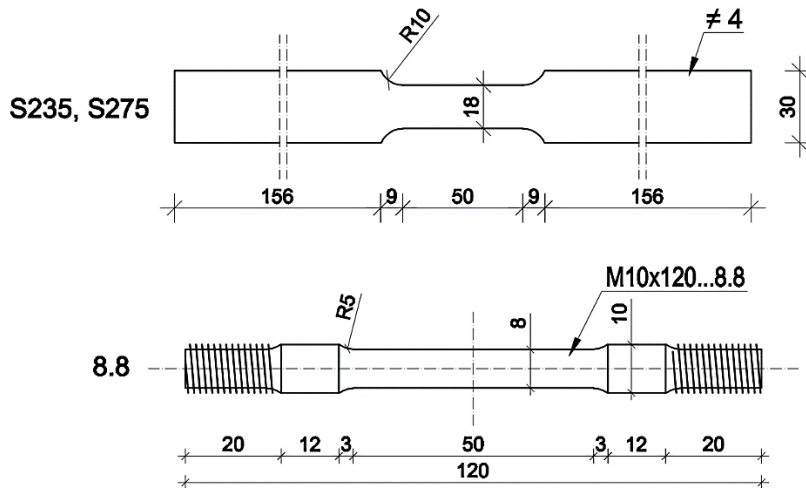
Карактеристике челика који су примењени у овом истраживању су одређене стандардним тестом затезања. Поред тога, урађено је и испитивање челичних трака и завртња на савијање. Резултати испитивања челика на савијање су коришћени у валидацији конститутивних модела, примењених у нумеричком моделу разматраног можданика.

3.1.1 Испитивање челика на затезање

У оквиру испитивања челика на затезање су испитане три врсте материјала:

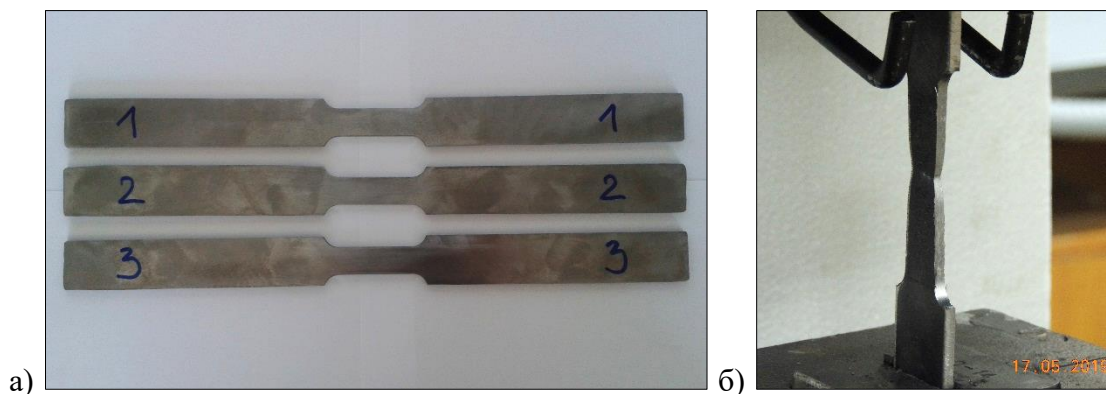
- Челични лим за израду елемента за ојачање, класе S235,
- Челични лим за израду елемента за ојачање и челичног профила за везу, класе S275,
- Материјал завртња, класе 8.8.

Епрувете за ова испитивања челика су исечене и обликоване из табли челичног лима дебљине 4 mm из којих су исечени и елементи за израду челичних профила (класа S275) и елемената за ојачање (класе S235 и S275). Епрувете за испитивање материјала завртња су израђене сужењем тела вијка (M10×120...8.8) за 1 mm, тако да испитни пресек има пречник 8 mm (Слика 3-1). Вијци од којих су израђене епрувете за испитивање припадају истој серији. Тиме је онемогућено веће расипање резултата и повећана поузданост урађене експерименталне анализе у целини.

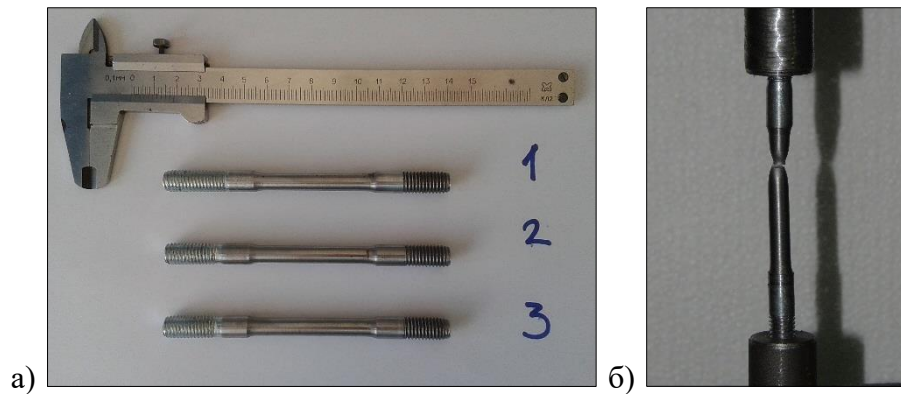


Слика 3-1. Радионички цртежи епрувета за испитивање челика на затезање

Испитивање је урађено на Машинском факултету у Нишу, у Лабораторији за машинске материјале. Коришћена је кидалица марке „Metrocom“, капацитета 500 kN, тачности мерења 1% и брзине хода покретног дела 1 mm/min. На следећим сликама (Слика 3-2, Слика 3-3) су приказани узорци (епрувете) пре испитивања и након испитивања у кидалици.



Слика 3-2. Испитивање челика на затезање: а) епрувете, б) узорак у кидалици након лома

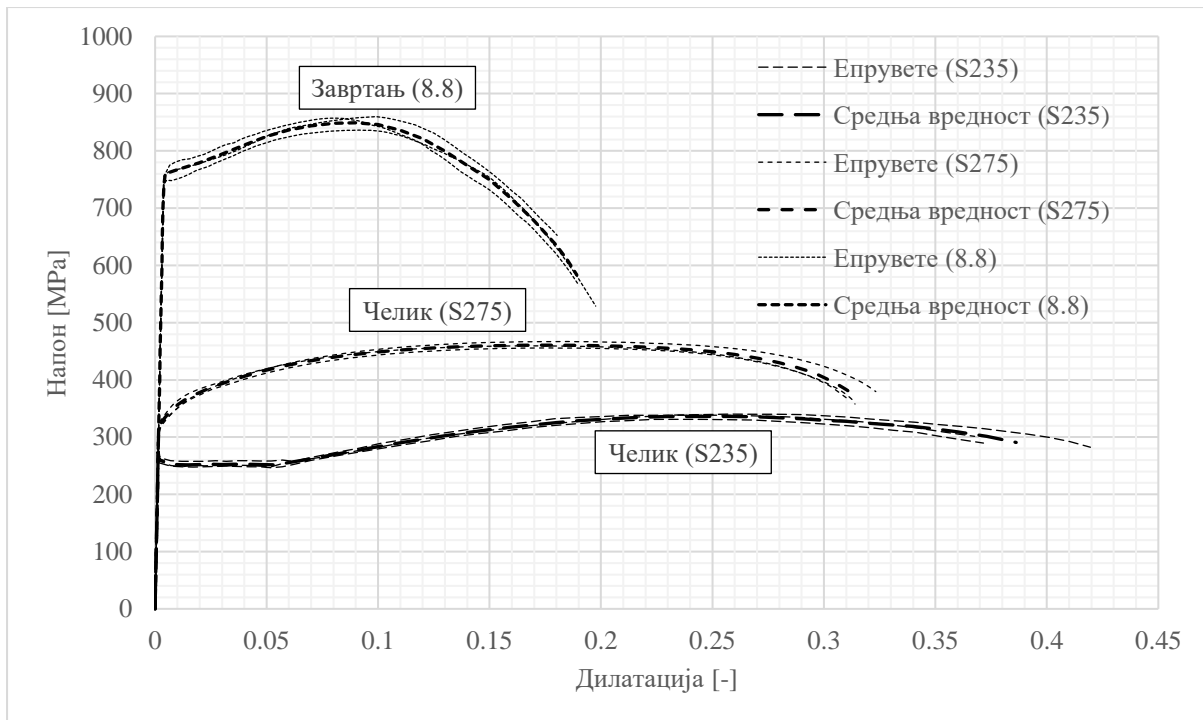


Слика 3-3. Испитивање материјала завртња на затезање: а) епрувете, б) узорак у кидалици након лома

Резултати испитивања су приказани табеларно (Табела 3-1) и графички (Слика 3-4). За сваку класу челика су приказана по три урађена мерења, а на основу њих су одређене криве које представљају средње вредности мерених карактеристика. Табеларно су приказани модули еластичности, границе течења и границе кидања за свако појединачно мерење, а након тога и средње вредности.

Табела 3-1. Измерене карактеристике челика класе S235, S275 и 8.8

Класа челика	Узорак	Модул еластичности E [GPa]	Граница течења f_y [MPa]	Граница кидања f_u [MPa]
S235	Епрувета 1	210	255	340
	Епрувета 2	200	250	340
	Епрувета 3	205	250	330
	Средња вредност	205	250	335
S275	Епрувета 1	205	320	465
	Епрувета 2	200	335	460
	Епрувета 3	200	325	455
	Средња вредност	200	325	460
8.8	Епрувета 1	195	760	855
	Епрувета 2	205	750	835
	Епрувета 3	200	770	860
	Средња вредност	200	760	850

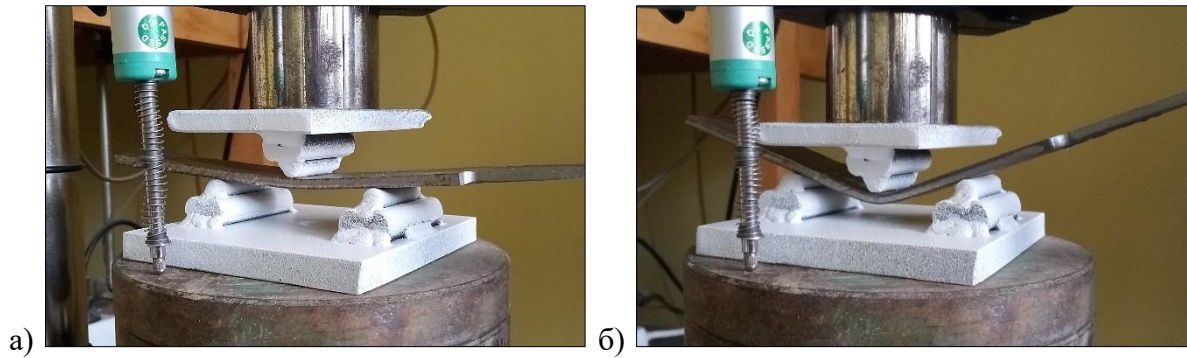


Слика 3-4. Зависности напон-дилатација за узорке челика класе S235 и S275, и завртања класе 8.8

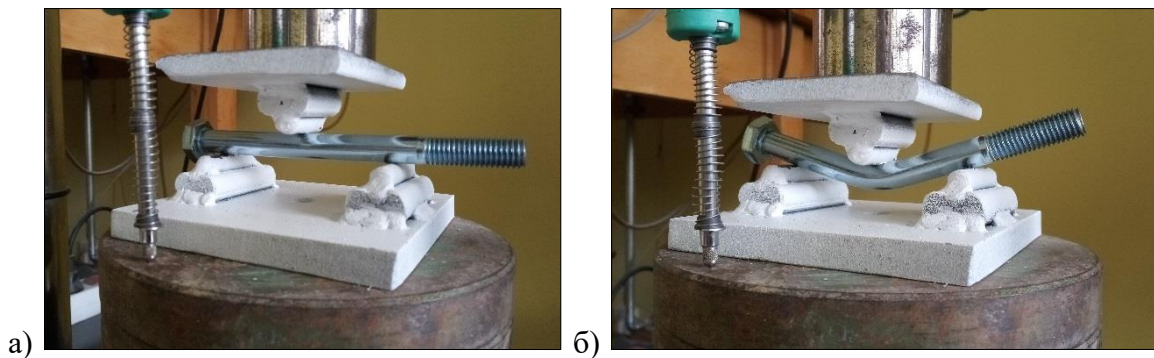
3.1.2 Испитивање челика на савијање

Након испитивања челик на затезање је урађено испитивање на савијање, за исте материјале. Узорци челичног лима класа S235 и S275 су добијени из неоштећених делова узорака испитаних на затезање, док су вијци узети неоштећени.

Испитивање је урађено на Грађевинско-архитектонском факултету у Нишу, у Лабораторији за геотехнику. Коришћена је преса марке „*Matest*“, капацитета 50 kN, са тачношћу мерења од 1%. Мерење померања је са тачношћу 0,001 mm, а брзина хода клипа пресе је 1,27 mm/min. За испитивање је израђен специјални челични прибор који омогућава да се узорак понаша као проста греда распона 70 mm, оптерећена силом у средини распона (Слика 3-5 и Слика 3-6). Како би се омогућила неометана ротација узорка на ослонцима, они су израђени од округлог челика, пречника $\varnothing 8$ mm (Milić, Vasev, Nešović, Petronijević, & Zorić, 2023).

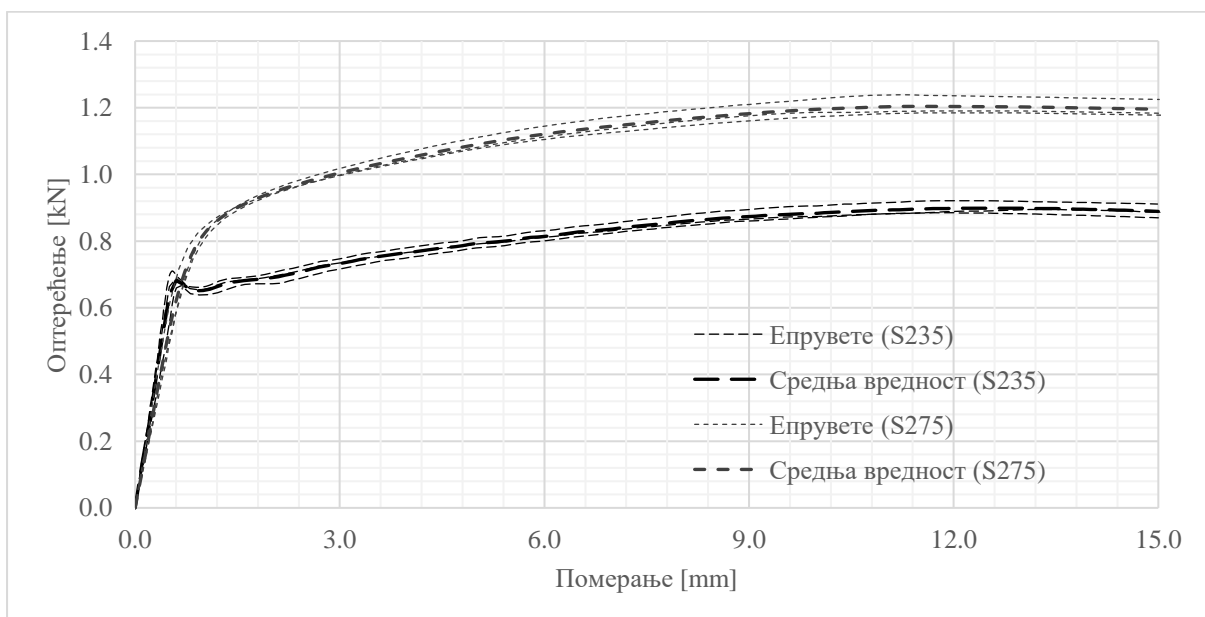


Слика 3-5. Испитивање челика класе S235 и S275 на савијање:
а) почетак испитивања, б) крај испитивања

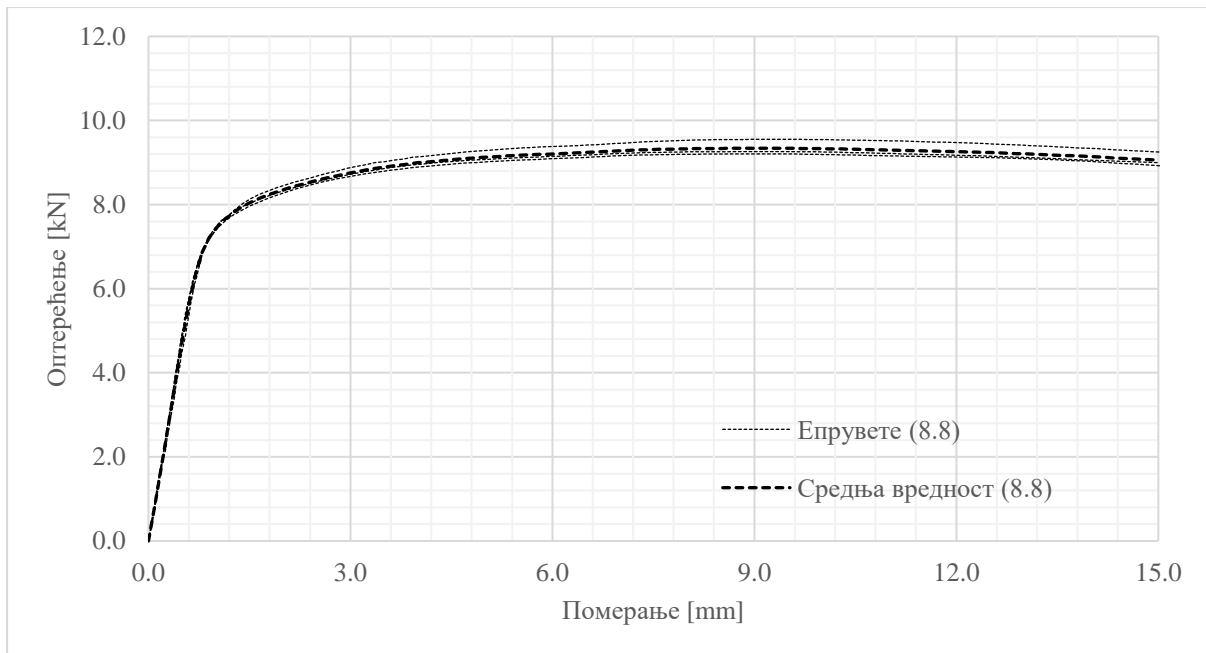


Слика 3-6. Испитивање вијка M10...8.8 на савијање: а) почетак испитивања, б) крај испитивања

Резултати мерења су приказани графички (Слика 3-7, Слика 3-8). За сваку класу челика су приказани резултати по три урађена мерења, и на основу њих одређене криве које представљају средње вредности мерених карактеристика.



Слика 3-7. Зависности оптерећење-померање за узорке челика класе S235 и S275



Слика 3-8. Зависности оптерећење-померање за узорке вијка класе 8.8

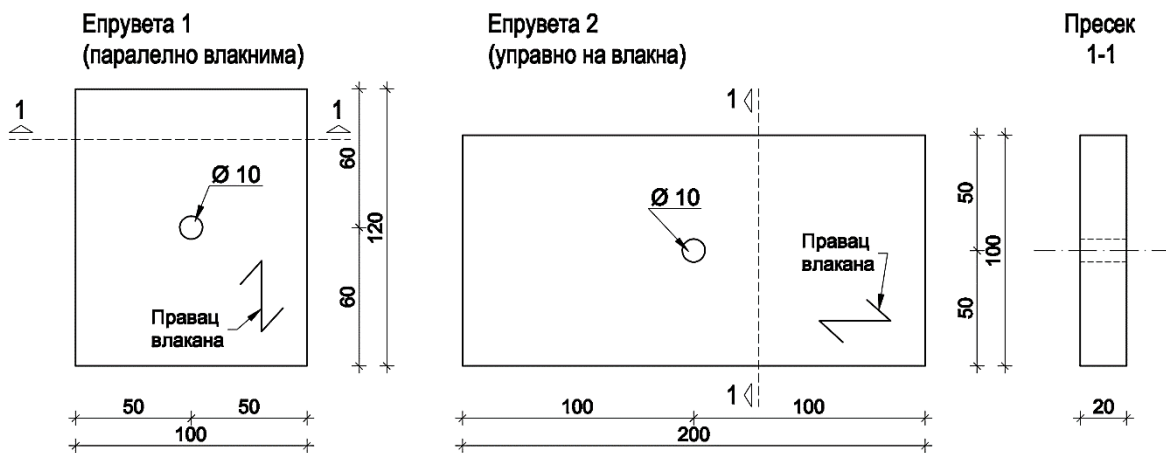
На основу резултата експерименталног испитивања челика може се закључити да мерене величине имају врло мало међусобно одступање, што значи да је коришћени материјал уједначених карактеристика.

3.2 Испитивање дрвета

У оквиру испитивања карактеристика дрвета су мерене следеће величине: притисак по омотачу рупе паралелно влакнима, притисак по омотачу рупе управно на влакна, притисак подлошке управно на влакна и чврстоћа дрвета на притисак паралелно влакнима. Сва испитивања механичких карактеристика су урађена на узорцима израђеним од истог дрвета од кога су израђени УЛД панели коришћени за одређивање механичких карактеристика везе, осим код испитивања понашања дрвета на притисак (утискивање) подлошке где су узорци добијени из неоштећених делова УЛД панела након испитивања везе. Густина и влажност дрвета су одређивани за све узорке којима су испитиване механичке карактеристике, и те вредности су дате на крају сваког од испитивања.

3.2.1 Испитивање дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима и управно на влакна

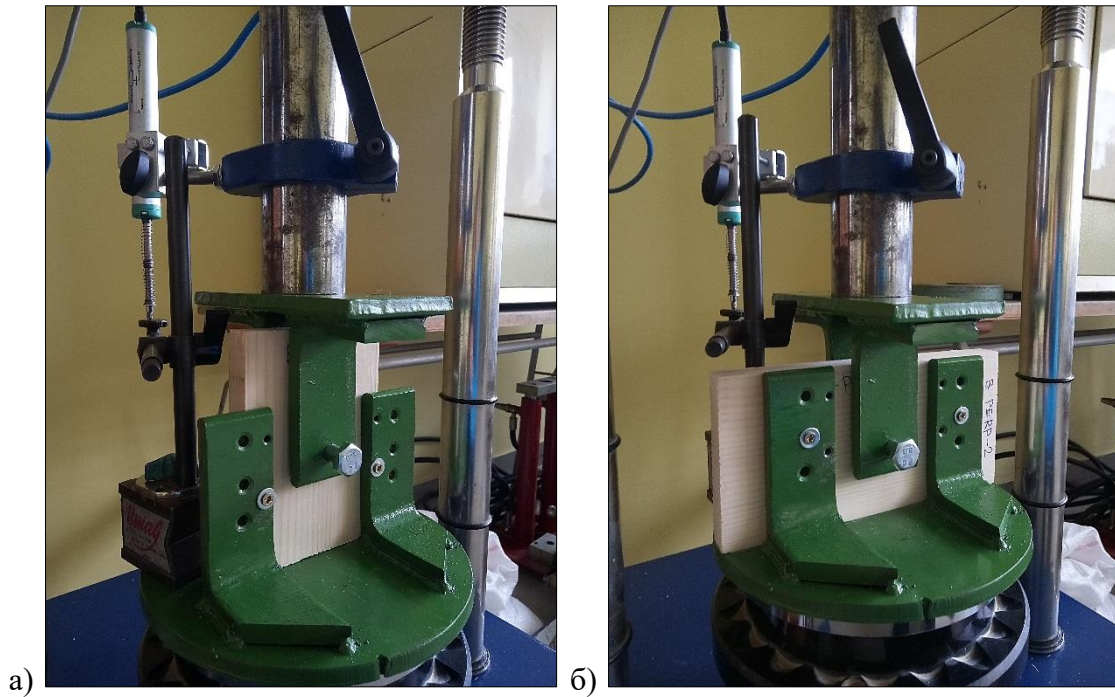
Понашање дрвета на притисак по омотачу рупе је битан чинилац који одређује понашање примењеног спојног средства (завртња), као и анализирани везе у целини. Узорци за испитивање притиска по омотачу рупе паралелно влакнима су димензија $100 \times 140 \times 20$ mm, а за испитивање управно на влакна $200 \times 100 \times 20$ mm, уз одступања од ± 1 mm. Сви узорци имају рупу за завртањ пречника $\varnothing 10$ mm у средишту (Слика 3-9).



Слика 3-9. Епрувете за испитивање дрвета на притисак по омотачу рупе

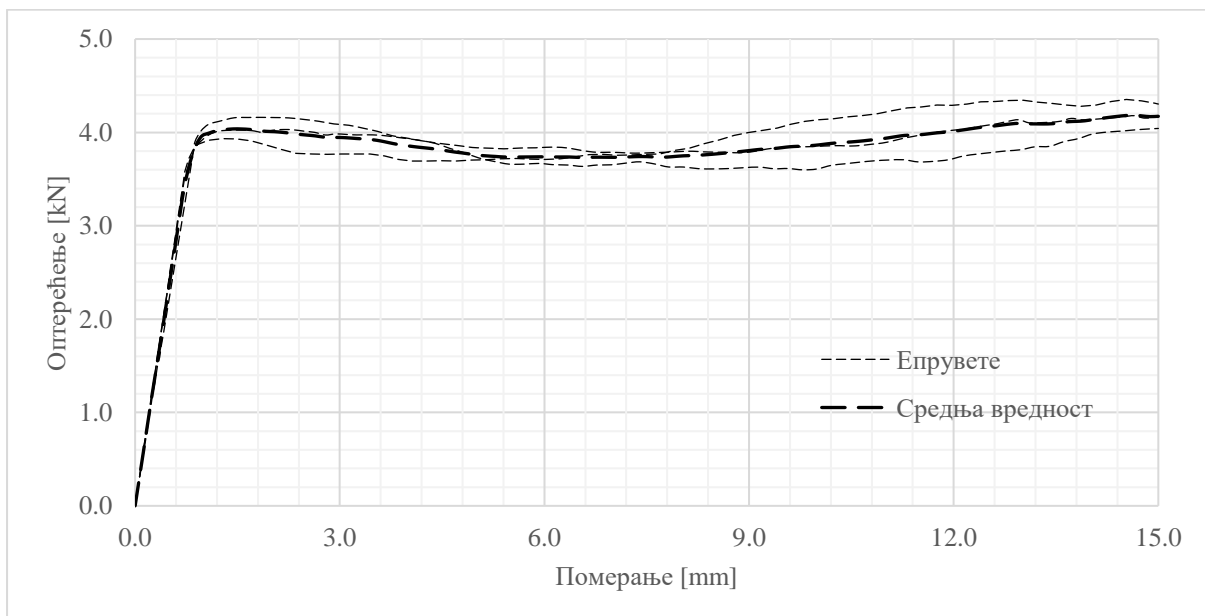
Испитивање је урађено на преси марке „*Matest*“, која је коришћена за испитивање челика на савијање. Стандардом (EN 383, 2007) је предвиђено да се испитивање врши до вредности померања од 5 mm, међутим, у оквиру овог истраживања испитивање је вршено до померања од 15 mm. Разлог одступања од одговарајућег стандарда је то што се испитивање можданика за спрезање челика и УЛД панела врши према стандарду (SRPS EN 26891, 2012), који предвиђа испитивање до величине клизања у вези од 15 mm. То значи да је потребно предвидети конститутивни модел материјала са одговарајућим опсегом деформације.

У сврху испитивања је израђен прибор који се састоји из непокретног и покретног дела. Непокретни (доњи) део се ослања на базу пресе и за њега је причвршћен узорак дрвета. Покретни (горњи) део омогућава унос оптерећења у завртањ тако што силу са клипа пресе преноси на тело завртња (Слика 3-10).

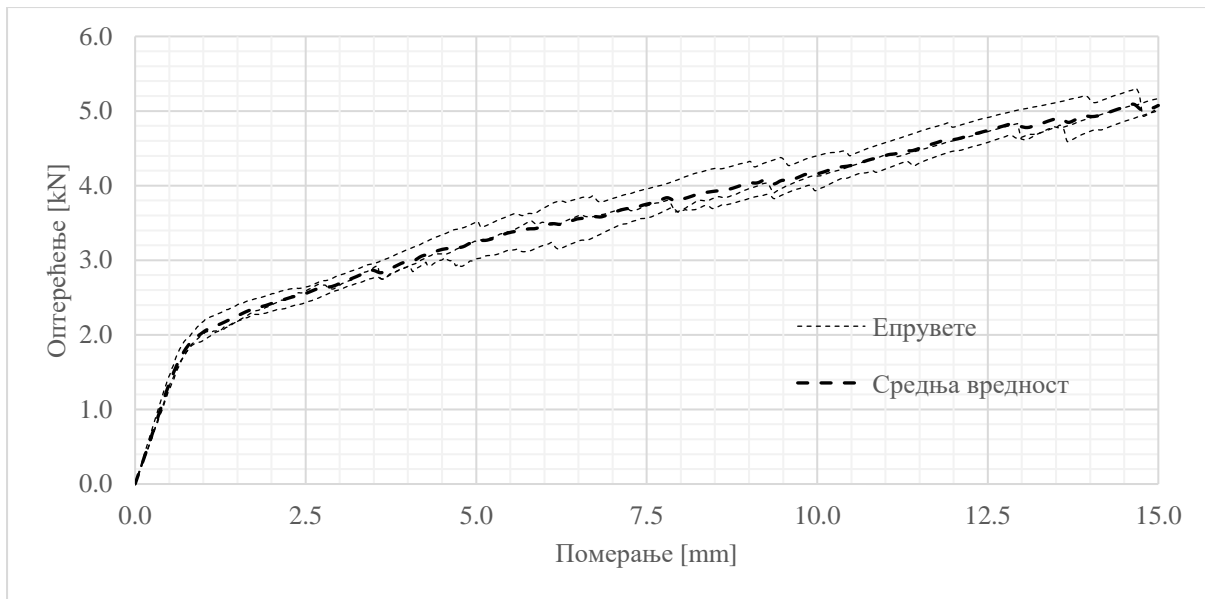


Слика 3-10. Испитивање понашања дрвета на притисак по омотачу рупе:
а) паралелно и б) управно на влакна

Испитано је укупно шест узорка, од тога три узорка на притисак паралелно влакнима и три узорка на притисак управно на влакна. Резултати су приказани на одговарајућим дијаграмима (Слика 3-11, Слика 3-12).



Слика 3-11. Испитивање понашања дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима;
Дијаграм оптерећење-померање



Слика 3-12. Испитивање понашања дрвета на притисак по омотачу рупе управно на влакна;
Дијаграм оптерећење-померање

На основу резултата мерења може се закључити да се понашање дрвета на притисак по омотачу рупе може поделити у две фазе. У првој фази, до појаве померања ≈ 1 mm, сила расте сразмерно померању, тако да је понашање линеарно. Након прве фазе настаје течење (друга, пластична фаза), у којој се јавља и ојачање.

Густина узорка је одређена пре испитивања на притисак по омотачу рупе, а влажност након испитивања. У сврху одређивања влажности су узорци сушени у сушници на 105°C до константне масе. Резултати су дати табеларно (Табела 3-2, Табела 3-3), засебно за узорке испитиване на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима и управно на влакна.

Табела 3-2. Одређивање густине и влажности узорка
за испитивање притиска по омотачу рупе паралелно влакнима

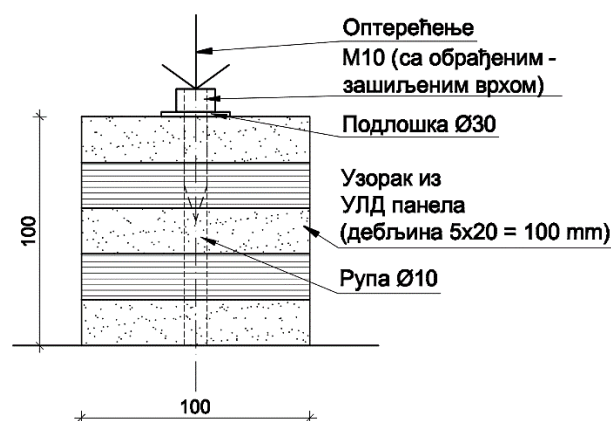
Величина [јединица]	Узорак 1	Узорак 2	Узорак 3	Средња вредност
Дужина [mm]	139,6	139,8	139,5	139,6
Ширина [mm]	98,2	98,0	98,3	98,2
Дебљина [mm]	18,8	18,9	18,9	18,9
Маса узорка [g]	100,5	102,8	102,3	101,9
Запремина [cm ³]	256	257	258	257
Густина [kg/m ³]	392	399	397	396
Маса после лома [g]	100,1	102,1	102,0	101,4
Маса после сушења [g]	89,5	91,5	91,2	90,7
Влажност [%]	10,6	10,4	10,6	10,5

Табела 3-3. Одређивање густине и влажности узорака за испитивање притиска по омотачу рупе управно на влакна

Величина [јединица]	Узорак 1	Узорак 2	Узорак 3	Средња вредност
Дужина [mm]	200,0	198,0	199,0	199,0
Ширина [mm]	98,0	98,1	98,2	98,1
Дебљина [mm]	18,7	18,8	18,9	18,8
Маса узорка [g]	144,4	143,8	147,8	145,3
Запремина [cm ³]	365	364	368	365
Густина [kg/m ³]	396	395	402	398
Маса после лома [g]	143,8	143,5	147,4	144,9
Маса после сушења [g]	129,0	128,2	132,0	129,7
Влажност [%]	10,3	10,7	10,4	10,5

3.2.2 Испитивање понашања УЛД панела на утискивање подлошке управно на влакна

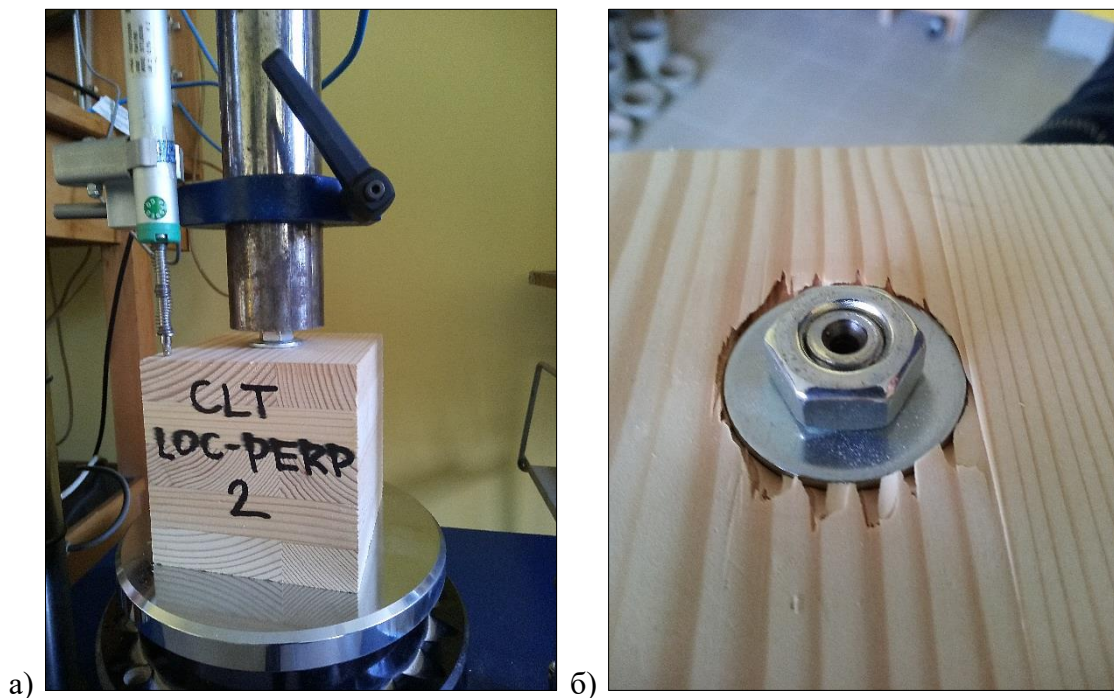
Поред карактеристика на притисак по омотачу рупе, за одређивање понашања везе је потребно и познавање понашања завртња при деловању силе чупања. При оваквом напрезању завртња се јављају две компоненте деформације: истезање завртња и утискивање подлошке у дрво управно на влакна, чији збир даје коначну деформацију завртња на чупање. Компонента која зависи од истезања завртња се добија као резултат нумеричког прорачуна, а компонента деформације која зависи од утискивања подлошке у дрво је одређена експериментално, на узорку који представља систем вијак-навртка-подлошка-УЛД панел (Слика 3-13).



Слика 3-13. Узорак за испитивање понашања УЛД панела на утискивање подлошке управно на влакна (коцка странице 100 mm)

Испитана су три узорка облика коцке странице 100 mm који су добијени исецањем из неоштећених делова УЛД панела након испитивања тестом смицања (поглавље 4). На узорку је избушена рупа $\text{\O}10$ mm за несметани улазак завртња током испитивања (Слика 3-13).

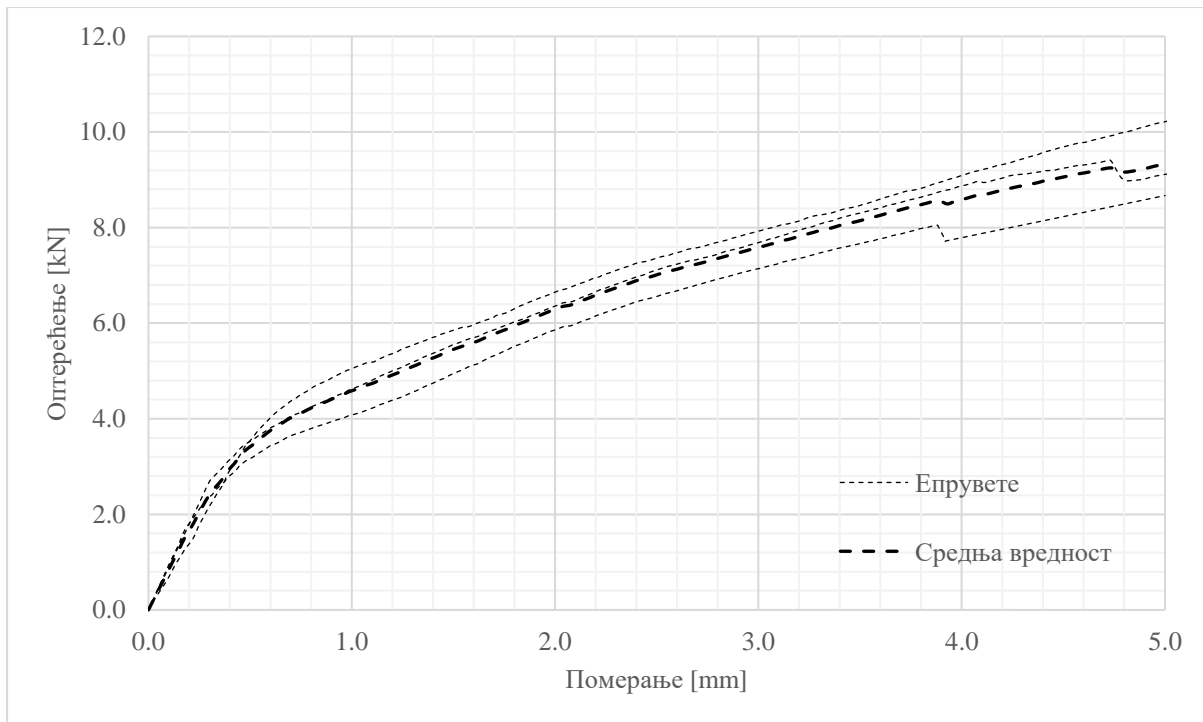
За оптерећивање узорка и мерење испитиваних величина је коришћена преса марке „Matest“, која је коришћена и код претходних испитивања. Испитивање је вршено до постигнутог утискивања подлошке у дрвени материјал од 5 mm (Слика 3-14).



Слика 3-14. Испитивање понашање УЛД панела на утискивање подлошке:
а) узорак у преси са инструментацијом, б) узорак након испитивања

Резултати испитивања су приказани на дијаграму (Слика 3-15). Може се закључити да постоји врло мало расипање резултата, што значи да и ово испитивање потврђује да је примењени материјал уједначених карактеристика.

Узорци за испитивање карактеристика УЛД панела на утискивање подлошке су добијени из неоштећених делова УЛД панела, а након испитивања тестом смицања можданика. Стога су густина и влажност су одређени за целе узорке УЛД панела, и резултати тих испитивања су приказани у поглављима 4.4 и 4.5.

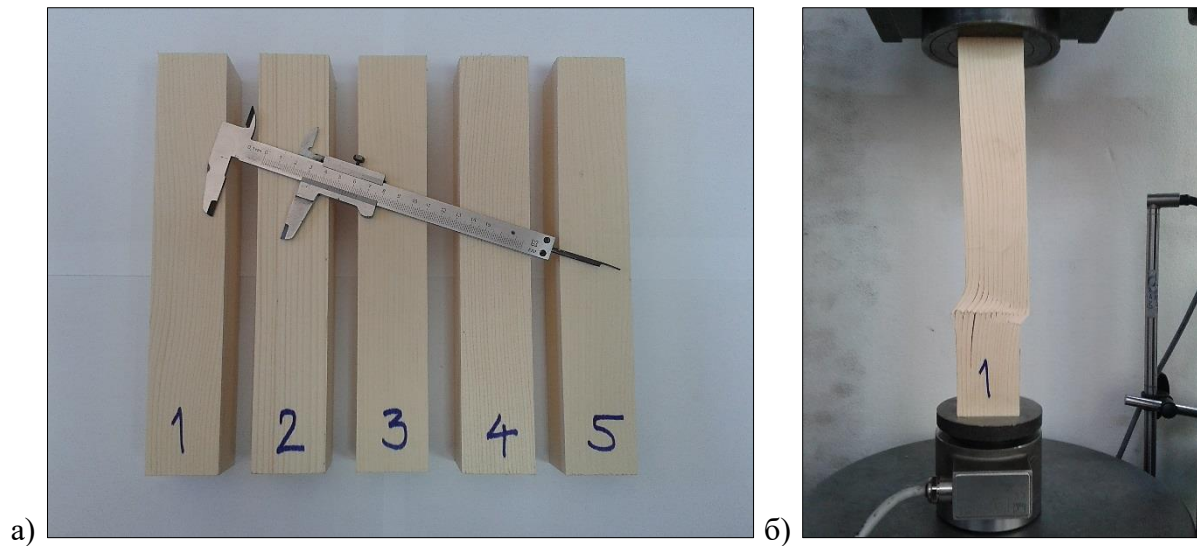


Слика 3-15. Дијаграм оптерећење-померање код испитивања понашања УЛД панела на утискивање подлошке

3.2.3 Испитивање чврстоће дрвета на притисак паралелно влакнима

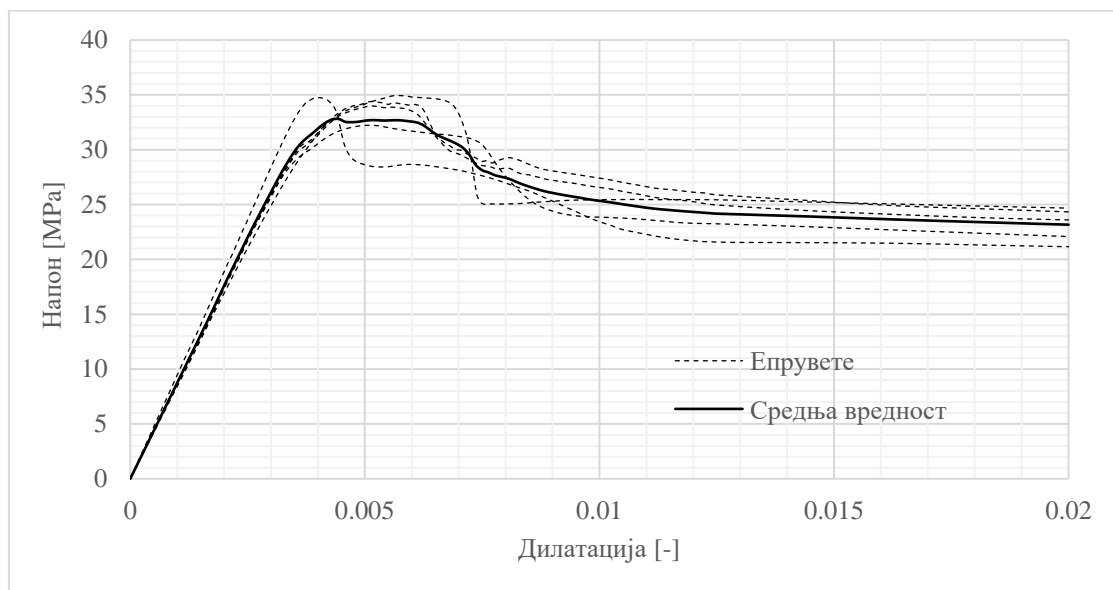
Површина којом тело вијка притиска материјал УЛД панела је цилиндричног облика, док је контактна површина између дрвета и елемента за ојачање равна. Због тога није могуће користити карактеристике дрвета на притисак по омотачу рупе за моделирање контакта дрвета и елемента за ојачање, већ је потребно испитати и чврстоћу дрвета на притисак. Елемент за ојачање у усвојеној диспозицији ојачаног можданика (поглавље 4.5) делује на дрво паралелно влакнима, тако да је и чврстоћа дрвета одређена за тај случај.

Испитивање је урађено на универзалној машини марке „Metrocom“, која је коришћена за испитивање челика на затезање. Испитивање је извршено на епруветама облика квадрa, димензија 45×45×270 mm, а у складу са одговарајућим стандардом (EN 408, 2010). Оптерећење се уноси у епрувету равномерно, преко горње и доње стране. На овај начин је испитано пет узорака (Слика 3-16).



Слика 3-16. Испитивање чврстоће дрвета на притисак паралелно влакнима:
а) епрувете, б) епрувета у преси након лома

Резултати испитивања карактеристика дрвета на притисак паралелно влакнима су приказани на дијаграму (Слика 3-17). На основу кривих добијених мерењем, одређена је средња вредност и приказана на истом дијаграму.



Слика 3-17. Експериментално добијени дијаграм напон-дилатација
за дрво напрегнуто паралелно влакнима

Непосредно пре испитивања чврстоће одређене су димензије узорака и измерена је маса, а након испитивања чврстоће је одређена влажност. Резултати за пет испитаних узорака су дати табеларно (Табела 3-4).

Табела 3-4. Одређивање густине и влажности узорака за испитивање чврстоће дрвета паралелно влакнима

Величина	Узорак 1	Узорак 2	Узорак 3	Узорак 4	Узорак 5	Средња вредност
Дужина [mm]	44,5	44,0	44,5	45,0	44,0	44,4
Ширина [mm]	44,5	45,0	44,2	44,5	44,5	44,5
Висина [mm]	269	269	268	269	268	269
Маса узорка [g]	219,9	225,4	211,0	249,8	210,7	223,4
Запремина [cm ³]	533	533	527	539	525	531
Густина [kg/m ³]	413	423	400	464	401	420
Маса после лома [g]	218,4	224,3	209,4	248,6	209,0	221,9
Маса после сушења [g]	197,6	203,6	188,8	224,7	188,3	200,6
Влажност [%]	9,5	9,2	9,8	9,6	9,9	9,6

Вредности густине и влажности дрвета су сагласне са вредностима добијеним испитивањем узорака за одређивање карактеристика на притисак по омотачу рупе, што потврђује чињеницу да су сви узорци израђени од дрвета уједначених карактеристика.

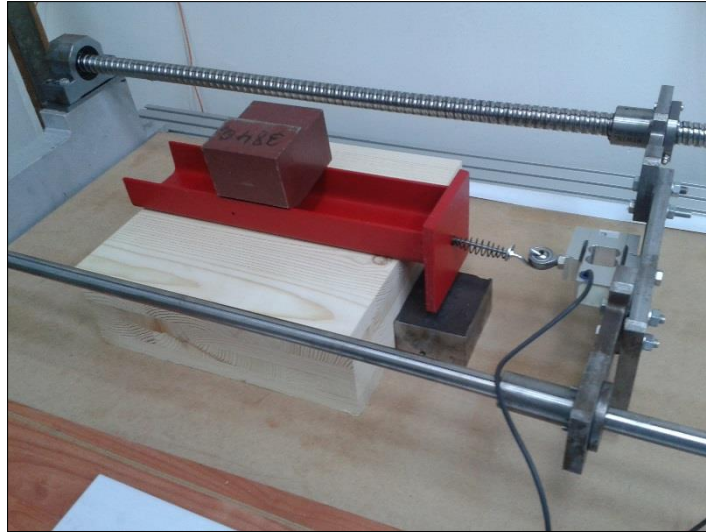
Имајући у виду спроведена испитивања дрвета, може се извести закључак да је дрво материјал сложених карактеристика. Дрво има влакнасту структуру, одакле потиче његово анизотропно понашање. Поред тога оно је и нелинеаран, еластопластичан материјал. Све ове карактеристике се директно одражавају и на моделирање можданика за спрезање челика и УЛД панела.

3.3 Испитивање коефицијента трења између челика и УЛД панела

Трење између челичног профила и УЛД панела утиче на носивост разматраног можданика услед ефекта ужета (енгл. *rope effect*) који се јавља приликом деформације веза остварених завртњем и изазива притисак у клизној равни и појаву динамичког трења. Стога је коефицијент динамичког трења битан параметар за описивање понашања везе, и прорачун њене носивости и крутости.

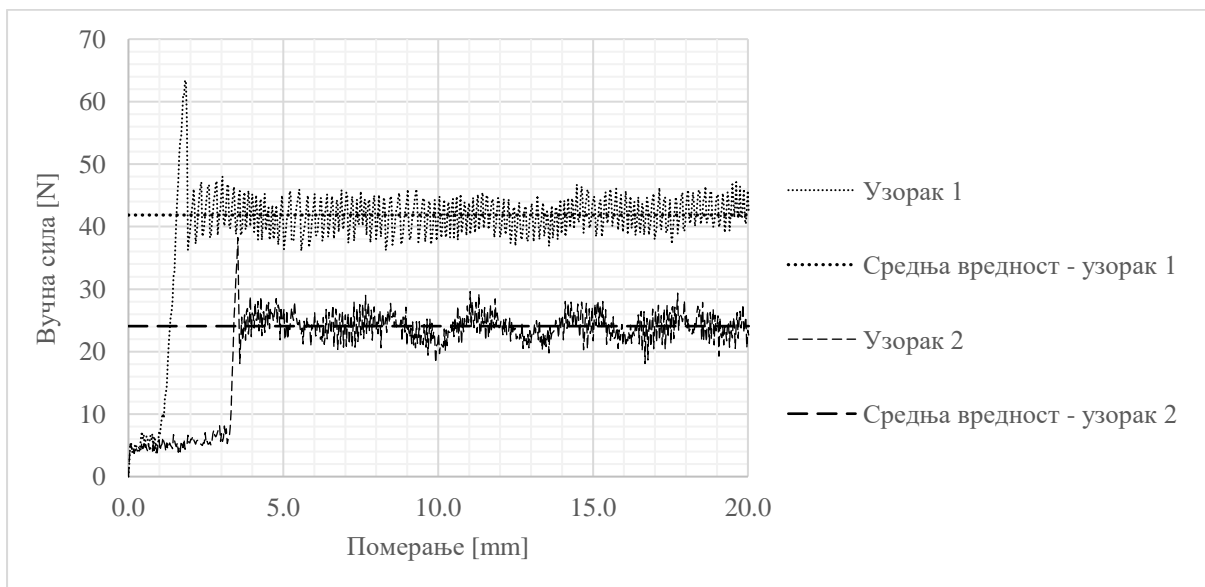
Испитивање коефицијента трења је урађено на Машинском факултету у Нишу, у Лабораторији за машинске конструкције. Коришћена је апаратура која је наменски конструисана за испитивање коефицијента трења (Слика 3-18). Највећа сила коју уређај може да делује на узорак је 500 N, тачност мерења 1%, а брзина хода 5 mm/min. Узорци на којима су испитиване вредности коефицијента трења су челични хладнообликовани профили и УЛД панели припремљени за испитивање можданика тестом смицања.

Површина УЛД панела је машински углачана, а површине челичних профила су углачане и бојене акрилном бојом. У циљу варирања интензитета силе трења, варирана је нормална сила постављањем тегова различитих маса. Притом је мерена вучна сила током померања (клизања) челичног профила преко УЛД панела.

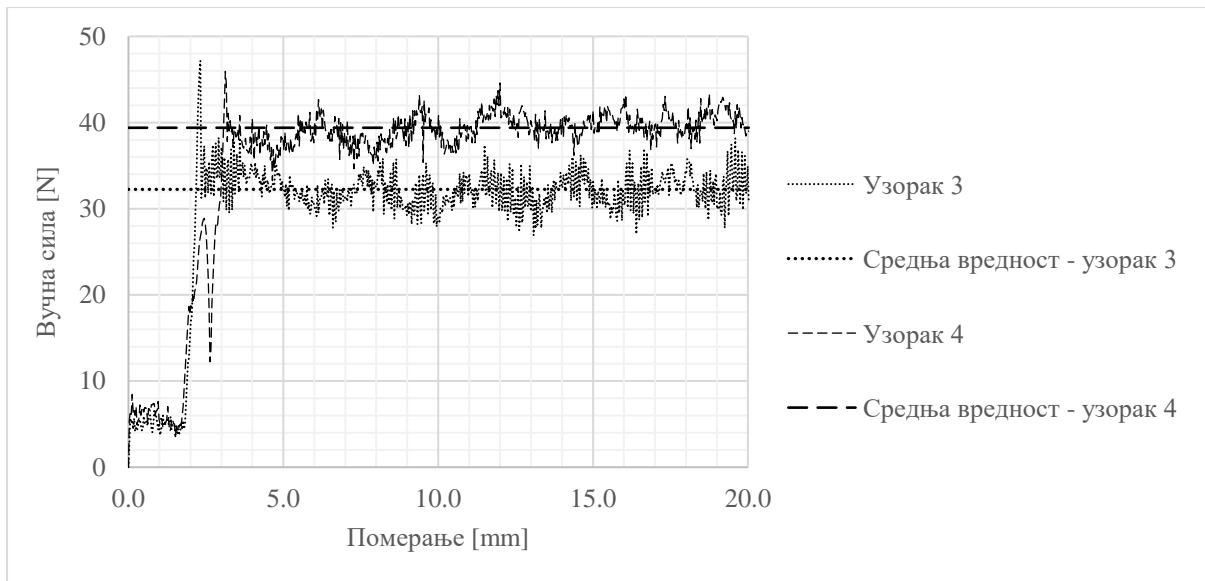


Слика 3-18. Узорак и апаратура за испитивање коефицијента трења између челичног профила и УЛД панела

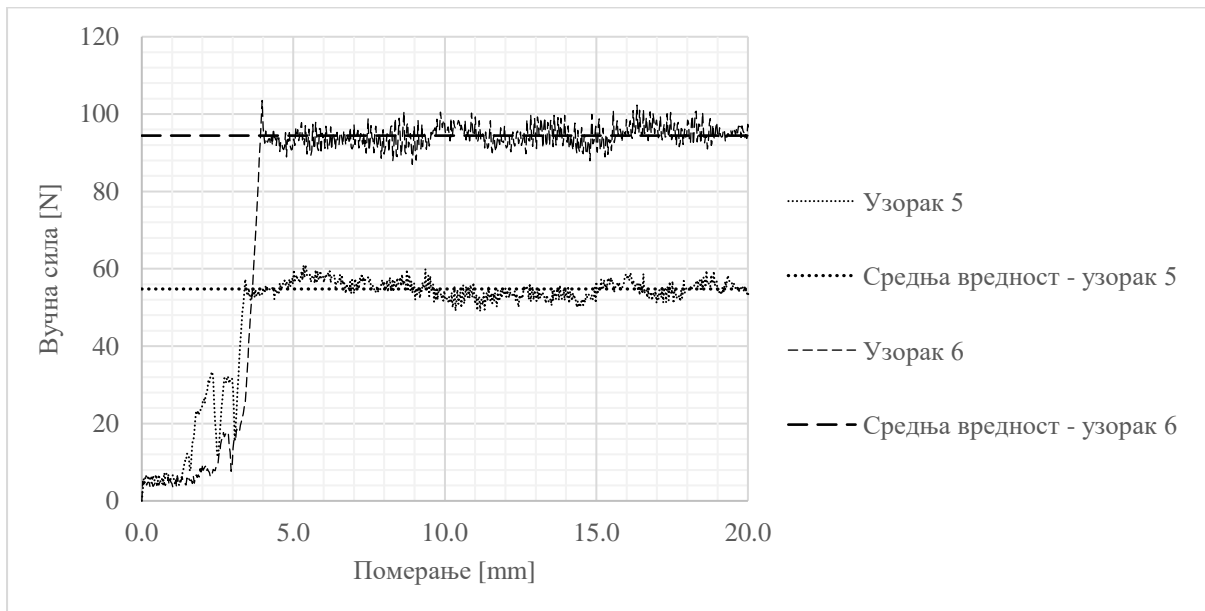
Резултати испитивања су приказани на дијаграмима (Слика 3-19, Слика 3-20, Слика 3-21) са којих се очитавају подаци приказани у табели (Табела 3-5). Меродавна вредност силе трења је узета као средња вредност измерене силе у опсегу померања од 5 до 20 mm, чиме је елиминисан утицај статичког трења.



Слика 3-19. Дијаграми вучна сила-померање за узорак 1 и 2



Слика 3-20. Дијаграми вучна сила-померање за узорак 3 и 4



Слика 3-21. Дијаграми вучна сила-померање за узорак 5 и 6

Табела 3-5. Резултати испитивања коефицијента трења између челичног профила у УЛД панела

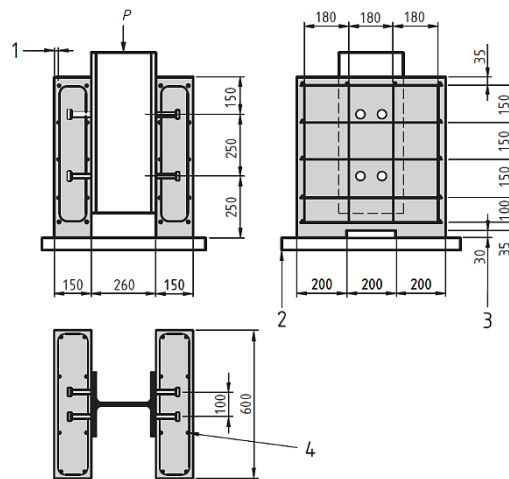
Величина	Узорак 1	Узорак 2	Узорак 3	Узорак 4	Узорак 5	Узорак 6
Маса челичног профила [g]	2347	2355	2355	2338	2338	2338
Маса тегова [g]	11076	7236	11076	7236	11076	19384
Укупна тежина [N]	131,7	94,1	131,8	93,9	131,6	213,1
Вучна сила [N]	41,9	24,1	32,2	39,4	54,8	94,4
Коефицијент трења [-]	0,318	0,256	0,244	0,420	0,416	0,443
Средња вредност коефицијента трења [-]	0,350					

4 ЛАБОРАТОРИЈСКО ИСПИТИВАЊЕ НОСИВОСТИ И КРУТОСТИ МОЖДАНИКА ЗА СПРЕЗАЊЕ ЧЕЛИЧНОГ ПРОФИЛА И УЛД ПАНЕЛА

Испитивање носивости и крутости можданика за спрезање челика и УЛД панела је урађено тестом смицања можданика (енгл. *push-out test*). Назив овог теста се односи на све лабораторијске тестове у којима се смицањем одређују параметри носивости и померљивости веза остварених завртњевима, ексерима и другим спојним средствима.

4.1 Тест смицања можданика

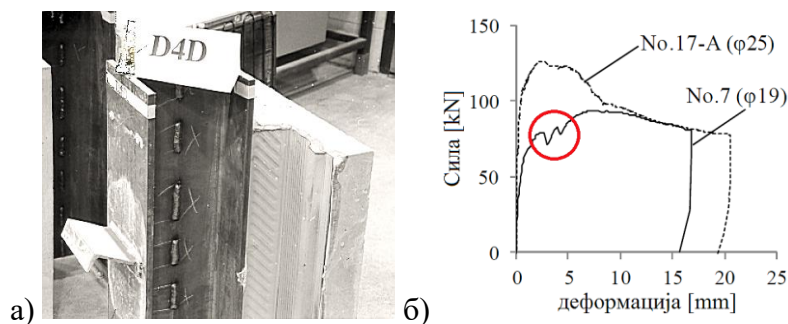
Карактеристике можданика применом расположивих стандарда није могуће одредити у великом броју случајева, тако да оне морају бити одређене лабораторијским испитивањима. Облик и димензије узорака за испитивање су дати само стандардом Еврокод 4 који се односи на спрегнуте конструкције типа челик-бетон (EN 1994-1-1, 2004). Испитивање можданика за спрезање челика и бетона се најчешће изводи на узорцима који се састоје из две бетонске плоче и челичног профила између њих (Слика 4-1), тако да узорак садржи две клизне равни. На основу диспозиције теста за испитивање можданика за спрезање челика и бетона се аналогно може направити и диспозиција узорка за испитивање можданика за спрезање челика и УЛД панела, или за спрезање било којих материјала. Због постојања симетрије у односу на две управне равни, овакви узорци и тестови су названи симетричним.



Слика 4-1. Узорак за стандардни тест смицања можданика према Еврокоду 4 (EN 1994-1-1, 2004)

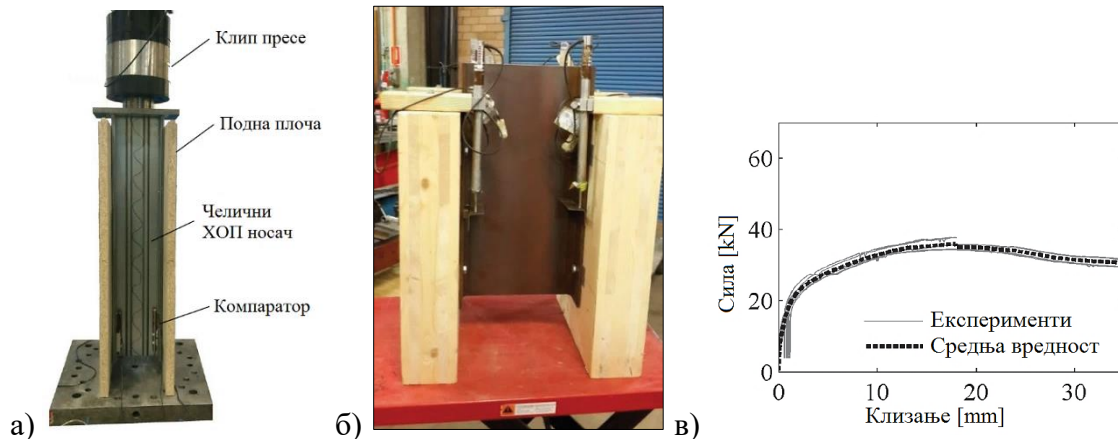
Симетрични тест смицања је за потребе испитивања можданика најчешће коришћен (Chybiński & Polus, 2019; Rad, Weinand, & Burton, 2019; Chiniforush, Valipour, Bradford, & Akbarnezhad, 2019; Yang, Li, Lorenzo, Ashraf, & Sun, 2020; Vella, Gardner, & Buhagiar, 2020). Једноставан је за примену, јер се линија силе која се наноси на узорак поклапа са осовином узорка (осом симетрије) (Слика 4-1), тако да нема ексцентрицитета оптерећења у односу на ту осу. Узорак је током испитивања стабилан и нема потребе за допунским елементима који би служили за обезбеђивање стабилности, већ је довољно да лежи на равnoj подлози.

Један од недостатака симетричног теста смицања је то што се, због имперфекција, оптерећење током испитивања не распоређује равномерно на све можданике. Стога се код испитивања можданика типа дрво-бетон и челик-бетон дешава да откази можданика не наступе у истом тренутку са обе стране узорка (Слика 4-2а). На дијаграму зависности између силе и деформације (Слика 4-2б) се то манифестује у виду два или више узастопних наглих падова регистроване силе на преси.



Слика 4-2. Лом везе код симетричног теста смицања можданика: а) узорак након лома (Pashan, 2006), б) дијаграм зависности између силе и померања (Horita, Tagawa, & Asada, 2012) – означена су места парцијалних отказа можданика

За потребе испитивања можданика за спрезање челичних профила и дрвених панела (УЛД, иверица), најчешће је примењиван симетрични тест (Hassanieh, 2017; Kyvelou, 2017) (Слика 4-3). Супротно понашању можданика код којих су плоче израђене од бетона, понашање можданика типа челик-дрво је дуктилно, што значи да се на дијаграму оптерећење-клизање не јављају нагле промене (Слика 4-3в). Међутим, и даље постоји (у већој или мањој мери) неравномерна расподела сила на коју се не може утицати.



Слика 4-3. Симетрични тест смицања можданика:

а) челични танкозидни носач и плоче од иверице дебљине 38 mm (Kyvelou, 2017),
 б-в) челични ваљани профил и УЛД плоче – узорак и дијаграм зависности између силе и клизања (Hassanieh, 2017)

Смичућа сила коју преноси један можданик се одређује дељењем укупне силе којој преса делује на узорак бројем можданика, под претпоставком да се укупна сила расподељује равномерно. Ова претпоставка је тачна само у случају потпуно једнаког понашања свих можданика у склопу, што у пракси никад није случај. Клизање између спрегнутих елемената, односно, клизање можданика, се мери са обе стране (Слика 4-3б), помоћу четири угибомера (на свакој страни по два), и приликом обраде резултата се одређује њихова средња вредност.

4.2 Асиметрични тест смицања можданика

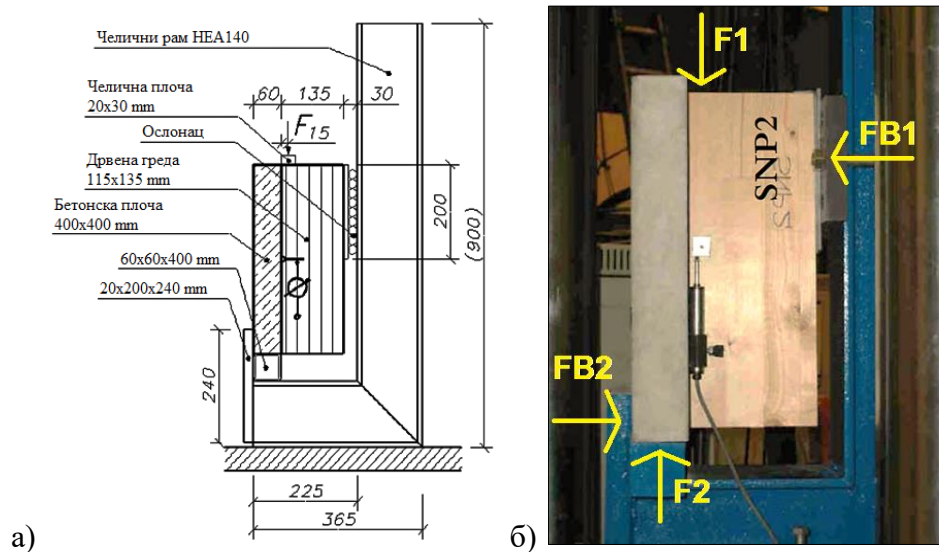
Неки од недостатака симетричног теста смицања се могу елиминисати применом асиметричног теста, односно, испитивањем можданика на узорцима са само једном смичућом равни. Такви тестови могу да буду са једном равни симетрије или без симетрије и због тога се називају асиметричним. Погодност оваквог типа теста је то што имају само једну клизну равн, што значи да је број можданика упола мањи него код

симетричног теста. Клизање можданика се мери помоћу два угибомера уместо четири. Узорци за асиметрични тест смицања имају мању масу, јефтинији су и брже се израђују од симетричних, али су и поред тога ретко коришћени услед недовољног познавања механизма преноса сила кроз узорак и теста у целини (Deam, Fragiaco, & Buchanan, 2008; Lukaszewska, 2009; Khorsandnia, Valipour, & Crews, 2012; Crocetti, Sartori, & Tomasi, 2014; Djoubissie, Messan, Fournely, & Bouchair, 2018).

За разлику од симетричног узорка који је стабилан током испитивања, асиметрични узорак углавном није. Стабилност узорка се обезбеђује посебно конструисаним рамом за испитивање у који се он смешта и причвршћује. У току испитивања рам пружа ослонац узорку преко основе и бочно. У зависности од дела узорка који је бочно придржан (део на који делују бочне силе) разликују се:

- асиметрични тест са бочним придржањем покретног дела узорка,
- асиметрични тест са бочним придржањем непокретног дела узорка.

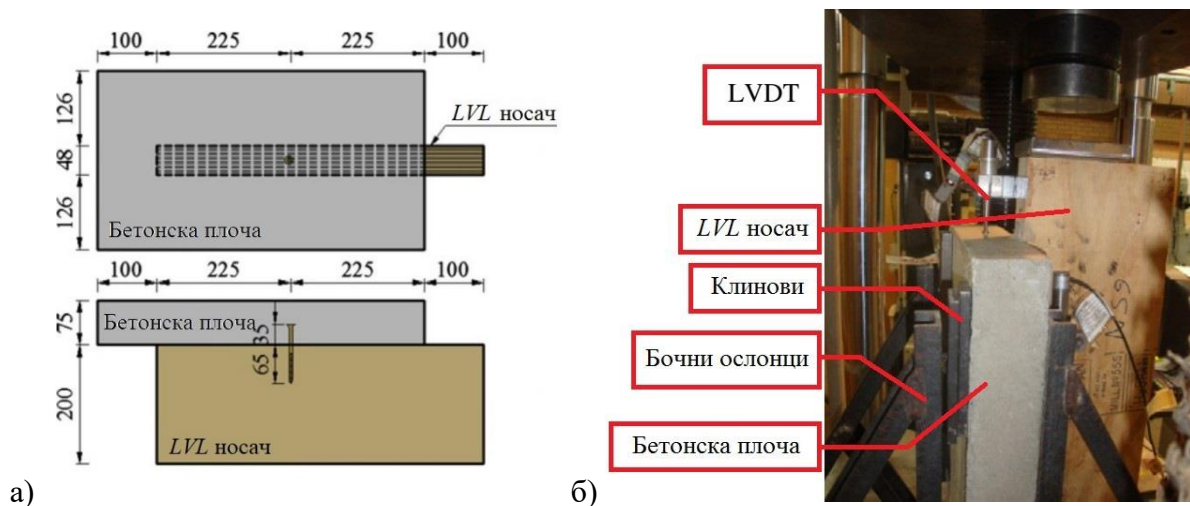
Типична диспозиција испитивања асиметричним тестом смицања са бочним придржањем покретног дела је приказана на следећој слици (Слика 4-4). На узорак делује оптерећење од пресе ($F1$), а отпор базног ослонаца делује силом једнаког интензитета ($F2$) у супротном смеру. Силе $F1$ и $F2$ не леже на истој нападној линији и стога се јавља момент који изазива претурање узорка. Тај момент уравнотежава пар сила $FB1$ и $FB2$. Сила $FB1$ делује на покретни део узорка посредством постављених ваљака, а непокретни бочни ослонац у доњем делу узорка делује силом $FB2$ на непокретни део.



Слика 4-4. Асиметрични тест смицања можданика са бочним придржањем покретног дела узорка (Lukaszewska, 2009): а) диспозиција, б) експеримент

Испитивањем можданика помоћу асиметричног теста смицања се добијају нешто веће вредности носивости и модула клизања, него испитивањем помоћу симетричних тестова (Van der Linden, 1999). То се дешава из разлога што хоризонталне силе $FB1$ и $FB2$ изазивају напоне притиска у клизној равни и, као последицу, силу трења која привидно повећава носивост и крутост можданика. Група аутора (Lukaszewska, Johnsson, & Fragiacomо, 2008; Lukaszewska, 2009) је у свом експерименталном истраживању усвојила диспозицију узорка (Слика 4-4) и, уз претпостављен коефицијент трења између дрвета и бетона $\mu = 0,62$, добила вредности силе у преси за око 10% веће од вредности носивости и крутости добијених применом симетричног теста. На основу тога произилази да се повећање носивости и крутости мора процењивати за сваки појединачни случај, у зависности од примењених материјала, обраде контактних површина и диспозиције узорка за испитивање.

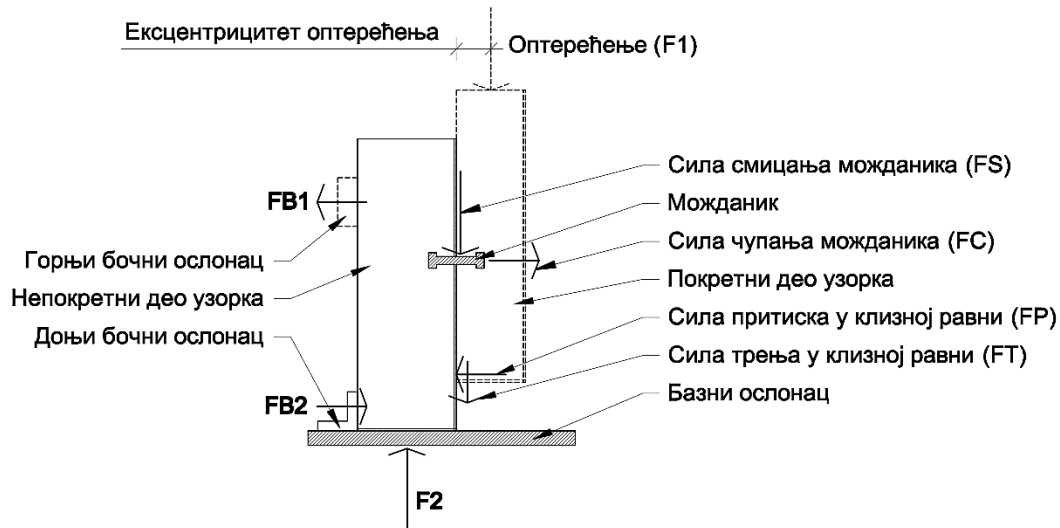
Сложеност израде рама за испитивање и примена постављених ваљака за бочно придржање покретног дела узорка се може избећи уколико бочне силе, уместо на покретни део, делују на непокретни део узорка (Aicher, Hirsch, & Christian, 2016; Cao, Xiong, Wang, & Chen, 2020). У овом случају бочни ослонац није потребно изводити као покретан у правцу деловања оптерећења, већ може бити фиксни. На следећој слици (Слика 4-5) је приказано испитивање можданика за спрезање ламелираног фурнира (енгл. *Laminated Veneer Lumber – LVL*) и бетонске плоче, изведене завртњем.



Слика 4-5. Асиметрични тест смицања везе са бочним придржањем непокретног дела (Khorsandnia, Valipour, & Crews, 2012): а) узорак, б) експеримент

Осим поједностављења система бочног ослањања, асиметрични тест са бочним придржањем непокретног дела узорка има предности и недостатке аналогне тесту са

бочним придржањем покретног дела, јер и код њега постоји проблем са ексцентрицитетом оптерећења и повећањем носивости и крутости можданика. На следећој слици (Слика 4-6) је приказана диспозиција узорка за асиметрични тест смицања. На диспозицији су приказане силе које делују на узорак, као и силе којима покретни део узорка делује на непокретни.



Слика 4-6. Диспозиција узорка за асиметрични тест смицања можданика са силама које делују на њега

Систем спољашњих сила које делују на асиметрични узорак са бочним придржањем непокретног дела је аналоган систему сила које делују на узорак са бочним придржањем покретног дела (Слика 4-4б). Једина разлика је у томе што сила $FB1$ делује на непокретни уместо на покретни део, тако да се као последица њеног деловања не јавља притисак у клизној равни.

Покретни део узорка је конзола укљештена у непокретни део узорка. Оптерећење од пресе ($F1$) ексцентрично делује у односу на клизну раван. Услед ексцентрицитета настаје момент који се разлаже на две силе једнаких интензитета: силу чупања можданика (FC) и силу притиска у клизној равни (FP). Сила FP је резултанта притиска у клизној равни и њен положај се не може једноставно одредити. Као последица деловања силе FP , активира се трење у клизној равни и настаје сила FT . На претходној слици (Слика 4-6) је та сила приказана са смером на доле, јер је то смер деловања покретног дела узорка на непокретни део.

Из претходног следи да се део оптерећења од пресе ($F1$) преноси на смицање можданика (FS), а део оптерећења одлази на савладавање силе трења. То значи да, као и у случају асиметричног теста са бочним придржањем покретног дела, постоји сила

трења која привидно повећава носивост и крутост можданика током испитивања. У случају да ексцентрицитета оптерећења нема, негативан ефекат појаве паразитских сила у клизној равни се губи. Због тога је важно смањити ексцентрицитет на најмању могућу меру.

Повећање носивости и крутости услед паразитских сила се може смањити тако што се смањи сила трења на контакту између два материјала. То се може извести на два начина:

- смањењем коефицијента трења у клизној равни,
- смањењем интензитета бочне силе притиска.

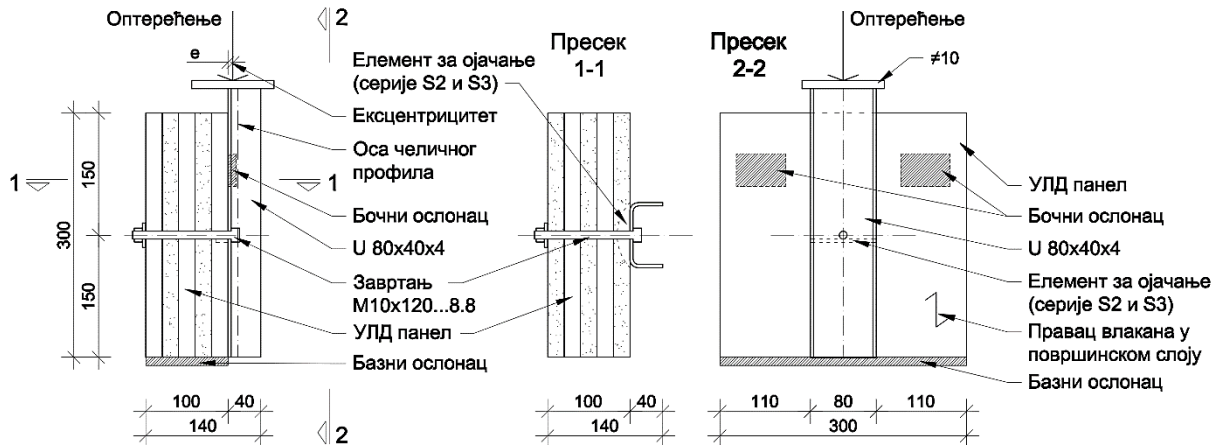
Смањење коефицијента трења се постиже финијом површинском обрадом материјала на контакту, фолијама и разним премазима. Смањење интензитета бочне силе се постиже смањењем ексцентрицитета оптерећења од пресе или повећањем крака бочних сила, односно, повећањем висине узорка.

4.3 Усвојени метод испитивања можданика

За потребе испитивања можданика за спрезање челичног профила и УЛД панела у овом истраживању је изабран асиметрични тест смицања са бочним придржањем непокретног дела узорка. Тај тип теста је изабран због ограниченог капацитета примењене пресе, као и једноставније конструкције узорка и мерне опреме. Смањење утицаја бочних сила је постигнуто тако што је трење сведено на минимум, глачањем и бојењем површине челичног профила акрилном бојом, и глачањем површине УЛД панела која је у контакту са челичним профилем. Такође, нумеричком анализом је одређивано понашање профила са променом ексцентрицитета оптерећења којим преса делује на узорак, и усвојено је оптимално решење.

Диспозиција узорка за испитивање можданика је приказана на следећој слици (Слика 4-7). Покретни део узорка је профил НОР [80×40×4, израђен од челичног лима класе S275. За уношење оптерећења у узорак је на врху профила заварена чеона плоча израђена од челичног лима $\neq 100 \times 100 \times 10$ mm. Непокретни део узорка је УЛД панел димензија 300×300×100 mm, израђен од пет слојева дрвета Европске смрче (лат. *Picea Abies*), дебљине 20 mm и класе C24 (EN 338, 2009). Веза између челичног профила и УЛД панела је остварена завртњем M10×120, класе чврстоће 8.8 (SRPS EN ISO 4014, 2012). Навртка се налази на страни УЛД панела наспрамној челичном профилу, како

завртањ не би био оптерећен смицањем у зони навоја. Између навртке и површине УЛД панела је уграђена широка подлошка М10, пречника 30 mm (SRPS EN ISO 7093-1, 2009). Израђене су три серије од по шест узорака. Прва серија (S1) је контролна, односно без елемента за ојачање. Код серија S2 и S3 су укључени и елементи за ојачање, од челика S235 и S275, редом.



Слика 4-7. Диспозиција усвојеног асиметричног теста смицања можданика са бочним придржањем непокретног дела (УЛД панела)

4.3.1 Одређивање најповољнијег положаја узорка у преси

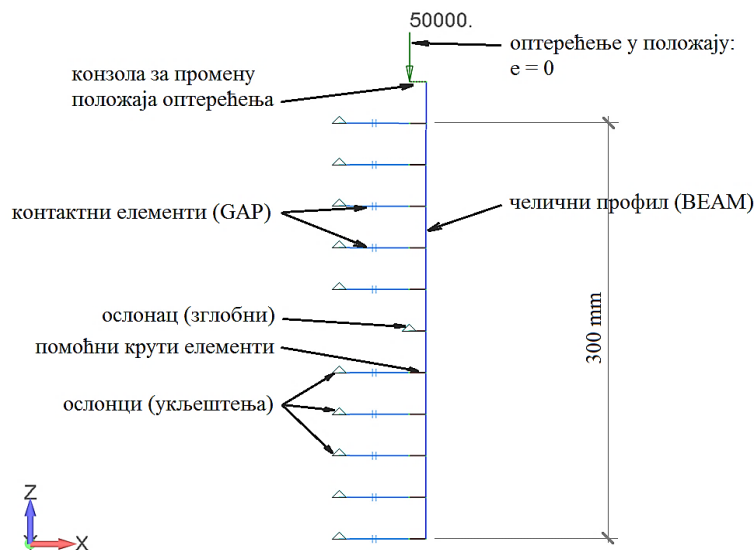
Да би се омогућио несметани рад пресе за оптерећивање узорка током испитивања, неопходно је обезбедити да сила којом преса притиска узорак (оптерећење) буде увек на истој вертикали, односно да се врх профила не помера у хоризонталном правцу. Уколико би оптерећење током испитивања мењало положај, јављала би се паразитска бочна сила која би деловала на клип пресе и постојала би опасност од оштећивања конструкције пресе која није предвиђена за пријем хоризонталних сила.

Промена положаја оптерећења настаје као последица постојања ексцентрицитета у односу на подужну осу профила. Екцентрицитет изазива савијање челичног профила, и хоризонтално померање и обртање чеоне плоче током испитивања, које може бити двосмерно. За одређену вредност ексцентрицитета оптерећења нема хоризонтално померања чеоне плоче, и овај услов је искоришћен за одређивање најповољнијег положаја узорка у преси.

За потребе анализе положаја оптерећења, израђен је упрошћени прорачунски модел узорка за испитивање можданика у софтверу *FEMAP with NX NASTRAN v11.0.1* (FEMAP with NX NASTRAN Software documentation, 2016; NX Nastran User's Guide,

2016). Челични профил је моделиран коначним елементима (КЕ) типа греде (*BEAM*) (Слика 4-8). Контакт челичног профила и УЛД плоче је представљен помоћу КЕ типа *GAP* који преносе напон притиска, али не и напон затезања.

КЕ челичног профила (*BEAM*) су моделирани дуж осе профила, док се контакт профила и УЛД панела остварује преко клизне равни која је удаљена од осе профила за 12 mm. Стога су моделирани помоћни гредни крути КЕ за везу између претходне две групе КЕ. Интензитет оптерећења је усвојен на основу капацитета примењене пресе за испитивање ($F = 50 \text{ kN}$).

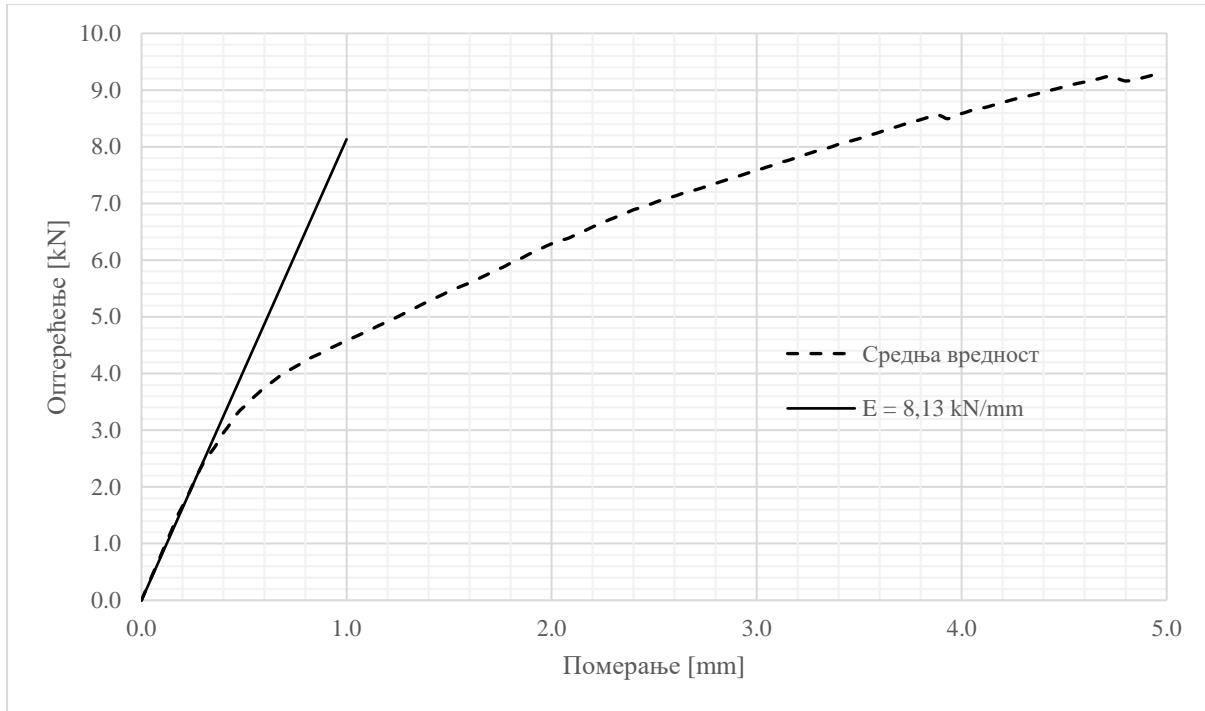


Слика 4-8. Линијски модел узорка за испитивање можданика за утврђивање најповољнијег ексцентрицитета

Крутост контактних КЕ је процењена на основу резултата добијених приликом испитивања понашања дрвета на утискивање подлошке (поглавље 3.2.2). Челични профил притиска УЛД панел управно на влакна, као и подлошка, само различитом површином. Применом аналогије, крутост контактних КЕ је добијена скалирањем почетног модула еластичности који је одређен са дијаграма (Слика 4-9):

$$C = E * A_{\text{kontakt}} / A_{\text{podloška}} \quad (4-1)$$

где су: E – почетни модул еластичности система подлошка-УЛД панел, одређен са дијаграма (Слика 4-9) ($E = 8,13 \text{ kN/mm}$), A_{kontakt} – припадајућа површина једног контактнег елемента ($A_{\text{kontakt}} = 30 * 80 = 2400 \text{ mm}^2$), $A_{\text{podloška}}$ – површина којом подлошка притиска дрво ($A_{\text{podloška}} = 620 \text{ mm}^2$).



Слика 4-9. Одређивање почетног модула еластичности система подлошка-УЛД панел (из поглавља 3.2.2)

Заменом претходних величина у израз (4-1), добијен је модул крутости контактнoг (*GAP*) КЕ:

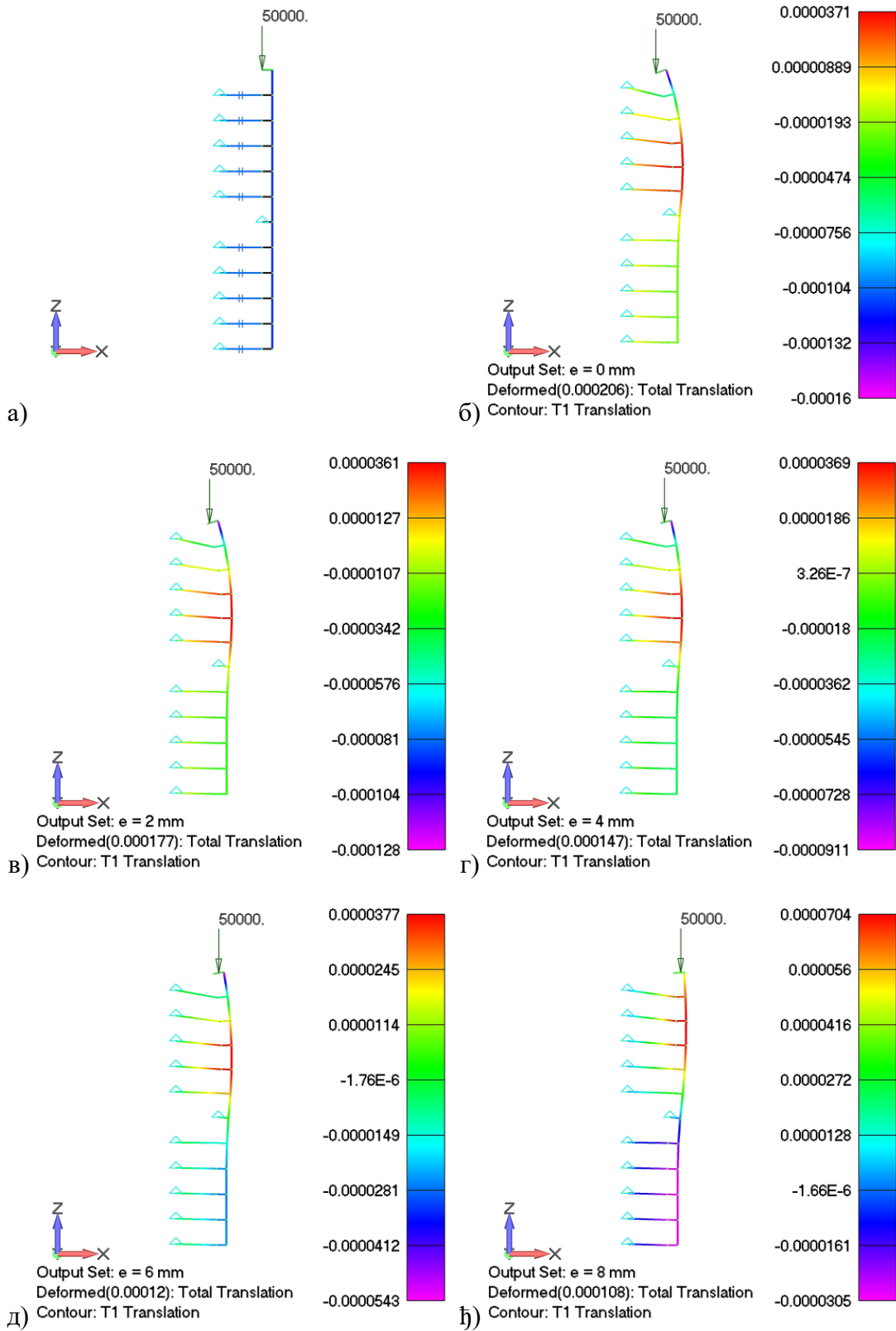
$$C = 8,13 * 2400/620 * 1000000 = 3,10 * 10^9 \text{ N/m} \quad (4-2)$$

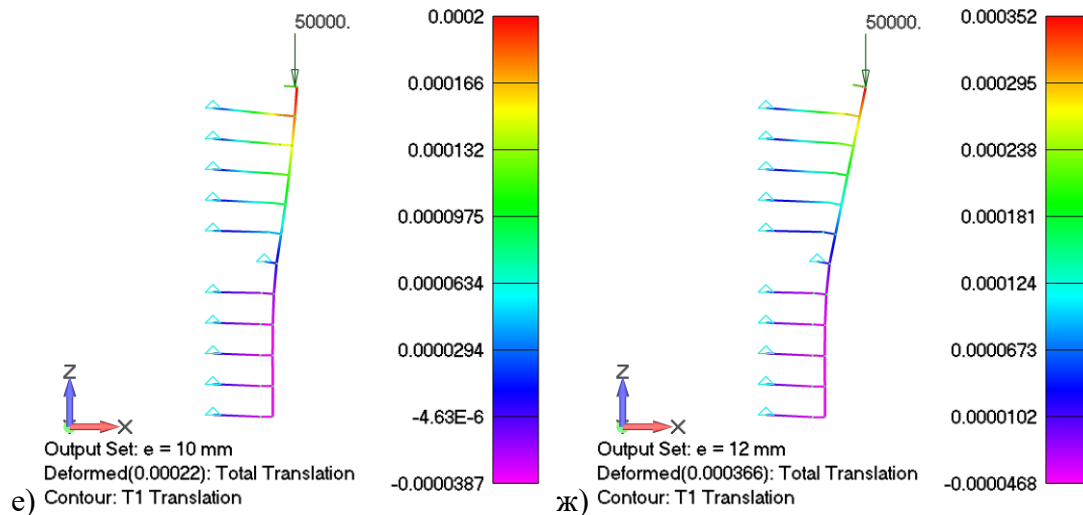
У следећој табели (Табела 4-1) су побројани КЕ примењени у моделу и дате су њихове карактеристике.

Табела 4-1. Карактеристике КЕ у линијском моделу

Елемент	Тип	Материјал	Карактеристике
Челични профил НОР [80×40×4	<i>BEAM</i>	Челик	$E = 200 \text{ GPa}$
Контактни елемент	<i>GAP</i>	-	$C = 3,10 * 10^9 \text{ N/m}$
Крути елемент	<i>BEAM</i>	-	$E = 10^{20} \text{ Pa}$, $\blacksquare 2 \times 2 \text{ mm}$, $A = 4 \text{ mm}^2$

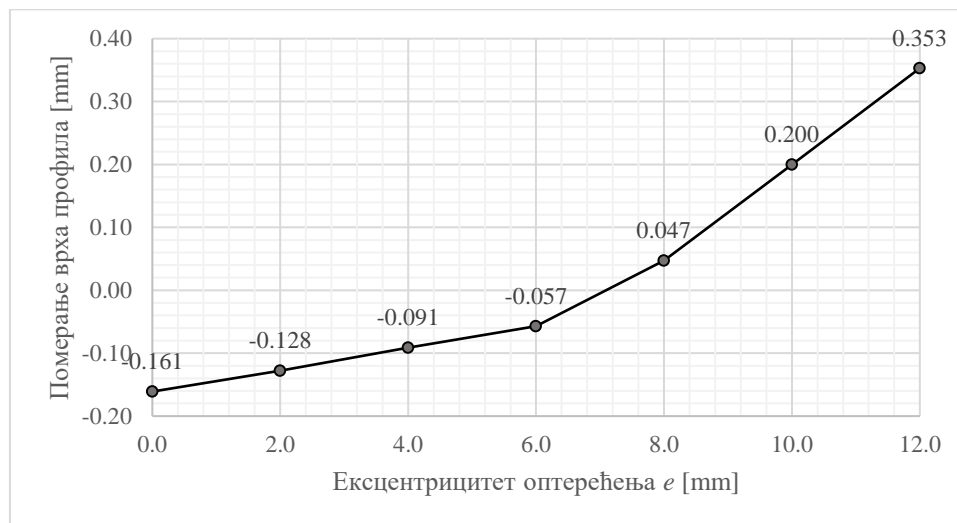
За анализу модела је коришћена нелинеарна статичка анализа (SOL 106) (FEMAP with NX NASTRAN Software documentation, 2016) због постојања нелинеарних *GAP* КЕ. На следећим контурним приказима (Слика 4-10) су дати резултати анализа за различите положаје (ексцентрицитете) оптерећења. Ексцентрицитет је вариран у границама $e = 0 - 12 \text{ mm}$, са кораком 2 mm .





Слика 4-10. Резултати анализе модела за одређивање најповољнијег ексцентрицитета.
 Контурни прикази хоризонталних померања за различите величине ексцентрицитета оптерећења:
 а) недеформисани модел, б) $e = 0$, в) $e = 2$ mm, г) $e = 4$ mm, д) $e = 6$ mm, е) $e = 8$ mm, ж) $e = 10$ mm, з) $e = 12$ mm

На основу контурних резултата нумеричке анализе су очитане вредности померања врха профила у зависности од ексцентрицитета оптерећења и добијен је следећи дијаграм (Слика 4-11).

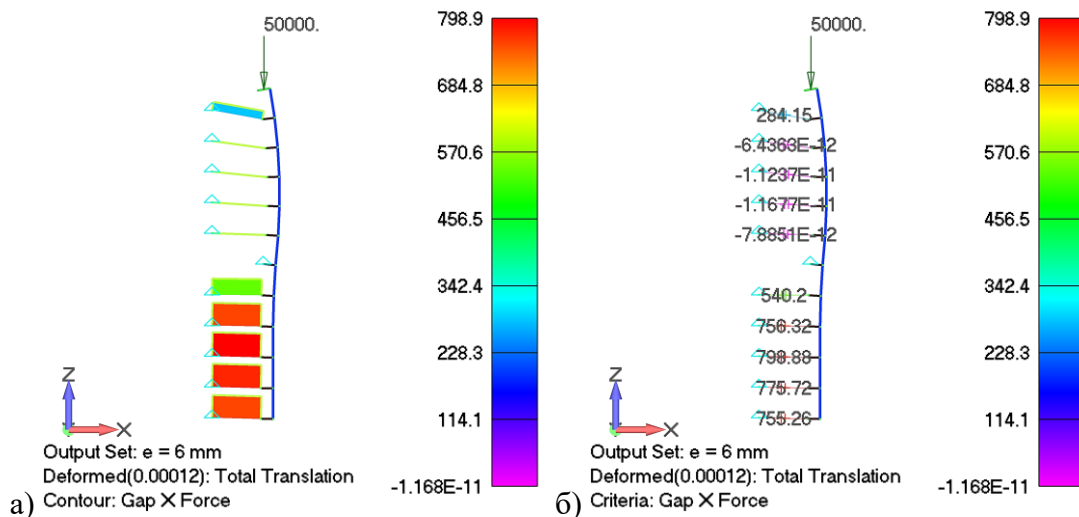


Слика 4-11. Зависност између померања врха челичног профила и ексцентрицитета оптерећења

Увидом у дијаграм (Слика 4-11) се може закључити да се део челичног профила изнад завртња одваја од УЛД панела уколико је величина ексцентрицитета већа од 6 mm, а остаје у контакту са панелом уколико је ексцентрицитет мањи од тога. Врх профила са чеоном плочом се креће по вертикали током испитивања уколико ексцентрицитет има вредност која је између 6 и 8 mm. Стога се вредност $e = 6$ mm и усваја за експерименталну анализу.

4.3.2 Одређивање повећања носивости можданика услед трења у клизној равни

За усвојени ексцентрицитет оптерећења је урађена анализа паразитског утицаја трења у клизној равни на повећање носивости можданика. На следећој слици (Слика 4-12) су приказани контурни прикази сила притиска у контактним (*GAP*) КЕ између челичног профила и УЛД панела. Контакт између челичног профила и УЛД панела се остварује у областима где постоје силе у контактним КЕ, односно, у КЕ испод завртња (доња половина модела) и у контактном (*GAP*) КЕ на врху. У осталим деловима клизне равни не постоје силе у контактним КЕ, тј. јавља се одвајање челичног профила од УЛД панела.



Слика 4-12. Расподела сила у контактним КЕ при ексцентрицитету $e = 6 \text{ mm}$ (позитивне вредности означавају притисак): а) дијаграм, б) вредности

Укупна нормална сила притиска у клизној равни (FP) је збир сила у контактним (*GAP*) КЕ (Слика 4-12б):

$$FP = \sum X_{GAP} = 3910 \text{ N} \quad (4-3)$$

где су X_{GAP} интензитети сила у појединачним контактним КЕ. Коefицијент трења између челичног профила и УЛД панела је одређен експериментално (поглавље 3.3) и износи $\mu = 0,35$, тако да сила трења у клизној равни има вредност:

$$FT = \mu FP = 1368 \text{ N} \quad (4-4)$$

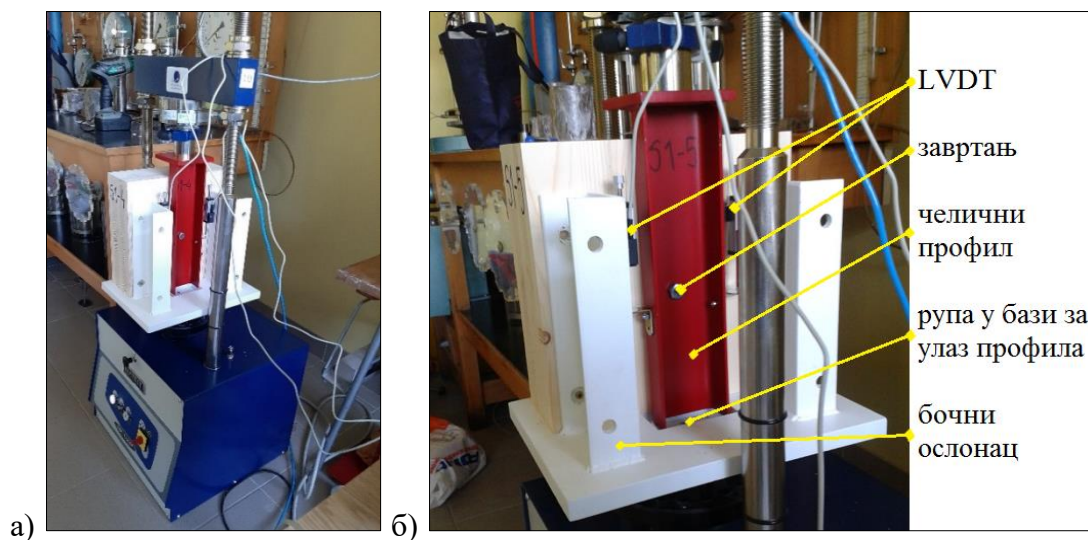
што је у односу на интензитет примењеног оптерећења:

$$FT/F = 1368/50000 = 2,7\% \quad (4-5)$$

На основу претходног одређивања сила у контактним елементима и силе трења у клизној равни, закључено је да је утицај силе трења на резултат испитивања занемарљиво мали и да не утиче значајно на резултате испитивања можданика. За разлику од аналогних случајева из литературе (Lukaszewska, 2009), где је повећање носивости везе услед трења процењено на приближно 10% од оптерећења узорка, у овом истраживању је егзактно одређено паразитско повећање од свега 2,7%. С обзиром на овако мало повећање, закључено је није неопходно уводити корекције експериментално одређених величина.

4.3.3 Поступак испитивања можданика и коришћена опрема

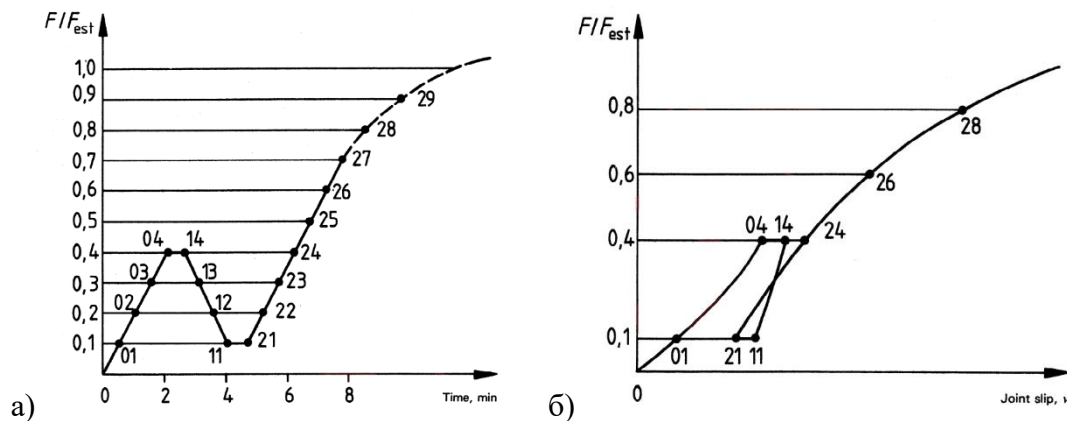
Испитивање узорка можданика смицањем је урађено на преси марке „Matest“, са капацитетом 50 kN, која је коришћена и код претходних испитивања (поглавље 3). Детаљнији подаци о преси су дати у поглављу 3.1.2. За испитивање је израђен специјални челични рам који има функцију обезбеђивања предвиђеног положаја узорка током испитивања (Слика 4-13).



Слика 4-13. Узорак постављен у положај за испитивање

Мерење оптерећења (силе којом преса делује на узорак) је вршено динамометром капацитета 50 kN, са тачношћу 1%. Клизање можданика је мерено помоћу два индуктивна компаратера (енгл. *LVDT – Linear Variable Differential Transformer*) марке *Novotechnik*, са опсегом од 100 mm и тачношћу 0,001 mm.

Ток оптерећивања узорка и испитивања је изведен у свему према одговарајућем стандарду (SRPS EN 26891, 2012). Оптерећивање узорка је најпре вршено до 40% претпостављене носивости везе (F_{est}) и одржавано на тој вредности 30 s (Слика 4-14а). Након тога је оптерећење смањивано до 10% F_{est} и одржавано на тој вредности 30 s. На крају је оптерећење повећавано до појаве клизања можданика од 15 mm или до отказа. Највеће оптерећење које се региструје у току испитивања се узима као носивост можданика (F_{max}). Идеализовани дијаграм са карактеристичним тачкама прелома, који се добија као резултат испитивања, је приказан на слици (Слика 4-14б).

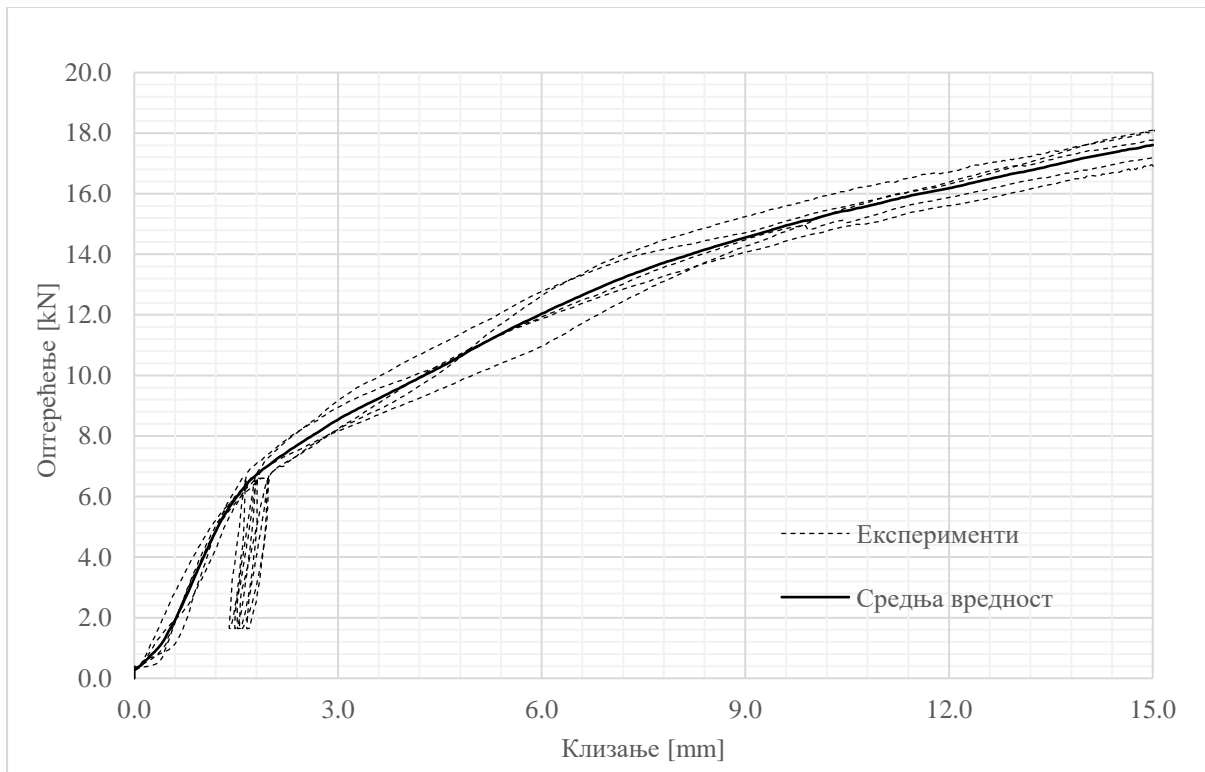


Слика 4-14. Поступак испитивања можданика (SRPS EN 26891, 2012):
а) ток оптерећивања, б) идеализовани дијаграм оптерећење-клизање

Стандард (SRPS EN 26891, 2012) предвиђа познавање вредности претпостављене носивости можданика (F_{est}). Пошто за испитивање можданике носивост није било могуће одредити аналитички, први узорак из сваке серије (S1-1, S2-1 и S3-1) је испитан до лома, без поштовања процедуре дате у стандарду, оптерећивањем монотono растућим оптерећењем.

4.4 Испитивање можданика без елемента за ојачање

Резултати испитивања узорака без елемента за ојачање су приказани на дијаграму (Слика 4-15). Табеларно (Табела 4-2) су приказане вредности појединих параметара који су дефинисани стандардом (SRPS EN 26891, 2012). Процењена носивост је одређена на основу испитивања првог узорка (S1-1), док су остали параметри добијени на основу испитивања осталих пет узорака (S1-2 – S1-6).

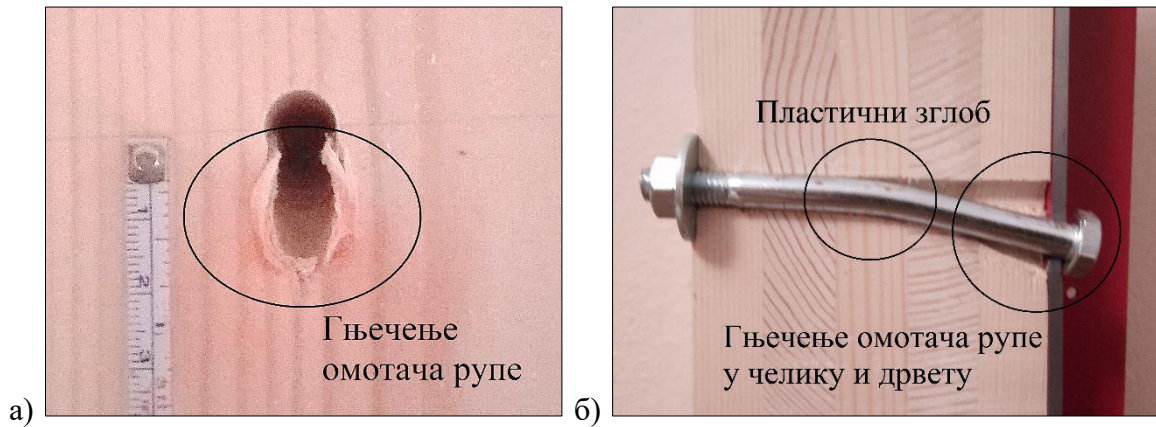


Слика 4-15. Дијаграм оптерећење-клизање за испитиване узорке без елемента за ојачање (серија S1)

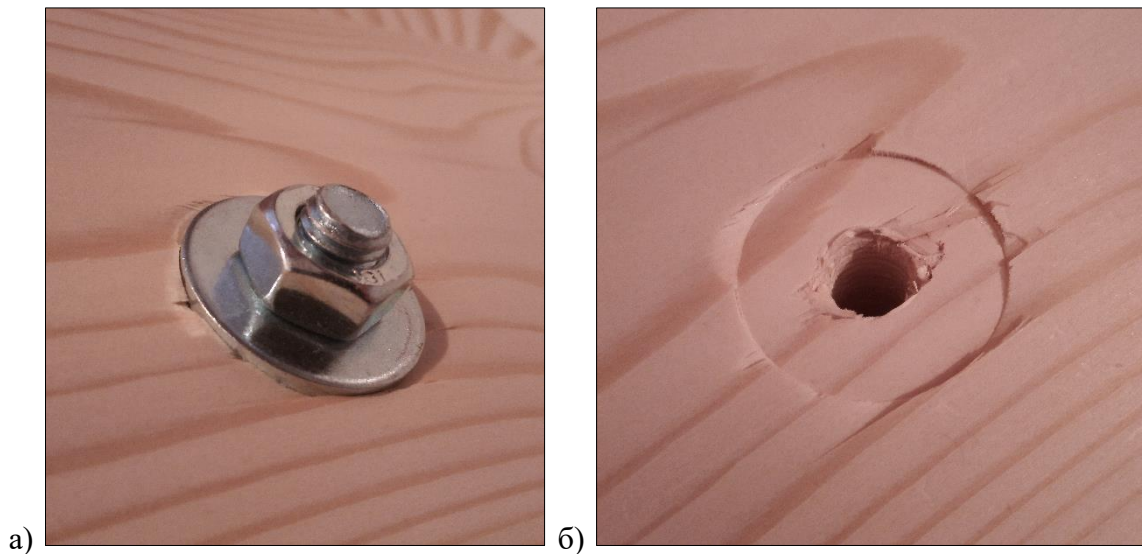
Табела 4-2. Обрада резултата испитивања тестом смицања можданика према стандарду (SRPS EN 26891, 2012) – узорци серије S1

Величина [јединица]	S1-2	S1-3	S1-4	S1-5	S1-6	Средња вредност
Носивост можданика F_{max} [kN]	18,096	18,099	17,193	17,093	17,780	17,652
Процењена носивост F_{est} [kN]	16,500	16,500	16,500	16,500	16,500	16,500
Почетно клизање v_i [mm]	1,805	1,717	1,589	1,869	1,687	1,733
Модификовано почетно клизање $v_{i,mod}$ [mm]	1,944	2,052	1,291	1,743	1,504	1,707
Слегање v_s [mm]	-0,139	-0,335	0,298	0,126	0,183	0,027
Еластично клизање v_e [mm]	0,524	0,389	0,308	0,399	0,360	0,396
Почетни модул клизања K_i [kN/mm]	3,657	3,844	4,154	3,531	3,912	3,820
Модул клизања K_s [kN/mm]	3,395	3,216	5,114	3,787	4,388	3,980
Клизање при $0,6 F_{max}$, $v_{0,6}$ [mm]	4,375	3,552	4,013	4,166	4,873	4,196
Модификовано клизање при $0,6 F_{max}$, $v_{0,6,mod}$ [mm]	4,357	3,826	3,661	3,915	4,559	4,063
Клизање при $0,8 F_{max}$, $v_{0,8}$ [mm]	6,454	6,472	7,398	7,697	7,893	7,183
Модификовано клизање при $0,8 F_{max}$, $v_{0,8,mod}$ [mm]	6,436	6,746	7,046	7,446	7,579	7,050

На следећим сликама (Слика 4-16, Слика 4-17) су приказани детаљи облика отказа узорка серије S1. Један од узорка серије S1 је подужно пресечен, како би се прецизније уочила трајна деформација завртња у маси УЛД панела (Слика 4-16б). Током оптерећивања можданика долази до извлачења завртња, односно до ефекта ужета (енгл. *rope effect*), што чини да се подлошка утискује у површину УЛД панела на страни насупрот клизној равни (Слика 4-17).



Слика 4-16. Отказ узорка серије S1: а) гњечење омотача рупе (фронтално), б) пластични зглоб у завртњу и гњечење омотача рупе (пресек)



Слика 4-17. Утискивање подлошке у УЛД панел: а) приказ након испитивања, б) површина УЛД панела у околини рупе након растављања узорка

Након испитивања тестом смицања, узорци су растављени због одређивања густине и влажности УЛД панела. Резултати су приказани у следећој табели (Табела 3-2), а приказ узорка након сушења на 105 °C је дат на следећој слици (Слика 4-18).

Табела 4-3. Одређивање густине и влажности узорка за испитивање тестом смицања мождаинка (узорци серије S1: S1-3, S1-5 и S1-6)

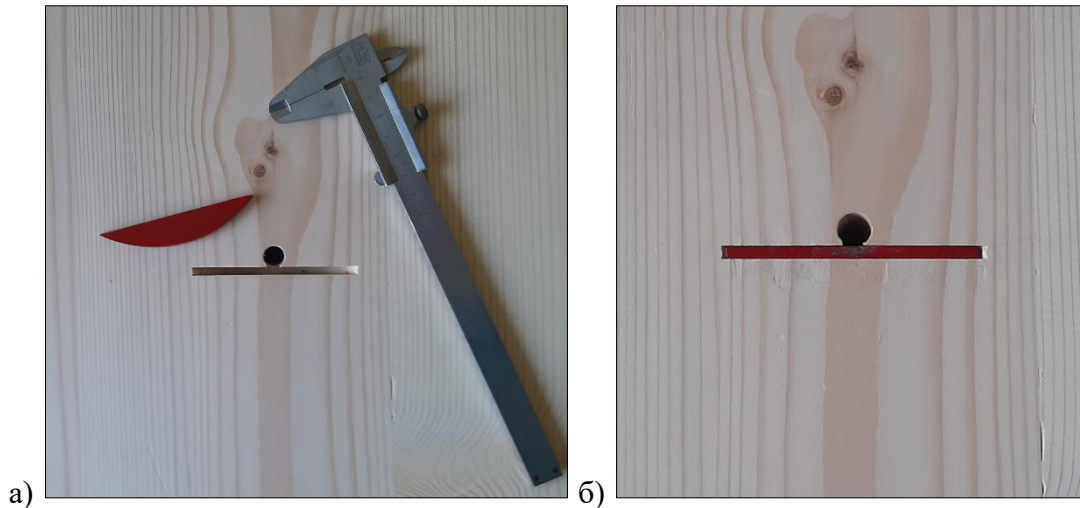
Величина [јединица]	Узорак 1	Узорак 2	Узорак 3	Средња вредност
Дужина [mm]	299	299	299	299
Ширина [mm]	299	299	299	299
Дебљина [mm]	101,0	101,0	100,2	100,7
Маса узорка [g]	4272,50	4087,30	4015,00	4124,93
Запремина [cm ³]	9021,57	9021,57	8950,11	8997,75
Густина [kg/m ³]	473,6	453,1	448,6	458,4
Маса после лома [g]	4291,8	4211,6	4014,6	4172,7
Маса после сушења [g]	3910,90	3826,60	3657,00	3798,00
Влажност [%]	8,9	9,1	8,9	9,0



Слика 4-18. Узорци УЛД панела након сушења

4.5 Испитивање можданика са елементом за ојачање

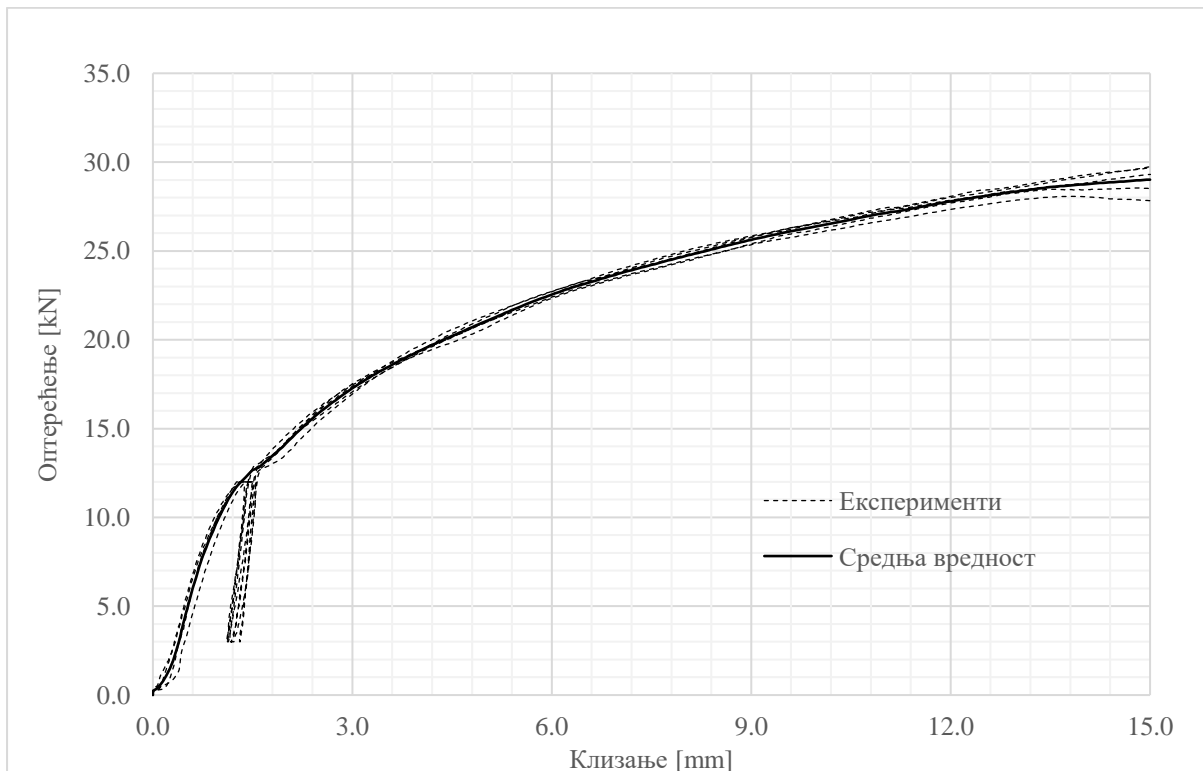
Серије узорка S2 и S3 су испитане на исти начин као и прва серија. Разлика је у самој конструкцији узорка, где је код узорка серија S2 и S3 уграђиван елемент за ојачање облика кружног одсечка (Слика 4-19), описан у поглављу 2. Код обе серије узорка су елементи за ојачање лакирани или обојени акрилном бојом због заштите и смањења коефицијента трења између челика и дрвета. Због лакшег разликовања, елементи за ојачање од челика класе S235 (серија S2) су лакирани, а елементи од челика класе S275 (серија S3) обојени црвеном акрилном бојом.



Слика 4-19. Жлеб у УЛД панелу и елемент за ојачање: а) пре уградње, б) након уградње

4.5.1 Испитивање можданика са елементом за ојачање од челика S235

Резултати испитивања узорка са елементом за ојачање од челика класе S235 су приказани на дијаграму (Слика 4-20) и табеларно (Табела 4-4). Као и код испитивања узорка серије S1, приказане су вредности појединих параметара који су дефинисани стандардом (SRPS EN 26891, 2012), а процењена носивост је одређена на основу испитивања првог узорка у серији (S2-1).

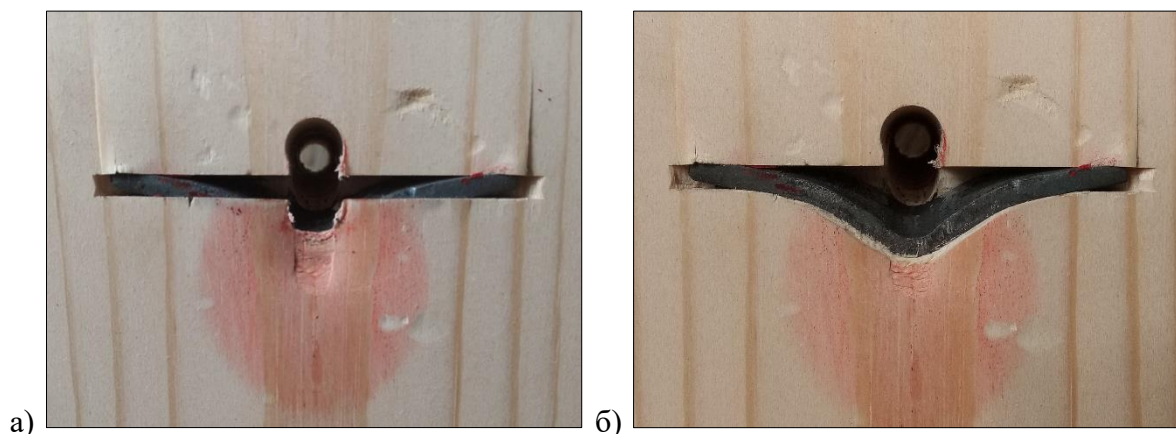


Слика 4-20. Дијаграм оптерећење-клизање за испитиване узорке са елементом за ојачање од челика класе S235 (серија S2)

Табела 4-4. Обрада резултата испитивања тестом смицања можданика према стандарду (SRPS EN 26891, 2012) – узорци серије S2

Величина [јединица]	S2-2	S2-3	S2-4	S2-5	S2-6	Средња вредност
Носивост можданика F_{max} [kN]	29,686	29,305	29,737	27,828	28,505	29,012
Процењена носивост F_{est} [kN]	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000
Почетно клизање v_i [mm]	1,311	1,334	1,397	1,261	1,296	1,320
Модификовано почетно клизање $v_{i,mod}$ [mm]	1,296	1,257	1,225	1,167	1,292	1,247
Слегање v_s [mm]	0,015	0,077	0,172	0,094	0,004	0,072
Еластично клизање v_e [mm]	0,412	0,452	0,335	0,419	0,465	0,417
Почетни модул клизања K_i [kN/mm]	9,153	8,996	8,590	9,516	9,259	9,103
Модул клизања K_s [kN/mm]	9,259	9,544	9,793	10,286	9,288	9,634
Клизање при 0,6 F_{max} , $v_{0,6}$ [mm]	3,276	3,403	3,228	3,401	3,281	3,318
Модификовано клизање при 0,6 F_{max} , $v_{0,6,mod}$ [mm]	3,129	3,146	2,885	3,136	3,042	3,068
Клизање при 0,8 F_{max} , $v_{0,8}$ [mm]	7,217	7,044	7,158	7,516	7,580	7,303
Модификовано клизање при 0,8 F_{max} , $v_{0,8,mod}$ [mm]	7,070	6,787	6,815	7,251	7,341	7,053

На следећим слика (Слика 4-21, Слика 4-22) су приказани узорци серије S2 након испитивања и растављања челичног профила од УЛД панела. Површински танак слој дрвета је уклоњен због бољег приказа деформације елемента за ојачање (Слика 4-21б). Један од узорака серије S2 је подужно исечен због увида у деформацију завртња (Слика 4-22).



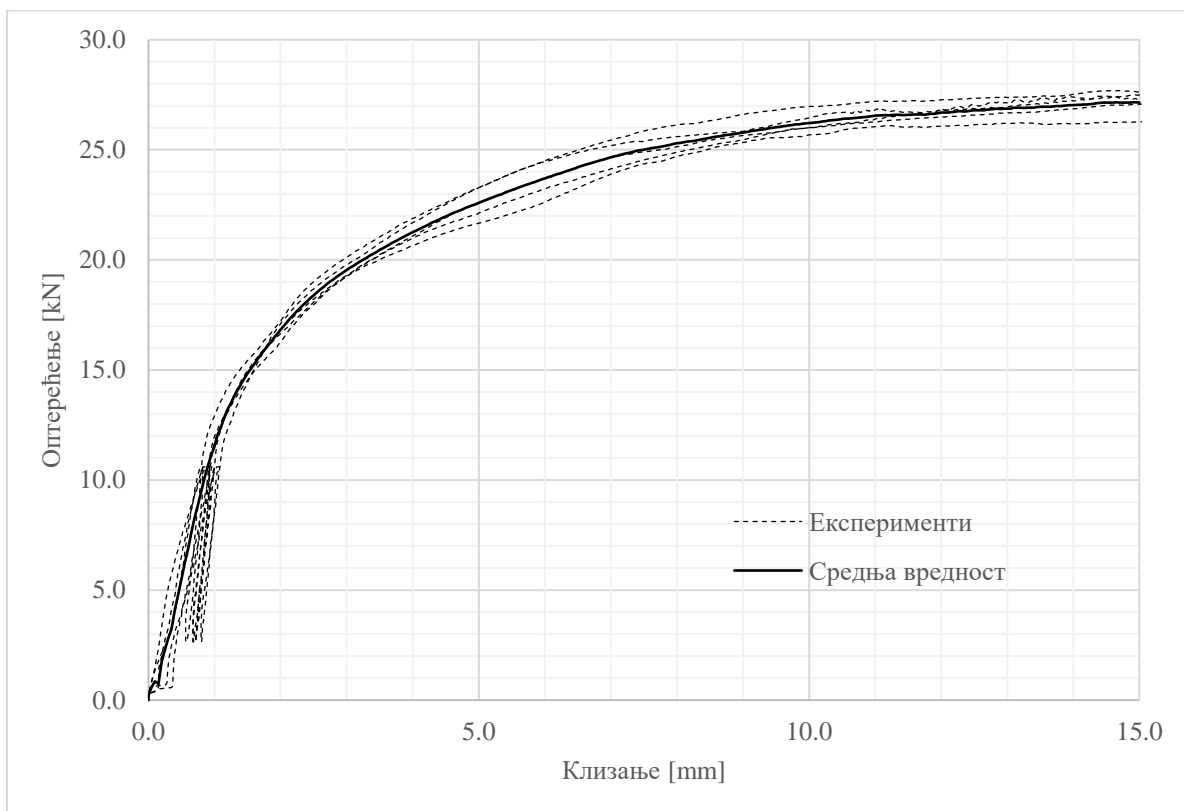
Слика 4-21. Отказ челичног елемента за ојачање код узорака серије S2:
 а) гњечење омотача рупе (фронтално), б) пластична деформација елемента за ојачање (уклоњен површински слој дрвета)



Слика 4-22. Отказ узорка серије S2 – пластични зглоб у завртњу и гњечење дрвета (пресек)

4.5.2 Испитивање можданика са елементом за ојачање од челика S275

Узорци са елементом за ојачање од челика класе S275 су испитани тестом смицања можданика, а резултати су приказани на дијаграму (Слика 4-23) и табеларно (Табела 4-5).

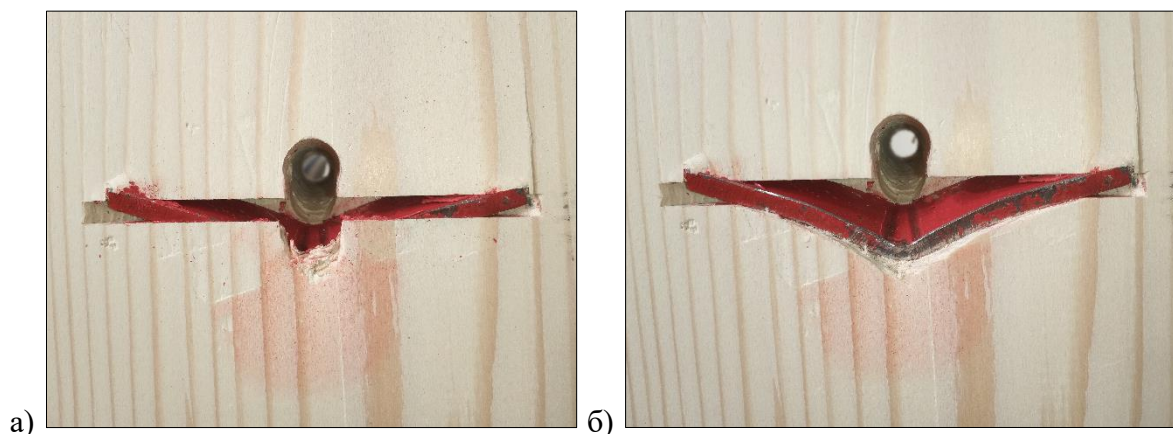


Слика 4-23. Дијаграм оптерећење-клизање за испитиване узорке са елементом за ојачање од челика класе S275 (серија S3)

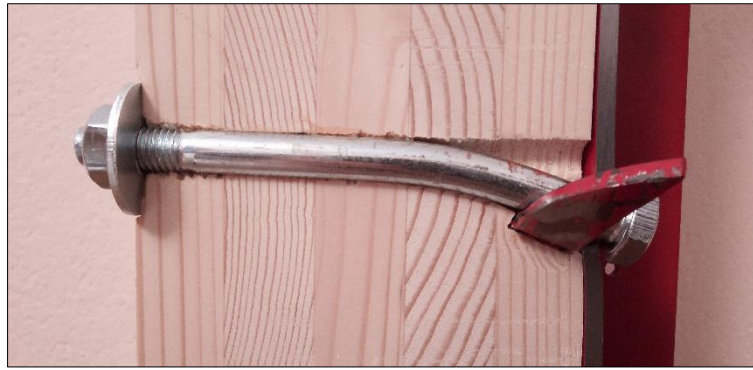
Табела 4-5. Обрада резултата испитивања тестом смицања можданика према стандарду (SRPS EN 26891, 2012) – узорци серије S3

Величина [јединица]	S3-2	S3-3	S3-4	S3-5	S3-6	Средња вредност
Носивост можданика F_{max} [kN]	27.312	27,074	26,276	27,499	27,625	27,157
Процењена носивост F_{est} [kN]	26,500	26,500	26,500	26,500	26,500	26,500
Почетно клизање v_i [mm]	0,781	0,870	0,826	0,958	1,031	0,893
Модификовано почетно клизање $v_{i,mod}$ [mm]	0,663	0,936	0,776	0,716	0,888	0,796
Слегање v_s [mm]	0,118	-0,066	0,050	0,242	0,143	0,097
Еластично клизање v_e [mm]	0,320	0,339	0,305	0,387	0,379	0,346
Почетни модул клизања K_i [kN/mm]	13,572	12,184	12,833	11,065	10,281	11,987
Модул клизања K_s [kN/mm]	15,996	11,325	13,660	14,804	11,937	13,544
Клизање при 0,6 F_{max} , $v_{0,6}$ [mm]	1,640	1,904	1,759	1,731	1,765	1,760
Модификовано клизање при 0,6 F_{max} , $v_{0,6,mod}$ [mm]	1,497	1,903	1,624	1,448	1,573	1,609
Клизање при 0,8 F_{max} , $v_{0,8}$ [mm]	3,592	4,073	4,475	4,151	3,735	4,005
Модификовано клизање при 0,8 F_{max} , $v_{0,8,mod}$ [mm]	3,449	4,072	4,340	3,868	3,543	3,854

На следећим сликама (Слика 4-24, Слика 4-25) су приказани узорци серије S3 након испитивања и растављања челичног профила од УЛД панела. Као и код претходне серије, површински дрвета је уклоњен због бољег приказа деформације елемента за ојачање (Слика 4-24б). Уз то је и један од узорака подужно исечен због увида у деформацију завртња (Слика 4-25).



Слика 4-24. Отказ челичног елемента за ојачање код узорака серије S3:
 а) гњечење омотача рупе (фронтално), б) пластична деформација елемента за ојачање (уклоњен површински слој дрвета)



Слика 4-25. Отказ узорка серије S3 – пластични зглоб у завртњу и гњечење дрвета (пресек)

4.6 Дискусија резултата експерименталне анализе

Експериментална анализа, спроведена у оквиру истраживања, је урађена према одговарајућем стандарду. Испитане су три серије од по шест узорака. Прва серија је израђена без елемента за ојачање, док су друга и трећа серија са елементима за ојачање израђеним од челичног лима различитих класа. Први узорак из сваке од серија је искоришћен за процену носивости можданика. За испитивање осталих узорака је примењена методологија дата у стандарду која подразумева оптерећивање узорка до 40% процењене носивости, растерећење до 10%, и након тога оптерећење до лома. На дијаграмима оптерећење-клизање се то манифестује у виду петље (Слика 4-15, Слика 4-20, Слика 4-23).

Резултати експерименталне анализе показују добро међусобно поклапање. Код узорака серије S1 (без ојачања), највеће одступање појединачног резултата носивости (F_{max}) од средње вредности је 3%, код узорака серије S2 (елемент за ојачање од челика S235) је то одступање 4%, а код узорака серије S3 (елемент за ојачање од челика S275) је 3%. Нешто већа одступања се јављају код вредности модула клизања (K_s) испитане везе. За узорке серије S1 је то 28%, за серију S2 је 7%, и за серију S3 је 18%.

Резултати добијени мерењем густине и влажности дрвета и УЛД панела показују мало расипање резултата. Код густине је то 3%, а код влажности 1%. То значи да је материјал примењен за израду узорака уједначених карактеристика, и стога је поузданост урађених испитивања је на високом нивоу.

Применом елемента за ојачање можданика код узорака серија S2 и S3 је постигнуто значајно повећање носивости и крутости у поређењу са серијом S1. У следећој табели (Табела 4-6) је извршена компаративна анализа добијених резултата.

Приказане су средње вредности носивости и модула клизања за серије узорака S1, S2 и S3, као и проценат повећања тих вредности код серија S2 и S3 у односу на серију S1.

Табела 4-6. Компаративна анализа средњих вредности носивости и модула клизања за серије S1, S2 и S3

Величина [јединица]	S1	S2	(S2/S1-1) [%]	S3	(S3/S1-1) [%]
Носивост везе F_{max} [kN]	17,652	29,012	64%	27,157	54%
Модул клизања K_s [kN/mm]	3,980	9,634	142%	13,544	240%

Облици отказа завртња у сва три анализирана случаја су са једним пластичним зглобом који се налази у маси дрвета (УЛД панела). У складу са тим, при деформацији можданика постоји ротација главе завртња које изазива извлачење завртња из рупе. Услед тог извлачења, завртањ са друге стране УЛД панела преко навртке делује на подлошку и површину панела, и утискује подлошку у дрвени материјал (Слика 4-17). Облици отказа елемента за ојачање код серије S2 и S3 се разликују. Наиме, код узорака серије S2 се јављају три пластична зглоба, а код узорака серије S3 један пластични зглоб.

4.7 Закључци експерименталне анализе

У експерименталном делу овог истраживања је спроведено испитивање узорака можданика за спрезање челика и УЛД панела, применом асиметричног теста смицања. Кроз истраживање је закључено да је асиметрични тип теста смицања погоднији за испитивање можданика од симетричног типа из неколико разлога:

- једноставније конструкције узорка,
- мањег утрошка материјала (јефтинији за израду),
- мањег броја средстава за везу (мањег потребног оптерећења за испитивање),
- мањих димензија и мање масе узорка (лакши за манипулацију).

Поред наведених карактеристика које дају предност асиметричном типу теста над симетричним типом, асиметрични тип теста има и две неповољне карактеристике. Прва је повећање носивости узорка услед појаве трења у клизној равни, а друга је неопходност примене специјално конструисаног рама у који се узорак смешта приликом испитивања. Појава трења у клизној равни и његов утицај на носивост анализираних можданика су у спроведеном истраживању сведени на најмању могућу меру, тако да је закључено да трење има занемарљив утицај на добијене резултате носивости и крутости.

Овим је доказана хипотеза да се експериментално испитивање модела ојачаног можданика може извести помоћу асиметричног теста смицања, што је економичније и једноставније од испитивања помоћу симетричног теста, док су одступања резултата у прихватљивим границама.

Применом предложеног елемента за ојачање је постигнуто значајно повећање носивости и крутости анализираног можданика. Степен ојачања зависи од карактеристика челика од кога је елемент за ојачање израђен. Повећање носивости је у опсегу 54-64%, док је повећање модула клизања (крутости) знатно веће и износи 142-240%.

Имајући у виду резултате експерименталне анализе, може се закључити да је доказана и друга хипотеза, односно, ојачање завртња-можданика за спрезање челика и УЛД панела помоћу предложеног челичног елемента (уметка) доводи до повећања носивости и крутости.

Облик отказа елемента за ојачање је код серије S2 са три пластична зглоба, док је код серије S3 са једним пластичним зглобом. Из овог је закључено да облик отказа елемента за ојачање зависи од класе (чврстоће) челика од кога је елемент израђен. Код нижих класа челика се јавља облик отказа који укључује више пластичних зглобова, и обратно. Ово понашање елемента за ојачање је аналогно понашању завртња у можданику за спрезање челика и УЛД панела без елемента за ојачање (Milić, et al., 2023), где се са повећањем класе завртња постепено смањује и број пластичних зглобова.

5 НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА МОЖДАНИКА ЗА СПРЕЗАЊЕ ЧЕЛИЧНОГ ПРОФИЛА И УЛД ПАНЕЛА ПРИМЕНОМ МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

У претходном поглављу урађена је експериментална анализа предложеног завртња-можданика. Поред урађене експерименталне анализе можданика са елементом за ојачање предложеног облика, урађена је и нумеричка анализа применом Методе коначних елемената (МКЕ). Моделирање применом МКЕ се састоји из три основне етапе:

- дефинисања материјалних модела челика и УЛД панела (дрвета),
- моделирања конструкције можданика, и
- поређења резултата МКЕ анализе и експерименталне анализе.

У сврху дефинисања материјалног модела челика, најпре је извршен преглед решења из литературе, на основу којих је усвојен конкретан модел за примену при моделирању можданика. Дрво као материјал има знатно сложеније механичко понашање од челика и због тога до сада није развијен једноставан, а ефикасан материјални модел. Стога је за симулацију карактеристика у моделу можданика предложен и примењен нови, хибридни начин за моделирање дрвета.

5.1 Материјални модел челика

5.1.1 Механичко понашање челика

Механичка својства материјала се утврђују извођењем нарочитих експеримената који, што је могуће више, опонашају реалне услове (Callister, 2007). Испитивања челика се изводе затезањем, притиском, савијањем или смицањем, статичким или динамичким оптерећењем. На основу спроведених испитивања се дефинишу конститутивне једначине за описивање понашања одређеног материјала (Jastrzebski, 1976).

5.1.1.1 Дијаграм напон - дилатација

За испитивање челика се најчешће изводи тест затезања, помоћу кога су одређене карактеристике челичног лима и материјала завртња примењених у овом истраживању (поглавље 3). Тест затезања се изводи на универзалном апарату за тестирање (кидалици). Попречни пресек узорка може имати било који облик, а најчешће су кружни и правоугаони. Интензитет силе којом се узорак затеже се добија преко мерне ћелије (динамометра), а напон се добија посредно. Просечно издужење се може проценити из података о величини хода кидалице, а за тачније мерење се користи екстензометар (Mitchell, 2004).

Напон у испитном пресеку узорка се дефинише на два начина. Према једној дефиницији напон је једнак количнику затезуће силе (F) и почетне површине попречног пресека узорка (A_0). То је номинални (инжењерски) напон:

$$\sigma_n = \frac{F}{A_0} \quad (5-1)$$

Поред инжењерског напона се може одредити и стварни напон, који је једнак количнику силе F и тренутне површине попречног пресека A :

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (5-2)$$

У релацији (5-2) се сила F и површина A мењају током испитивања. За мала издужења је разлика између површина A_0 и A занемарљива, тако да су дефиниције еквивалентне.

Аналогно напону постоје и два типа дилатације. Једна од њих је инжењерска дилатација:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (5-3)$$

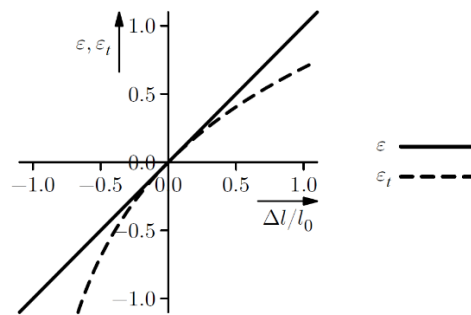
где су l и l_0 тренутна и почетна дужина епрувете, редом. Поред инжењерске, може се дефинисати и стварна дилатација као:

$$\varepsilon_t = \ln \frac{l}{l_0} \quad (5-4)$$

Комбиновањем релације (5-3) и релације (5-4) и развијањем у Тејлоров ред добија се израз за добијање стварне дилатације преко инжењерске (Rösler, Harders, & Bäker, 2007):

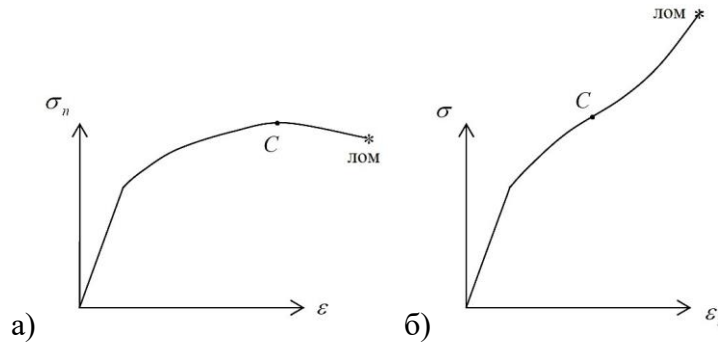
$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (5-5)$$

За мале деформације ($\varepsilon \ll 1$) се може занемарити члан ε^2 и тиме се добија $\varepsilon_t \approx \varepsilon$. У овом случају инжењерска дилатација добро апроксимира стварну дилатацију.



Слика 5-1. Поређење инжењерске (ε) и стварне дилатације (ε_t) (Rösler, Harders, & Bäker, 2007)

Дијаграм напон-дилатација се може описати користећи инжењерске или стварне вредности напона и дилатације (Слика 5-2). Максимална затежућа сила у епрувети је постигнута у тачки С на дијаграмима. Инжењерски напон у тачки С се назива затезна чврстоћа, или граница кидања материјала (σ_u или f_u). По достизању напона σ_u , узорак почиње да се деформише локално, уз значајно смањење попречног пресека, све док не дође до лома (Слика 5-2) (Kelly, 2008). Затезна чврстоћа може бити до 3000 МПа за челике високе чврстоће.

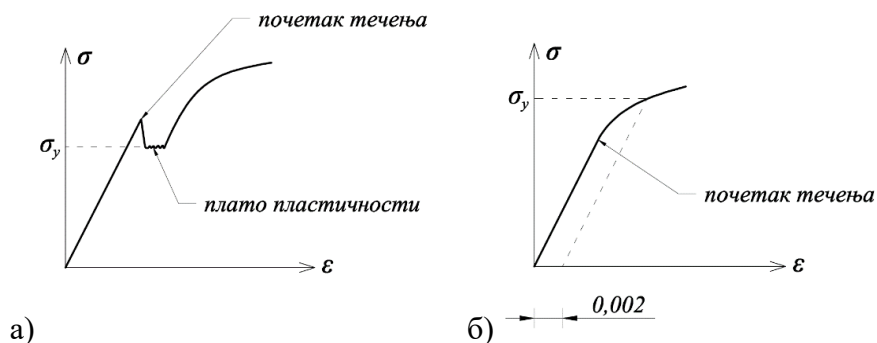


Слика 5-2. Типични дијаграм напон-дилатација: а) инжењерске вредности, б) стварне вредности (Kelly, 2008)

Како дилатација расте у пластичном подручју, разлика између стварног и инжењерског напона расте у корист стварног, а стварна дилатација постаје мања од инжењерске (Chakrabarty, 2010). Стварне вредности напона и дилатација се примењују за тачније моделирање пластичног понашања дуктилних материјала, док се инжењерске вредности користе за апроксимативно моделирање.

Прелаз из еластичне у пластичну област је код метала прецизно дефинисан и може се одвијати на два начина. Приликом достизања границе течења почиње пластична деформација уз смањење инжењерског напона (Слика 5-3а), а са наставком деформације напон остаје приближно константан. Та област се назива платоом пластичности. Даљим повећањем дилатације се повећава и напон, све до достизања затезне чврстоће (σ_u). Код метала који се пластификују на овај начин, за границу течења (σ_y или f_y) се узима напон на платоу пластичности.

Са друге стране, многи материјали, као што су високоугљенични и нерђајући челици, алуминијум и бакар немају карактеристичну границу течења. Код њих се граница течења одређује као напон при коме је пластична дилатација једнака 0,002 (Слика 5-3б). Граница течења може бити и до 1400 МПа за високовредне челике.



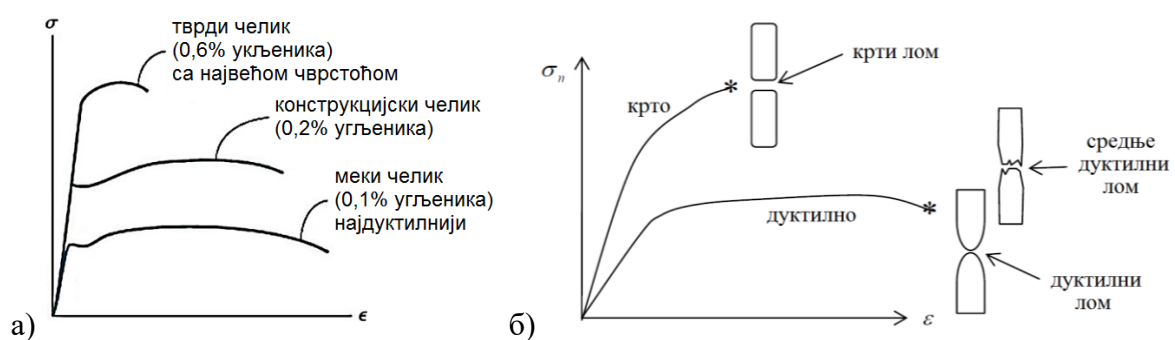
Слика 5-3. Прелазак из еластичне у пластичну област: а) код метала који имају, и б) који немају изражену границу течења

5.1.1.2 Дуктилност

Дуктилност је мера величине пластичне деформације при лому (Callister & Rethwisch, 2012). С обзиром на величину пластичне деформације, понашање инжењерских материјала може бити крто или дуктилно. Дуктилни материјали могу достићи веома велике пластичне деформације пре него што дође до лома. За описивање лома материјала који се понашају на овај начин се обично користи термин *дуктилни лом*. Приликом дуктилног лома се делови узорка постепено раздвајају, а површина лома је најчешће груба (Kelly, 2008). Код дуктилних метала, пластична дилатација при лому на собној температури може варирати између 5% и 100% (Soboyeјо, 2002).

Код кртих материјала се лом догађа изненадно, без претходне веће деформације, а чврстоћа материјала је једнака напону при лому. Кртим материјалима се сматрају материјали који имају дилатацију при лому мању од 5% (Callister & Rethwisch, 2012). Такви материјали су керамика и стакло.

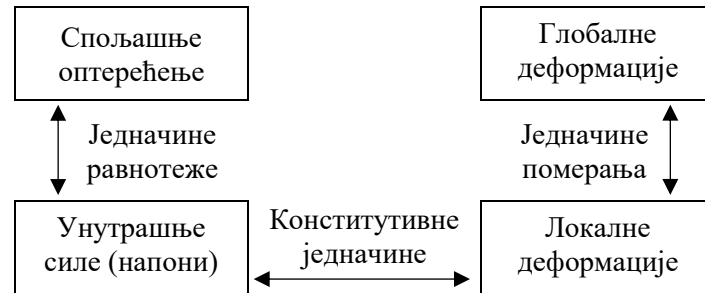
Дуктилност челика зависи од садржаја угљеника у легури. Врсте челика са ниским садржајем угљеника испољавају дуктилно понашање, док са повећањем садржаја угљеника понашање постепено прелази у крто (Слика 5-4а). Дуктилност у великој мери зависи и од температуре. Челик се при врло ниским температурама понаша крто, док је на собној и вишим температурама дуктилан. Процена дуктилности челика се може извршити према облику дијаграма напон-дилатација, као и према облику површине лома (Слика 5-4б).



Слика 5-4. а) Дуктилност челика у функцији садржаја угљеника (Hibbeler, 2014), б) разлика између кртог и дуктилног материјала (Kelly, 2008)

5.1.2 Конститутивни модели

Заједничко за све механичке анализе инжењерских материјала и њихово понашање у конструкцијама је потреба за конститутивним моделима који повезују стања напона и деформације (Слика 5-5). Конститутивни модел представља закон понашања материјала под дејством оптерећења, и састоји се из једначина које описују однос напона и деформације (Runesson, 2005).

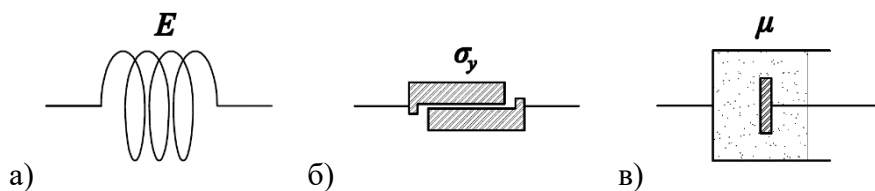


Слика 5-5. Улога конститутивних једначина у једначинама механике (Kelly, 2008)

Конститутивни модели могу бити веома различити за различите материјале који се користе у инжењерској пракси. Упркос чињеници да структура материјала може бити међусобно потпуно различита, могуће је у великој мери применити исте принципе у успостављању конститутивних модела (Runesson, 2005).

Конститутивни модели су математичка поједностављења сложеног физичког понашања, што значи да не постоји модел који обухвата све карактеристике материјала, али се за практичне потребе могу прихватити са довољном сигурношћу у односу на степен тачности резултата (Runesson, 2005).

Карактеристична својства основних идеалних материјала илуструју се елементарним механичким моделима за случај аксијалног напрезања. Три основна модела су: Хукова опруга, Сен-Венанов клизач и Њутново вискозно тело (Слика 5-6). Основни модели се међусобно везују и тако се добијају модели материјала са сложенијим механичким понашањем (Врчић, 1970).



Слика 5-6. Основна идеална тела: а) Хукова опруга, б) Сен-Венанов клизач, в) Њутново вискозно тело

Челик је материјал који на собној температури не испољава вискозна својства. Стога су у даљем тексту обрађени само модели који имају еластично и пластично понашање, односно, за њихово моделирање се примењују Хукова опруга и Сен-Венанов клизач.

Модели који укључују еластичне и/или пластичне карактеристике, поређани према сложености, су:

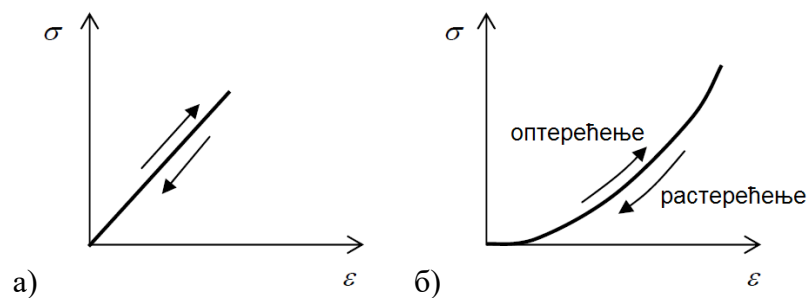
- идеално еластичан,
- идеално пластичан,
- еластично – идеално пластичан, и
- еластично – еластопластичан.

5.1.2.1 Идеално еластичан модел

Еластични модели су, због своје једноставности, први успостављени модели понашања материјала. Идеално еластичан материјал има следеће карактеристике (Kelly, 2008):

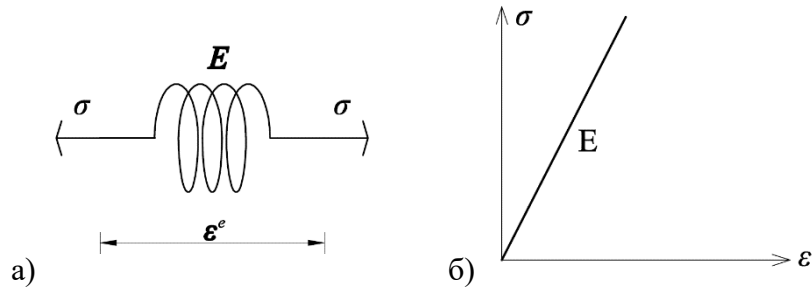
- криве напон-дилатација (σ - ε) при оптерећењу и растерећењу се поклапају,
- деформација не зависи од брзине нашошења оптерећења, и
- не постоји трајна деформација. По растерећењу се тело враћа у свој првобитни облик.

Најједноставнија веза напона и деформације је линеарна веза, предложена Хуковим законом, која је уједно и најчешће примењивана (Слика 5-7а). Осим линеарно-еластичне везе, често се користи и нелинеарно еластична веза (Слика 5-7б). Нелинеарни еластични модел је користан и за предвиђање одговора хипереластичних материјала (Kelly, 2008).



Слика 5-7. Еластични модели: а) линеарно еластичан, б) нелинеарно еластичан (Kelly, 2008)

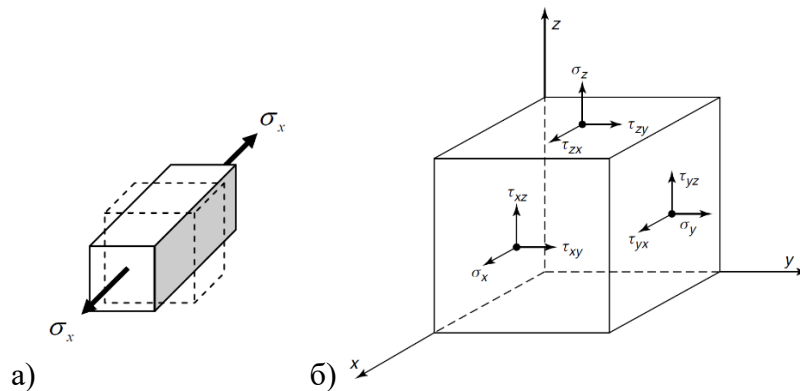
Механички модел за описивање идеално еластичног понашања материјала је Хукова опруга (Слика 5-8а). Иако је у претходном наведено да је код идеално еластичног модела у општем случају веза напона и дилатације нелинеарна, ради једноставности се усваја да је веза линеарна (Слика 5-8б).



Слика 5-8. а) Конститутивни модел идеално еластичног материјала: Хукова опруга, б) σ - ϵ дијаграм модела

Претходни модел се односи на једнодимензионе системе, док је за дефинисање понашања еластичног тела потребно применити суперпозицију утицаја из различитих правца. Посматра се елементарни квадар под дејством напона затезања σ_x (Слика 5-9а). Услед дејства напона се у истом правцу јавља дилатација $\epsilon_x > 0$. Под претпоставком изотропије, у остала два ортогонална правца се јављају дилатације $\epsilon_y = \epsilon_z < 0$. Уколико се претпостави линеарна зависност дилатације и напона, може се писати:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x, \epsilon_y = \epsilon_z = -\frac{\nu}{E} \sigma_x \quad (5-6)$$



Слика 5-9. а) Елементарни квадар оптерећен напоном σ_x (Kelly, 2008), б) расподела напона на запреминском елементу (Jastrzebski, 1976)

Константа пропорционалности између нормалног напона и дилатације је Јунгов (*Young*) модул (E) еластичности, а други параметар материјала је Поасонов (*Poisson*) коефицијент (ν). Ако уместо једносног напонског стања постоји троосно стање (Слика 5-9б), слични изрази се могу написати и за остала два правца:

$$\begin{aligned}\varepsilon_y &= \frac{1}{E} \sigma_y, \varepsilon_z = \varepsilon_x = -\frac{\nu}{E} \sigma_y \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \sigma_z, \varepsilon_x = \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_z\end{aligned}\quad (5-7)$$

као и за клизање услед напона смицања:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}, \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}, \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}, G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5-8)$$

где су γ_{xy} , γ_{yz} и γ_{zx} клизања која се јављају услед напона смицања τ_{xy} , τ_{yz} и τ_{zx} , а G је константа пропорционалности (модул клизања). Претпоставља се да су дилатације које изазива један од главних напона независне од друга два главна напона, и да се правци главних дилатација поклапају са правцима главних напона (Врчић, 1970). Комбинацијом претходних релација се, уз поштовање претходних претпоставки, изводи група од шест једначина, позната као генералисани Хуков закон:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy}, \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}, \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}\end{aligned}\quad (5-9)$$

Веза напона и деформација преко генералисаног Хуковог закона се може представити и у матричном облику:

$$\{\varepsilon\} = [C] \{\sigma\} \quad (5-10)$$

или другачије

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (5-11)$$

У једначинама су:

$\{\varepsilon\}$ – вектор деформације који описује стање деформације у произвољној тачки

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}\},$$

$\{\sigma\}$ – вектор напона који описује стање напона у произвољној тачки

$$\{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\},$$

$[C]$ – матрица флексибилности,

$[D] = [C]^{-1}$ – матрица крутости.

Матрица крутости и матрица флексибилности успостављају линеарне везе напона и деформација. Будући да су вектори $\{\sigma\}$ и $\{\varepsilon\}$ дефинисани са по 6 независних компоненти, у најопштијем случају матрице садрже 36 елемената:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

Због симетрије се матрица (5-12) може редуковати на матрицу са 21 независним чланом ($C_{ij} = C_{ji}$). У случају изотропног материјала се матрица своди на матрицу са два независна члана:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & & & \\ & C_{11} & C_{12} & & & \\ & & C_{11} & & & \\ & & & C_{11} - C_{12} & & \\ & "S" & & & C_{11} - C_{12} & \\ & & & & & C_{11} - C_{12} \end{bmatrix} \quad (5-13)$$

Заменом константи E и ν уместо коефицијената C_{ij} добија се матрица:

$$[C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & & & \\ & 1 & -\nu & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 + \nu & & \\ & "S" & & & 1 + \nu & \\ & & & & & 1 + \nu \end{bmatrix} \quad (5-14)$$

Поред линеарног модела, могу се за домен еластичности применити и нелинеарни модели. Најједноставнији облик нелинеарног понашања је описан билинеарном везом.

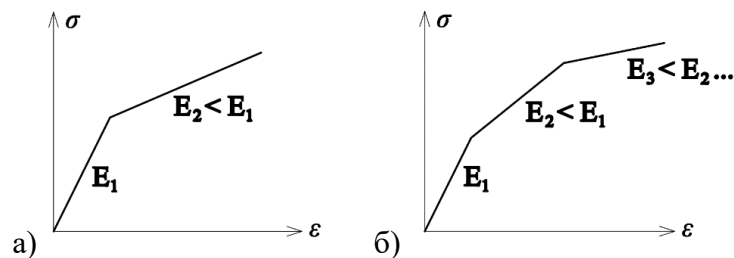
До постизања границе течења σ_y за материјал важи почетни модул еластичности, дефинисан почетном (иницијалном) матрицом флексибилности $[C_i]$, док после достизања границе течења важи матрица $[C_y]$. На основу тога се може закључити да пре достизања границе течења важи релација:

$$\{\Delta\varepsilon\} = [C_i] \{\Delta\sigma\} \quad (5-15)$$

а након достизања границе течења:

$$\{\Delta\varepsilon\} = [C_y] \{\Delta\sigma\} \quad (5-16)$$

Билинеарна веза напона и деформације се најчешће постиже променом почетне вредности модула еластичности E_i у вредност E_y после достизања границе течења. Овај поступак је погодан из разлога што се матрица флексибилности рачуна само једном, на почетку прорачуна, а затим само множи односом модула еластичности текуће и претходне итерације (Бонић, 2010). У циљу боље апроксимације нелинеарне везе се може крива σ - ε заменити већим бројем правих и тако дефинисати мултилинеарни еластични модел (Слика 5-10).



Слика 5-10. а) Билинеарна и б) мултилинеарна веза између напона и дилатације

Еластични модели сами по себи добро описују понашање многих инжењерских материјала на нивоу радног оптерећења. На пример, линеарно еластичан модел се користи за описивање метала на нивоу напона испод границе еластичности. Поред тога, код кртих материјала представља и комплетан одзив све до тачке лома. Модел се, генерално, може применити на скоро сваки материјал под условом да су напрезања довољно мала. Стога су еластични конститутивни модели често примењивани при решавању различитих инжењерских проблема (Chen & Saleeb, 1994).

5.1.2.2 Идеално пластичан модел

Код већине метала је еластична деформација ограничена само до дилатације од око 0,5%. Ако се материјал и даље деформише, напон више није пропорционалан деформацији. Хуков закон престаје да важи, и настаје трајна, неповратна или пластична деформација (Callister & Rethwisch, 2012).

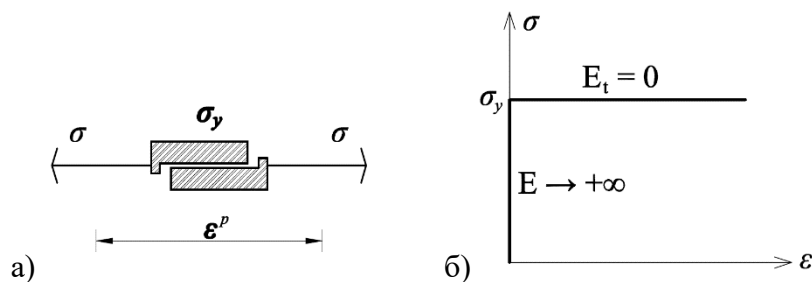
Приликом формулисања идеално пластичног модела се уводе следеће претпоставке:

- материјал се понаша апсолутно круто до достигања границе течења, а након тога се трајно деформише,
- граница течења не зависи од хидростатичког притиска,
- трајна деформација је временски независна,
- нема промене запремине приликом течења,
- материјал је изотропан.

Понашање идеално пластичног материјала је може поистоветити са понашањем тела које клизи по подлози (Сен-Венанов клизач, Слика 5-11а). Све док напон не достигне границу течења, клизач је неактиван и нема деформације. По достигању границе течења, деформација почиње да расте (Слика 5-11б). Величина деформације при томе није одређена интензитетом напона или временом, него зависи од генерисане деформације или деформације суседних елемената (Frgić & Hudec, 2006). Напон код овог модела не може бити већи од границе течења:

$$|\sigma| \leq \sigma_y \quad (5-17)$$

Када оптерећење престане да делује, клизач престаје да се креће и напон се враћа на нулу, а деформација остаје као трајна.



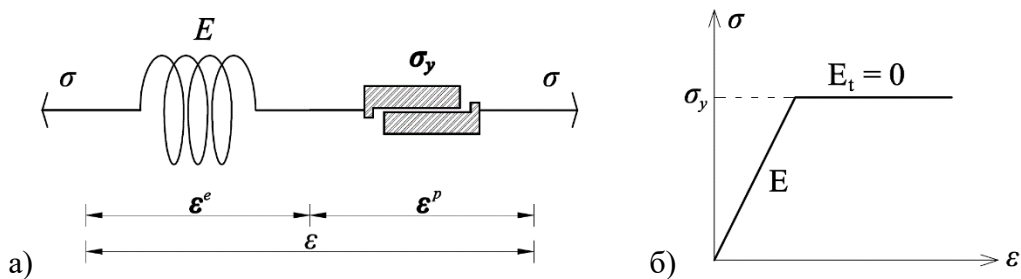
Слика 5-11. а) Конститутивни модел идеално пластичног материјала: Сен-Венанов клизач, б) σ - ϵ дијаграм модела

Идеално пластичан модел је погодан за проучавање процеса обраде метала на високој температури (топло ваљање). Тада је еластична деформација мала, тако да се може прогласити занемарљивом. Модел је једноставан за примену и користи се, поред анализа процеса обликовања метала, за израчунавање трајних деформација конструкција, за предвиђање пластичног колапса конструкција и за испитивање стабилности тла и стена (Lemaitre & Chaboche, 1990).

5.1.2.3 Еластично – идеално пластичан модел

Метали се пре појаве течења понашају еластично, тако да се у општем случају њихово понашање не може описати идеално пластичним моделом, већ треба узети у обзир и еластичне деформације. Комбинацијом идеално еластичног и идеално пластичног модела је настао еластично – идеално пластичан или Прандтл-Рајсов (*Prandtl-Reuss*) модел.

Код овог модела се после појаве течења дијаграм σ - ϵ замењује правом хоризонталном линијом $\sigma = \sigma_y$, паралелном са ϵ -осом (Слика 5-12). То значи да се сматра да по достизању границе течења материјал тече без очвршћавања, а при повећању дилатације се напон не повећава (Врчић, 1970).



Слика 5-12. а) Конститутивни модел еластично – идеално пластичног материјала, б) σ - ϵ дијаграм модела

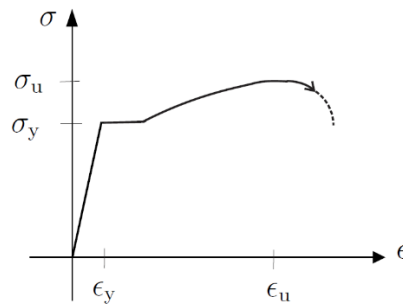
Еластично – идеално пластични модел садржи опругу са модулом еластичности E и редно везан клизач. При оптерећивању се опруга деформише, а клизач почиње да се креће када напон достигне границу течења σ_y . Тада опруга престаје да се деформише, деформација расте услед деформације клизача, а напон има вредност σ_y . Након престанка деловања оптерећења, клизач престаје да се креће, а опруга се враћа у првобитни положај. Деформација клизача остаје као трајна.

Помоћу еластично – идеално пластичног овог модела је могуће једноставно испитивати еластопластично понашање греда оптерећених савијањем и понашање осовина оптерећених торзијом (Rees, 2006). Модел је због своје једноставности усвојен од стране групе Еврокод стандарда за прорачун челичних конструкција (EN 1993-1-1, 2005; EN 1993-1-5, 2006).

5.1.2.4 Еластично – еластопластичан модел

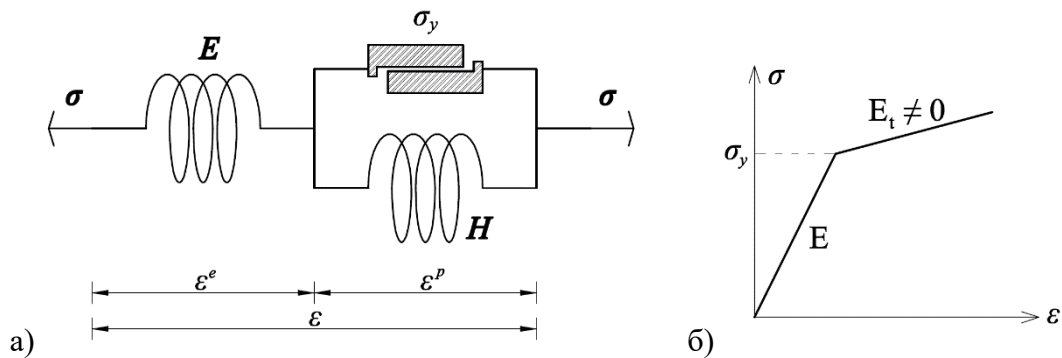
Како би се боље описало пластично понашање метала, претходни модели се морају изменити. У почетку оптерећивања, било затезањем или притиском, материјал се

понаша линеарно еластично. То стање важи док напон не достигне границу развлачења σ_y . Даљим повећањем напона у материјалу се јавља течење. Међутим, напон течења не остаје константан током даље деформације, као што је то случај са еластично-идеално пластичним моделом, већ се јавља и ојачање. Слика 5-13 приказује типичан однос напрезања и деформације при једноосном напону затезања за топло обрађени челик. Карактеристични параметри чврстоће су напон течења σ_y и напон кидања σ_u .



Слика 5-13. Дијаграм σ - ϵ за једноосно напрезање са приказом течења, ојачања и дуктилног лома (Runesson, 2005)

Пластично понашање са ојачањем је представљено моделом састављеним од две опруге (са крутостима E и H) и клизача (Слика 5-14). Када се достигне граница течења, у клизачу се јавља деформација, али не расте бесконачно, већ само док опруга H не пружи довољан отпор деформацији како би се успоставила равнотежа.



Слика 5-14. а) Конститутивни модел еластично – еластопластичног материјала, б) σ - ϵ дијаграм модела

Приликом растерећења, клизач блокира, напон у опрузи H остаје константан, а слободна опруга E се враћа у почетни положај (Kelly, 2008). Нагиб линије оптерећења до границе течења је E . После достизања границе течења важи релација:

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma - \sigma_y}{H} \quad (5-18)$$

Величина H представља модул еластичности опруге H , и на σ - ε дијаграму се не може уочити. Нагиб линије оптерећења након достизања границе течења (тангентни модул) се може одредити као извод напона по дилатацији:

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E H}{E + H} \quad (5-19)$$

Чешћи је случај да је позната вредност E_t , која се одређује из σ - ε дијаграма, а H се одређује посредно, из релације (5-22):

$$H = \frac{E E_t}{E - E_t} \quad (5-20)$$

Поред ефекта ојачања ($H > 0$), материјал може и да омекшава у пластичној области напона ($H < 0$). Тада је крива σ - ε после почетка течења опадајућа. У случају да је $H = 0$ модел се своди на еластично – идеално пластичан.

5.1.3 Услови течења

Течење је промена механичког понашања челика и јавља се као одговор на оптерећења или деформације које изазивају неповратне промене у кристалној решетки. Приликом испитивања челика затезањем, при чему је материјал једноосно оптерећен, до течења долази кад је испуњен услов:

$$\sigma = \sigma_y \quad (5-21)$$

Како је стање напона у општем случају триаксијално, претходни услов није применљив. Стање напона у околини неке тачке у материјалу може бити представљено тачком у простору главних напона. Око координатног почетка тог простора постоји домен еластичног понашања материјала, а спољна граница (анвелопа) еластичног домена дефинише површину познату као површина течења (Chakrabarty, 2010), а она се математички описује помоћу услова течења. Услов течења треба да предвиди када материјал престаје да се понаша еластично, али не описује шта се дешава након тога (Kelly, 2008).

Историјски гледано, предложено је много идеализованих модела понашања материјала. Утврђивање површи течења и анвелопе напона лома у простору главних напона је веома сложен проблем. Због тога су уведене идеализације како би проблем био лакше решен, а добијено решење било употребљиво у пракси (Бонић, 2010).

Неки од најпознатијих услова течења за дуктилне материјале су (Beer, Johnston, DeWolf, & Mazurek, 2012):

- Трескин (*Tresca*) услов, и
- Фон Мизесов (*von Mises*) услов,

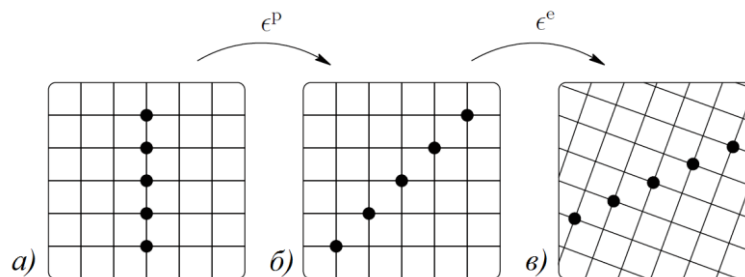
док се за описивање понашања кртих материјала највише користе следећи услови:

- услов максималног нормалног напона – Ранкинов (*Rankine*) услов,
- услов максималне дилатације – Сен-Венанов (*Saint-Venant*) услов,
- Мор-Кулонов (*Mohr-Coulomb*) услов, и
- Друкер-Прагеров (*Drucker-Prager*) услов.

Предност ових модела је њихова једноставност, лако одређивање параметара течења и релативно једноставна примена приликом израде рачунарских програма (Бонић, 2010). Набројани услови течења обухватају могућности моделирања готово свих материјала у грађевинарству. Мор-Кулонов услов се најчешће користи код моделирања кртих материјала и уопште материјала којима је чврстоћа при затезању значајно мања од чврстоће при притиску. Друкер-Прагеров услов је унапређење Мор-Кулоновог услова и погодан је за моделирање пластичног понашања тла, стена и бетона. Код моделирања метала највећу примену имају Трескин и Фон Мизесов услов течења, тако да су они у даљем детаљније обрађени.

5.1.3.1 Трескин услов течења

Пластичне деформације у металима се манифестују као пластично клизање дуж кристалних равни у правцу највећег напона смицања. У савршеној кристалној структури пластично клизање доводи до макроскопске деформације без других изобличења саме структуре решетке (Слика 5-15), а у току пластичног клизања је нееластична промена запремине обично занемарљива (Runesson, 2005).



Слика 5-15. Деформација кристалне решетке: а) недеформисана, б) пластична деформација, в) пластична и еластична деформација (Runesson, 2005)

Претпоставља се да течење код метала има следеће карактеристике (Ottosen & Ristinmaa, 2005):

- хидростатички притисак нема утицаја на течење,
- ако се при чистом затезању течење јавља при напону σ_y , јавља се и при чистом притиску при напону $-\sigma_y$,
- пресеци октаедарских равни (равни које са са правцима главних напона заклапају једнаке углове (Brčić, 1970)) и површи течења су конвексни.

Треска (Tresca, 1864) је, на бази изведених испитивања, закључио да течење материјала почиње при критичној вредности максималног смичућег напона. За случај када за главне напоне $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ важи $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, овај критеријум се може изразити на следећи начин (Dunić, 1995):

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = k_T \quad (5-22)$$

где је k_T експериментално одређена константа течења. Вредност константе се може одредити помоћу теста аксијалног затезања, при чему се одређује напон течења при затезању σ_y . За такво стање напона важи релација:

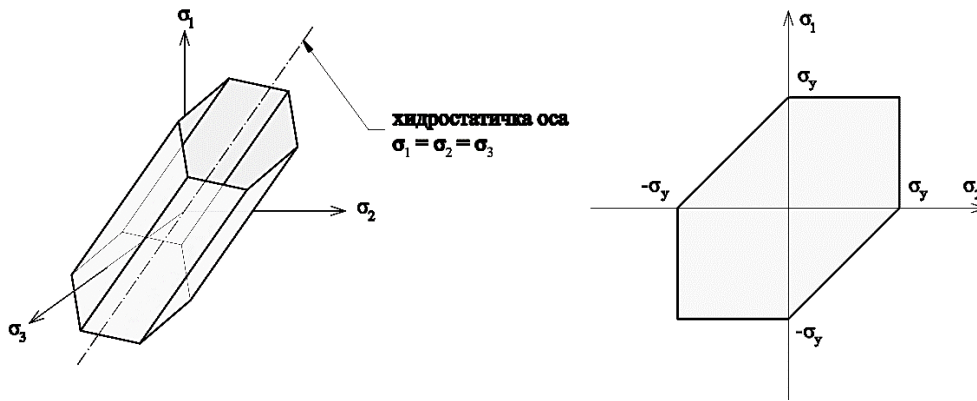
$$k_T = \frac{\sigma_y}{2} \quad (5-23)$$

Поред тога, константа k_T се може одредити помоћу теста чистог смицања. Код овог напрезања је $\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma_T$, а $\sigma_2 = 0$, па се из израза (5-22) добија:

$$k_T = \tau_{max,T} \quad (5-24)$$

Трескина површ течења се у простору главних напона може представити бесконачно дугачком правилном шестоугаоном призмом (Слика 5-16), односно изразом:

$$k_T = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (5-25)$$



Слика 5-16. Трескина површ течења у простору главних напона и у равни $\sigma_3 = 0$

Оса призме течења се поклапа са просторном дијагоналном (хидростатичком осом) за коју важи $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Материјал остаје у еластичној области све док су три главна напона приближно једнака, без обзира да ли је он притискујући или затежући. То значи да хидростатички напон не утиче на течење (Бонић, 2010).

Трескин модел даје резултате који се добро поклапају са експерименталним подацима за дуктилне материјале. Недостатак модела је то што се претпоставља да средњи главни напон σ_2 не утиче на почетак пластичног течења, што експерименти оповргавају (Lubarda, 1989).

5.1.3.2 Фон Мизесов услов течења

Побољшање Трескиног услова је постигнуто увођењем Фон Мизесовог услова (Mises, 1913), код кога течење, поред два екстремна главна напона (σ_1 и σ_3), зависи и од средњег главног напона (σ_2). Претпоставља се да до течења долази када деформациони рад при промени облика (A_{dev}^*) достигне вредност деформационог рада при промени облика на граници течења при аксијалном напрезању ($A_{dev,0}^*$). Деформациони рад при промени облика има вредност (Lubarda, 1989):

$$A_{dev}^* = \frac{1 + \nu}{6 E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (5-26)$$

а деформациони рад при промени облика на граници течења при аксијалном напрезању има вредност:

$$A_{dev,0}^* = \frac{1 + \nu}{3 E} \sigma_y^2 \quad (5-27)$$

Комбиновањем претходне две релације долази се до услова течења:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_y \quad (5-28)$$

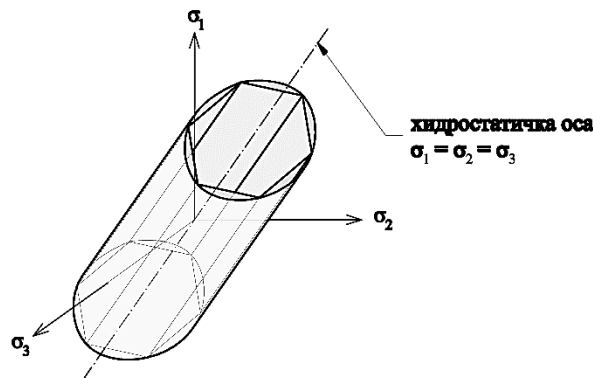
Лева страна једначине (5-28) је сразмерна октаедарском смичућем напону:

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (5-29)$$

тако да се једначина може краће написати:

$$\frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{oct} = \sigma_y \quad (5-30)$$

Фон Мизесов услов течења даје резултате који се најбоље поклапају са експерименталним подацима за дуктилне материјале. У многим случајевима су резултати добијени коришћењем Фон Мизесовог и Трескиног услова приближно једнаки, тако да се у прорачунима, због једноставности, често користи и Трескин услов (Lubarda, 1989). У тродимензионалном простору главних напона σ_1 , σ_2 , σ_3 Фон Мизесова површ течења је цилиндар чија се оса, као и код Трескиног услова, поклапа са хидростатичком осом (Слика 5-17).

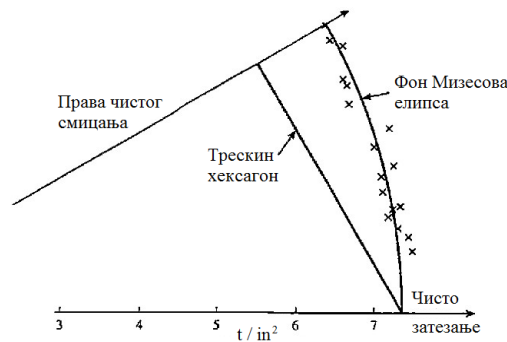


Слика 5-17. Однос Трескине призме и Фон Мизесовог цилиндра у простору напона

Трескин и Фон Мизесов услов течења су упоређени у равни $\sigma_3 = 0$ (Слика 5-19). Фон Мизесова елипса пролази кроз темена Трескиног шестоугла, тако да за стања напона која су представљена овим тачкама критеријуми дају исте резултате. За било које друго стање напона је Трескин услов конзервативнији (Beer, Johnston, DeWolf, & Mazurek, 2012).

Највећа разлика између ова два критеријума јавља се у чистом смицању, за шта Фон Мизесов услов предвиђа већу границу течења од оне коју даје Трескин услов.

Резултати изведених експеримената (Lianis & Ford, 1957) су показали да се већина метала понаша ближе Фон Мизесовом него Трескином услову.



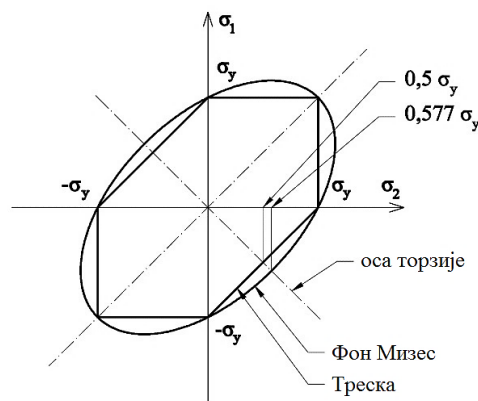
Слика 5-18. Експериментална потврда критеријума течења за чист алуминијум (Lianis & Ford, 1957)

У случају да је $\sigma_{max} = -\sigma_{min}$, што се јавља при чистом смицању или код торзије цилиндричне осовине, напонска стања описују тачке које се налазе на симетрали другог и четвртог квадранта (Слика 5-19). Из тога се закључује да ће течење уследити по испуњењу Трескиног услова:

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \pm \frac{1}{2} \sigma_y \quad (5-31)$$

или, уколико се разматра течење према Фон Мизесовој теорији:

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_y = \pm 0,577 \sigma_y \quad (5-32)$$



Слика 5-19. Поређење Трескиног и Фон Мизесовог услова течења

Напон течења при торзији, односно смичући напон τ_y , се може одредити помоћу теста торзије, а напон σ_y помоћу теста затезања. Однос ових вредности за све материјале се креће у границама 0,55 до 0,60 (Beer, Johnston, DeWolf, & Mazurek, 2012). Према томе, Фон Мизесов услов течења је прецизнији од Трескиног услова.

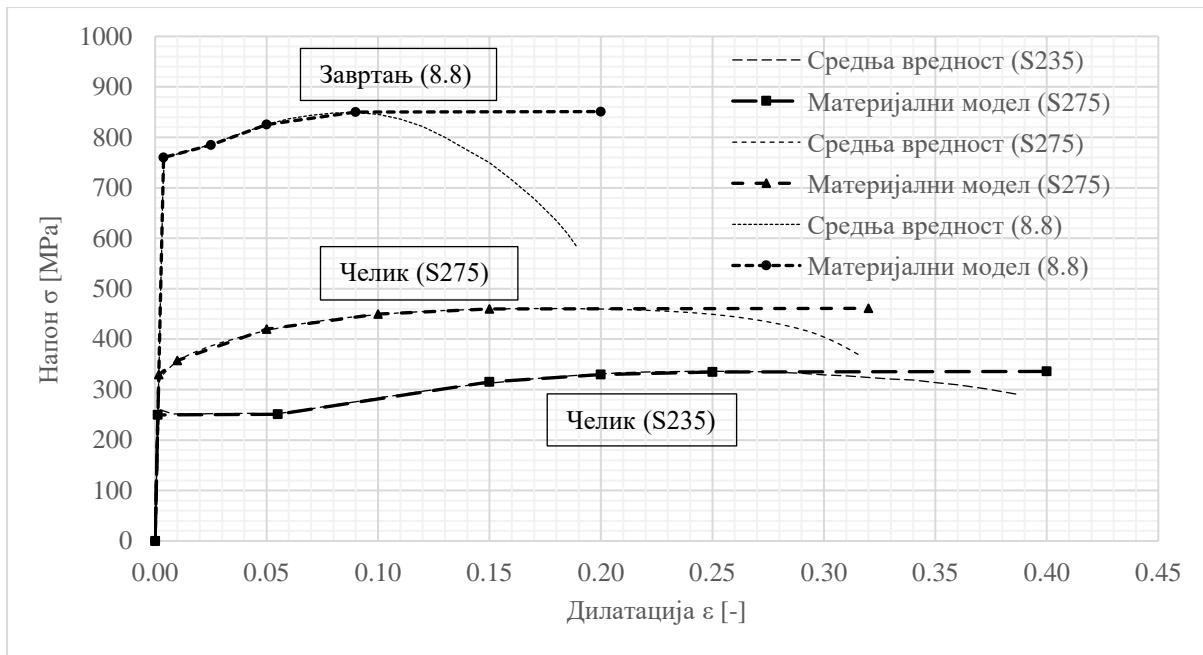
5.1.4 Усвојени материјални модели челика за анализу помоћу МКЕ

Моделирање и прорачун можданика су урађени у софтверу *Femap with NX Nastran* (FEMAP with NX NASTRAN Software documentation, 2016). За моделирање челика је коришћен еластопластични конститутивни модел, са почетком течења према Фон Мизесу и мултилинеарним понашањем у пластичној области (Bathe, 1996). У истраживању су коришћене три класе челика: S235 (за израду елемента за ојачање у серији S2), S275 (за израду елемента за ојачање у серији S3 и за израду челичног профила), и 8.8 (од кога је израђен завртањ).

Усвојене су вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке дијаграма челика на основу испитивања челика на затезање (поглавље 3.1.1). Вредности су дате у табели (Табела 5-1), а дијаграми напон-дилатација су приказани на следећој слици (Слика 5-20).

Табела 5-1. Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојених материјалних модела челика класе S235, S275 и 8.8

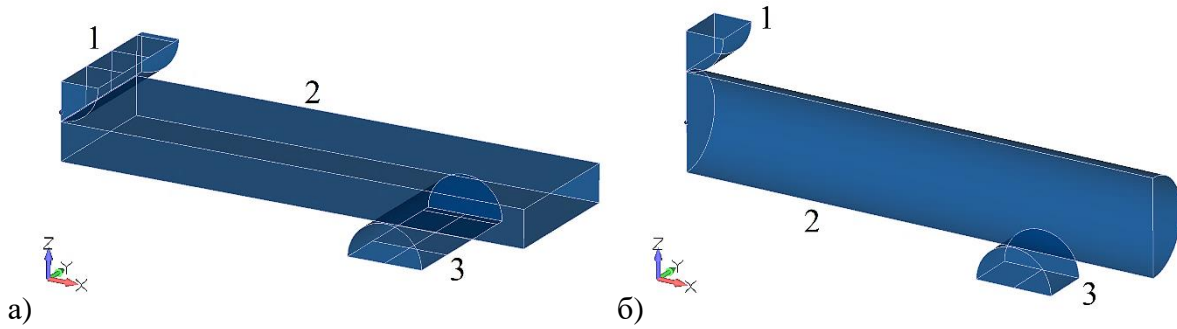
Класа челика	S235		S275		8.8	
Тачка	Дилатација ϵ [-]	Напон σ [MPa]	Дилатација ϵ [-]	Напон σ [MPa]	Дилатација ϵ [-]	Напон σ [MPa]
1	0,000	0	0,000	0	0,000	0
2	0,00122	250	0,00165	330	0,00380	760
3	0,0550	251	0,0100	358	0,0250	785
4	0,150	315	0,0500	420	0,0500	825
5	0,200	330	0,100	450	0,0900	850
6	0,250	335	0,150	460	0,200	851
7	0,400	336	0,320	461	/	/
f_y [MPa]	250		330		760	
f_u [MPa]	335		460		850	



Слика 5-20. Дијаграми средњих вредности напона и дилатације за испитане класе челика и усвојени материјални модели са карактеристичним тачкама

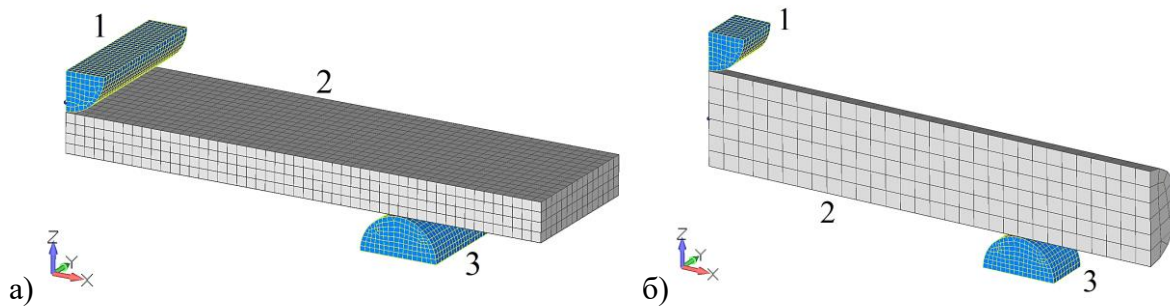
Извршена је валидација три усвојена материјална модела помоћу резултата испитивања челика (лимова и вијка) на савијање (поглавље 3.1.2). Израђени су модели који одговарају према облику и димензијама узорцима лимова и вијка (Слика 5-21). Примењена дебљина лима је 4 mm и ширина трака 30 mm, док је пречник тела коришћеног вијка 10 mm. Узорци су симетрични у односу на две равни, и стога се модели састоје из једне четвртине узорка, уз одговарајуће граничне услове симетрије (Milić, Vacev, Nešović, Petronijević, & Zorić, 2023).

Оптерећивање узорка се врши задавањем вертикалног померања актуатора, тј. челичног елемента облика цилиндра, пречника $\varnothing 8$ mm. Актуатор се помера током трајања анализе 15 mm, вертикално на доле. Ослонац је моделиран такође као цилиндар пречника $\varnothing 8$ mm и налази се на осовинској удаљености од 35 mm од актуатора. Задати су гранични услови који омогућавају да се актуатор креће само вертикално, док је ослонац непомичан. На тај начин је симулиран статички систем просте греде, распона 70 mm, оптерећене концентрисаном силом у средини. Између актуатора и узорка, и ослонаца и узорка, су моделирани контакти са коефицијентом трења $\mu = 0,20$.



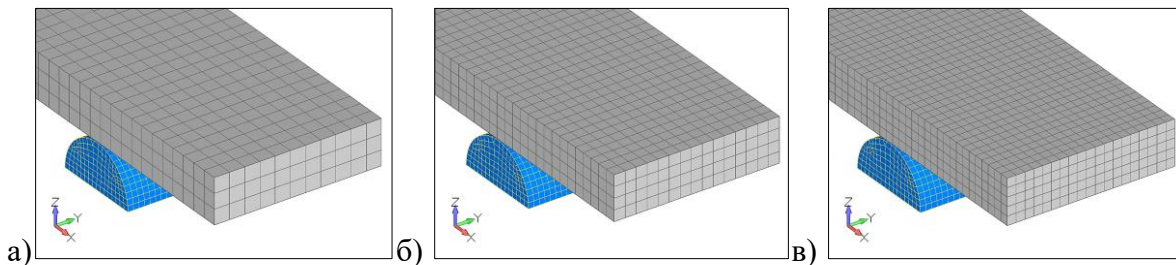
Слика 5-21. Геометрија модела челичне траке и вијка за испитивање на савијање
(легенда: 1 – актуатор, 2 – челична трака и тело вијка, 3 – ослонац)

Сви делови модела су омержени помоћу *KE* типа *8-node SOLID* (запремински *KE* са 8 чворова у теменима). Величина коначних елемената актуатора и ослонаца је 0,50 mm, а величине коначних елемената челичне траке и вијка су вариране (Слика 5-22). *KE* актуатора и ослонаца су мањих димензија од *KE* траке и вијка, због ефикасног остваривања контакта.



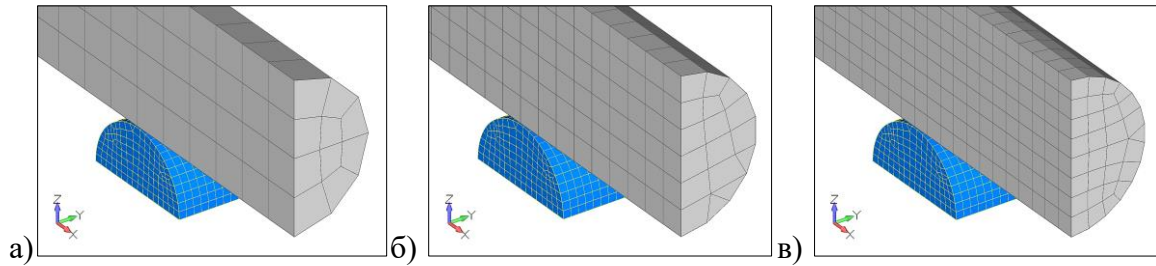
Слика 5-22. Мреже *KE* челичне траке и вијка за испитивање на савијање
(1 – актуатор, 2 – челична трака и тело вијка, 3 – ослонац)

KE челичне траке су величине 1,33 mm, 1,00 mm и 0,80 mm, тако да је трака по дебљини подељен на 3, 4 и 5 делова (Слика 5-23).



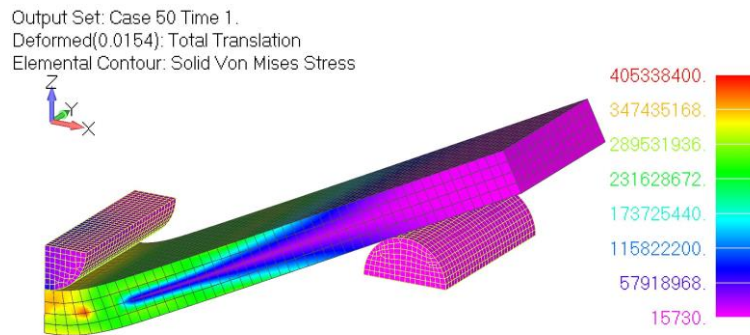
Слика 5-23. Различите густине мреже челичне траке:
а) груба (1,33 mm), б) средња (1,00 mm), в) фина (0,80 mm)

KE вијка су величине 2,50 mm, 1,67 mm и 1,25 mm, тако да је тело вијка по висини подељено на 4, 6 и 8 делова (Слика 5-24).

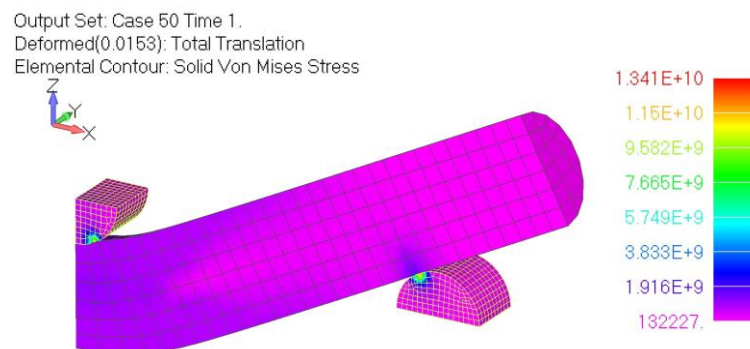


Слика 5-24. Различите густине мреже вијка:
а) груба (2,50 mm), б) средња (1,67 mm), в) фина (1,25 mm)

Моделу су анализирани применом нелинеарне статичке анализе (енгл. *Advanced Nonlinear Static Analysis*). Оптерећење је наносено у 50 корака, а решење конвергира у свим корацима. Резултати анализа су дати у виду контурних приказа (Слика 5-25, Слика 5-26).



Слика 5-25. Контурни приказ Фон Мизесових напона у елементима (челична трака класе S235)

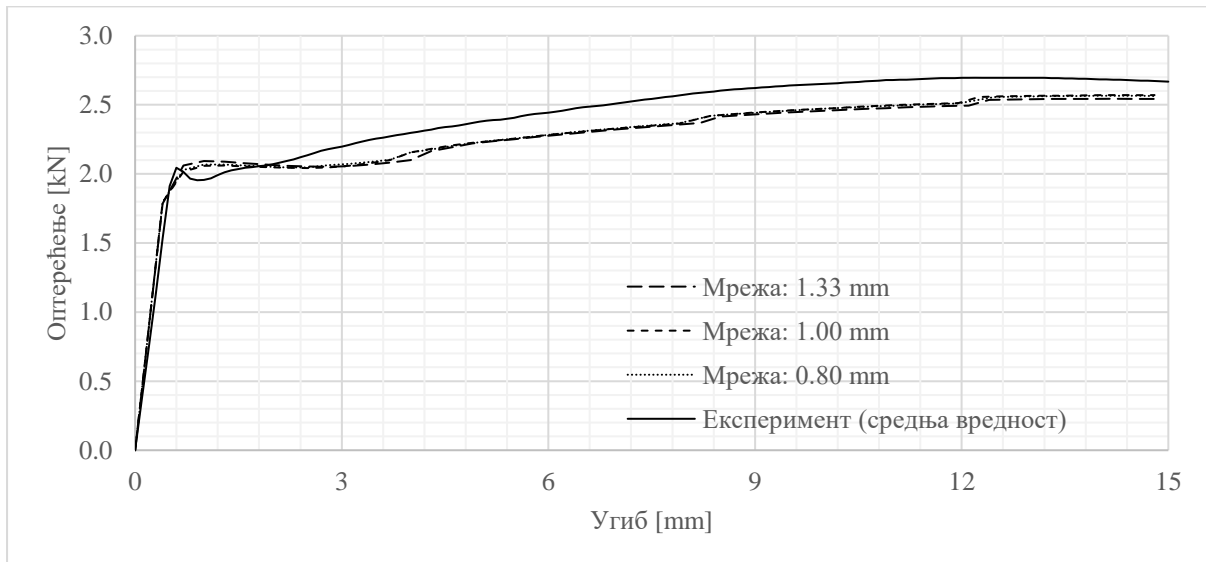


Слика 5-26. Контурни приказ Фон Мизесових напона у елементима (вијак класе 8.8)

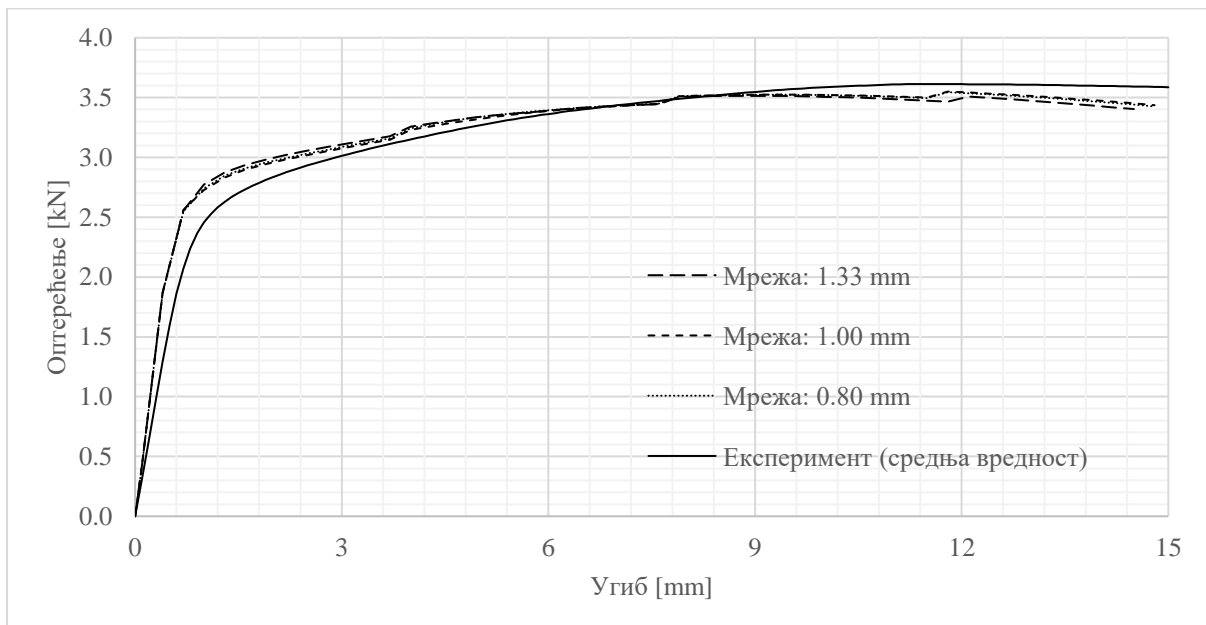
Понашање модела је у потпуном складу са понашањем одговарајућих узорака при експерименталном испитивању (поглавље 3.1.2). Пластични зглобови се јављају у зонама испод деловања актуатора на узорке. Фон Мизесови напони су значајно већи код модела вијка у поређењу са моделом челичне траке, из два разлога. Први разлог је што челик од кога је израђен вијак има знатно већу чврстоћу од челика од којих су израђене

траке, а други је то што се контакти код модела вијка остварују тачкасто, а код модела челичних трака по линији.

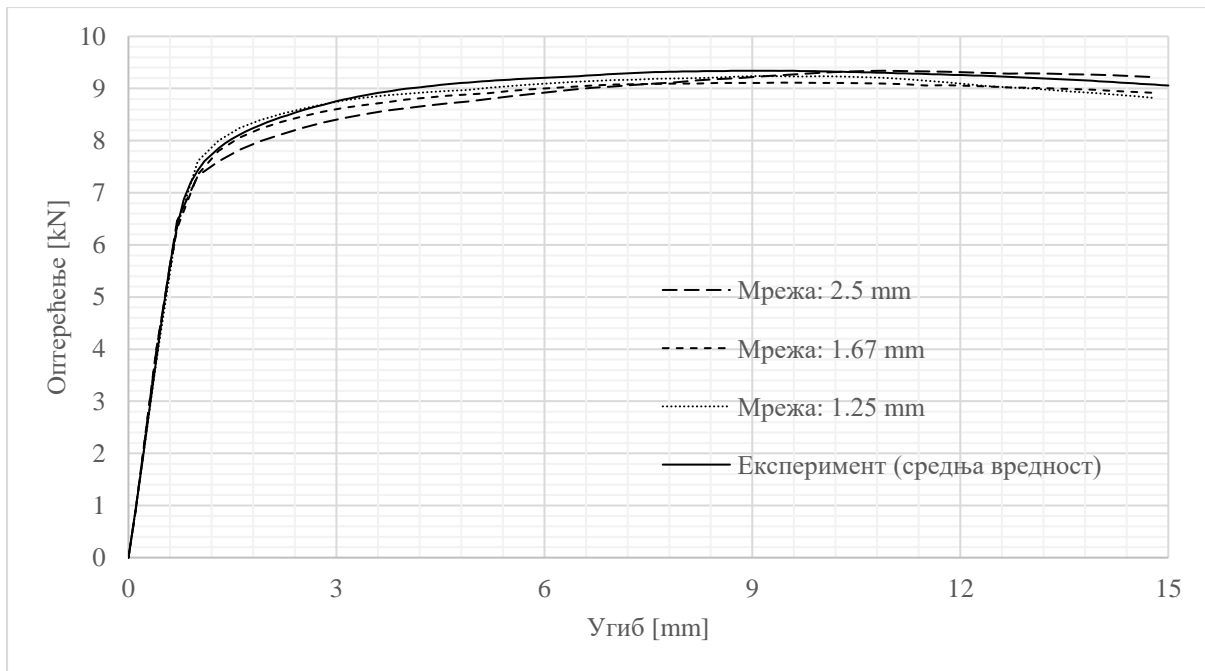
Дијаграми оптерећење-угиб добијени испитивањем елемената израђених од три различите класе челика су дати на следећим сликама (Слика 5-27, Слика 5-28, Слика 5-29). На дијаграмима су приказане експериментално добијене криве и криве добијене нумеричком анализом за три различите густине мреже КЕ.



Слика 5-27. Зависности оптерећење-угиб за различите густине мреже КЕ и средња вредност резултата експеримента (челик класе S235)



Слика 5-28. Зависности оптерећење-угиб за различите густине мреже КЕ и средња вредност резултата експеримента (челик класе S275)



Слика 5-29. Зависности оптерећење-угиб за различите густине мреже KE и средња вредност резултата експеримента (челик завртња класе 8.8)

Резултати добијени нумеричком анализом се добро међусобно поклапају. Такође, експериментално добијене криве се добро поклапају са нумерички добијеним кривама. Највеће одступање експериментално и нумерички добијених оптерећења узорака за челик класе S235 је 9%, за челик класе S275 је 16%, а за вијак класе 8.8 је 4%.

Добијени резултати показују да су за три коришћене класе челика разматрани адекватни материјални модели, и стога су они усвојени за даље моделирање и анализу можданика за спрезање челика и УЛД панела.

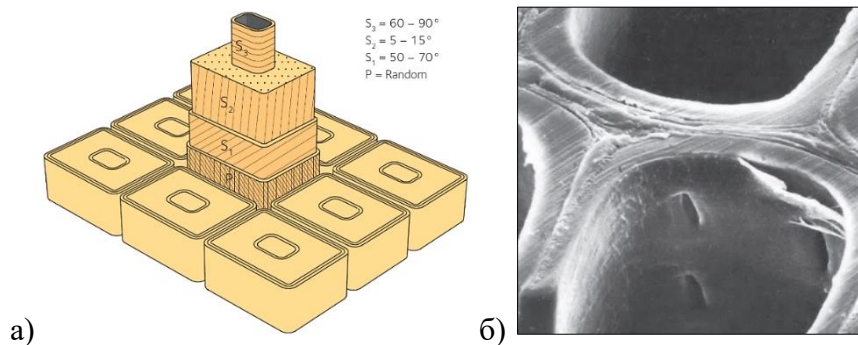
5.2 Материјални модел дрвета

Дрво је природни композит изграђен од углавном три елемента: 50 % угљеника, 6 % водоника и 44 % кисеоника у облику целулозе, хемицелулозе и лигнина. Врсте меког дрвета, у које спада и европска смрча (енгл. *Norway spruce*, лат. *Picea Abies*), имају приближно 40 – 45 % целулозе, 25 – 30 % хемицелулозе и 25 – 35 % лигнина (Bodig & Jaune, 1982).

Целулоза у дрвету се налази у влаканцима затвореним хемицелулозом и лигнином. Та влаканца се називају микрофибрилима. Микрофибрили чине да је ћелијски зид цевастог облика. Најчешћи тип ћелије у меком дрвету је трахеид, дужине 2 – 4 mm и пречника 0,1 mm. Ћелијски зид се састоји од четири слоја. У првом слоју, који се

обично назива примарни зид, микрофибрили су насумично оријентисани. Испод првог слоја се налазе остала три слоја која чине ћелијски зид. Унутрашњи и спољашни слој (S1 и S3, Слика 5-30) имају тангенцијално оријентисане микрофибриле. Између ових слојева се налази дебљи слој (S2) са подужно оријентисаним микрофибрилама. Слој S2 ћелијског зида представља око 85 % дебљине ћелијског зида и према томе има највећи утицај на својства ћелије (Borgström, 2016).

Густина ћелијских зидова дрвета је код свих врста уједначена и износи приближно 1500 kg/m^3 , док је густина дрвета у целини много мања и зависи од врсте. На пример, код балзе (енгл. *Ochroma*, лат. *Ochroma pyramidale*) је то око 120 kg/m^3 , а код храста (енгл. *Oak*, лат. *Quercus*) око 740 kg/m^3 . Изузетно, код тешких врста дрвета, густина може бити и до 1080 kg/m^3 (Jastrzebski, 1976).

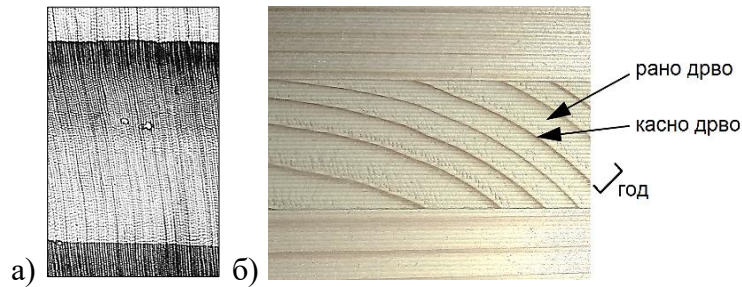


Слика 5-30. Грађа ћелије дрвета: а) шема и типични углови микрофибрила у слојевима (Hoffmeyer, 1995), б) снимак трахеида (врста: калифорнијски бор, лат. *Pinus Radiata*) (Butterfield & Meylan, 1980)

Са аспекта погодности за обраду, дрво се дели на меко и тврдо дрво. У меко дрво спадају четинари, а у тврдо лишћари. За израду инжењерских конструкција су од већег значаја меке врсте дрвета. У спроведеним лабораторијским испитивањима је коришћена европска смрча (енгл. *Norway spruce*, лат. *Picea Abies*), и у даљем тексту се пажња посвећује карактеристикама ове врсте.

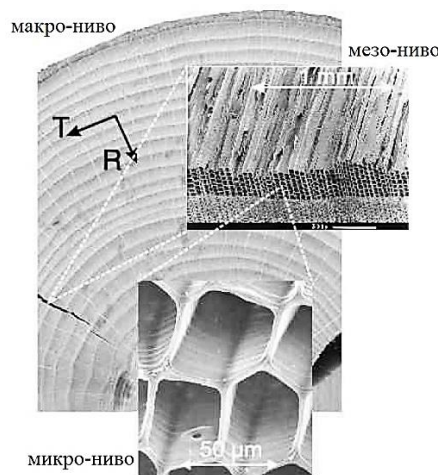
Раст дрвета се манифестује у облику центричних годишњих прстенова (годова). У подручјима у којима преовладава умерена клима, раст је уско повезан са климатским условима, а то су присуство воде и температура. Део структуре код четинара који расте током пролећа (рано дрво) карактеришу ћелије са танким зидом и великим порама. Супротно томе, у току лета и јесени се формирају ћелије са посебно дебелим зидовима и малим ћелијским шупљинама (касно дрво). Током зиме стабло престаје да расте, а изразита разлика у дебљини ћелијских зидова доводи до карактеристичних промена у

густини, боји и тврдоћи унутар годишњег прстена (года). Рано дрво је светлије, док је касно дрво тамније боје (Слика 5-31) (Blaß & Sandhaas, 2017).



Слика 5-31. Рано и касно дрво: а) микроскопски снимак (Wagenführ, 1999), б) пресек елемента од унакрсно ламелираног дрвета; врста: европска смрча (лат. *Picea Abies*)

Анатомија дрвета и механичка својства се могу сагледати на различитим нивоима структуре: макроскопској, мезоскопској и микроскопској (Слика 5-32). Најједноставније је описати својства на макроскопском нивоу, као линеарно еластични континуум, што је најпогодније за инжењерску примену (Smith, Landis, & Gong, 2003). Недостатак код описивања на макро-нивоу је сложено предвиђање нелинеарног понашања. Да би се разумело нелинеарно понашање дрвета, мора се сагледати структура година (мезоскопска) или структура ћелије (микроскопска) (Nilsen, 2015).

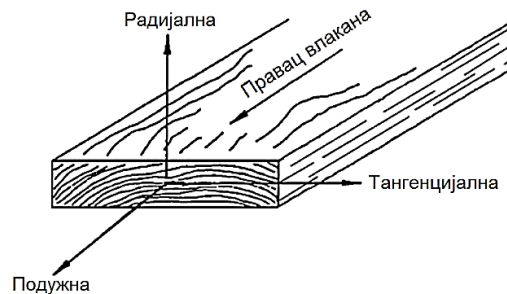


Слика 5-32. Различити ниво анатомије дрвета: макро, мезо и микро-ниво (Wittel, Dill-Langer, & Kröplin, 2005; Butterfield & Meylan, 1980)

5.2.1 Механичко понашање дрвета

Дрво је ортотропни материјал, и има независна механичка својства у правцима трију међусобно управних оса: подужне (лонгитудиналне), радијалне и тангенцијалне (Слика 5-33) (Ross, 2010). Својства у радијалном и тангенцијалном правцу су најчешће изражена као својства управна на влакна са индексом „90“. Ово је могуће из разлога што

су модул еластичности и чврстоћа у подужном правцу много веће од истих карактеристика у радијалном и тангенцијалном правцу. Такође, приликом израде дрвених елемената се води рачуна само о подужном правцу (означеног индексом „0“) (Blaß & Sandhaas, 2017).



Слика 5-33. Осе ортотропије дрвета: подужна (лонгитудинална), радијална и тангенцијална (Ross, 2010)

Дрво је осетљиво на промене влажности и температуре. Ћелијски зидови дрвета су хигроскопни због главног градивног елемента, целулозе. Када је изложен влази, ћелијски зид упија велику количину воде и при томе бубри. Молекули воде тако неутралишу силе између молекула целулозе и смањују крутост и чврстоћу дрвета (Jastrzebski, 1976).

Промена чврстоће и крутости дрвета је приближно линеарна са променом влажности испод тачке засићења, односно, за влажности у опсегу 8 – 20%. Изнад тачке засићења нема великих промена карактеристика са променом садржаја воде (Borgström, 2016). Стандарди за прорачун дрвених конструкција дају зависност механичких карактеристика од влажности дрвета. Еврокод 5 (EN 1995-1-1, 2004) сврстава све конструкционе елементе у различите експлоатационе класе зависно од влажности средине. У зависности од врсте напрезања, у литератури (Hoffmeier, 2003) су дате промене механичких карактеристика дрвета са променом влажности (Табела 5-2).

Табела 5-2. Промена механичких карактеристика са променом влажности за 1% (Hoffmeier, 2003)

Карактеристика	Ознака	Промена
Чврстоћа на притисак паралелно влакнима	$f_{c,0}$	5 %
Чврстоћа на притисак управно на влакна	$f_{c,90}$	5 %
Чврстоћа на савијање паралелно влакнима	f_m	4 %
Чврстоћа на затезање паралелно влакнима	$f_{t,0}$	2,5 %
Чврстоћа на затезање управно на влакна	$f_{t,90}$	2 %
Чврстоћа на смицање паралелно влакнима	f_v	3 %
Модул еластичности паралелно влакнима	$E_{t,0}$	1,5 %

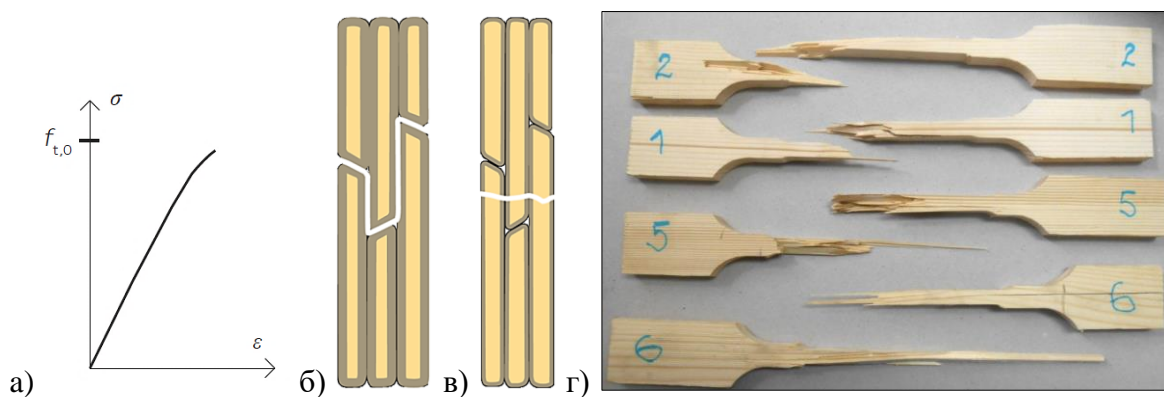
Густина (ρ) је кључни параметар код разликовања дрвета и утиче на готово све карактеристике. Пошто ћелијски зидови дрвета имају константну густину (ρ_s) независно од врсте (око 1500 kg/m^3), густина дрвета првенствено зависи од порозности, која се креће у границама $0,63 - 0,80$. Поре могу да садрже воду, водену пару или ваздух, у различитим пропорцијама, а у зависности од температуре и влажности околине. Најчешће се као нормални услови експлоатације узимају температура од $20 \text{ }^\circ\text{C}$ и релативна влажност ваздуха 65% , при чему је влажност дрвета стабилна и износи око 12% . Већина механичких својстава (чврстоће, модул еластичности) је директно сразмерно повећању густине (Blaß & Sandhaas, 2017).

5.2.1.1 Понашање при затезању паралелно влакнима

Затежућа сила у дрвету се преноси директно преко влакана. Из овог разлога, неправилност грађе дрвета може доста да утиче на чврстоћу при затезању (Гојковић, 1983). Тест затезања дрвета у правцу влакана показује да је однос напона и дилатације приближно линеаран до лома (Слика 5-34а). Могућа су два начина лома:

- лигнинска матрица се ломи и влакна се извлаче (Слика 5-34б), и
- влакна се леме (кидају) (Слика 5-34в).

Приликом испитивања дрвета на затезање се увек јавља знатно расипање резултата, што је и очекивано, јер је дрво нехомоген и анизотропан материјал (Гојковић, 1983). Чврстоћа дрвета при затезању паралелном влакнима ($f_{t,0}$) може бити и до 100 MPa (Borgström, 2016), а модул еластичности у границама $11 - 15 \text{ GPa}$ (Blaß & Sandhaas, 2017). Неповољност је што се материјал ломи крто. Чврстоћа при затезању зависи и од облика, величине и локалитета узорка.

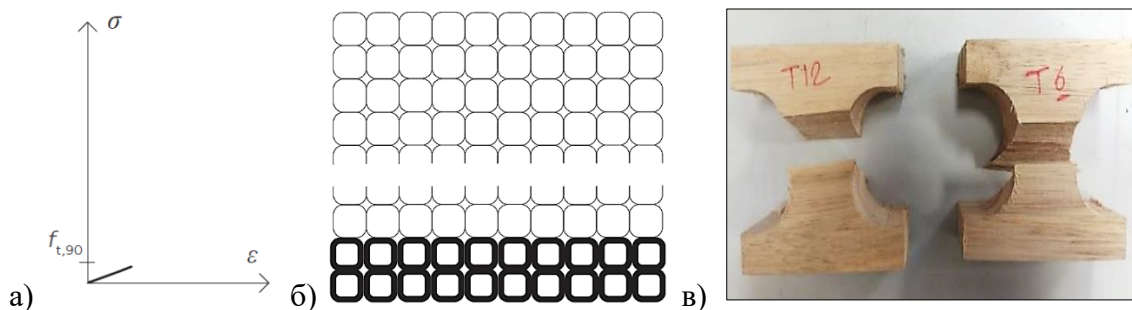


Слика 5-34. Понашање дрвета при затезању паралелном влакнима:
 а-в) σ - ε дијаграм, шеме лома по лигнинској матрици и по влакнима, редом (Borgström, 2016),
 г) узорци након лабораторијског испитивања (Cvetković, 2016)

5.2.1.2 Понашање при затезању управно на влакна

За ову врсту напрезања, понашање дрвета је такође линеарно до лома, до кога долази због декохезије трахеида, и кртог је типа (Слика 5-35). Лом се најчешће јавља на месту оштећења узорка који се испитује (Ху, 2009).

Чврстоћа дрвета на затезање управно на влакна ($f_{t,90}$) је, због природе материјала, 20 до 25 пута мања од чврстоће на затезање у правцу влакана, и у већини случајева не прелази 0,5 МПа (Borgström, 2016). Због могућих грешака у дрвету (чворови, прорези, смолни канали), ова вредност се може смањити и до вредности блиској нули (Гојковић, 1983). Модул еластичности је такође много мањи од модула еластичности паралелно влакнима, и налази се у границама 400 – 500 МПа (Blaß & Sandhaas, 2017).

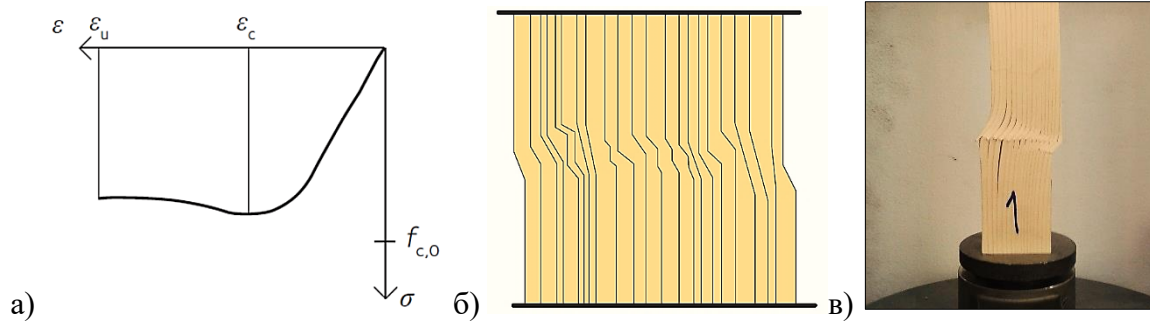


Слика 5-35. Понашање дрвета при затезању управно на влакна:
 а-б) σ - ϵ дијаграм, шема лома – цепања влакана (Borgström, 2016),
 в) узорци након лабораторијског испитивања (Derikvand, Kotlarewski, Lee, Jiao, & Nolan, 2019)

5.2.1.3 Понашање при притиску паралелно влакнима

При деловању притиска паралелно влакнима дрво се понаша другачије него при деловању затезања. Влакна оптерећена аксијалним притиском су врло стабилна. Повећањем оптерећења до границе лома, влакна се извијају или се увлаче једна у друга, и то понашање се може у макроскопском смислу окарактерисати као пластификација (Слика 5-36).

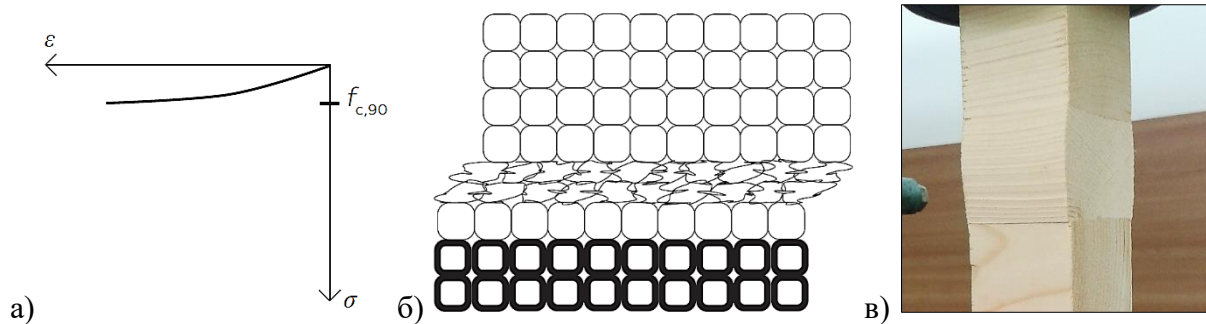
Чврстоћа на притисак паралелно влакнима ($f_{c,0}$) зависи од врсте дрвета, густине, облика и величине узорка и влажности, и има вредност око 80 МПа (Borgström, 2016). Неправилност грађе утиче у много мањој мери него код чврстоће на затезање (Гојковић, 1983). Модул еластичности при притиску паралелно влакнима је једнак модулу при затезању паралелно влакнима ($E_0 = 11 - 15$ GPa) (Blaß & Sandhaas, 2017).



Слика 5-36. Понашање дрвета при притиску паралелном влакнима:
а-б) σ - ϵ дијаграм, шема лома (Borgström, 2016), в) узорак након лабораторијског испитивања

5.2.1.4 Понашање при притиску управно на влакна

Приликом деловања притиска управног на влакна, лом настаје услед гњечења цевастих ћелија дрвета. Бочно гњечење цеви се манифестује при знатно мањем оптерећењу у поређењу са оптерећењем потребним за аксијални лом, тако да су и крутост и чврстоћа мањи. Са повећањем притиска, влакна се збијају, што изазива дуктилно понашање (Слика 5-37). Највећа дилатација може достићи 20%, све док се влакна не распадну у потпуности (Ху, 2009), а када се све ћелије згњече, напон се поново повећава. Тренутак лома није могуће дефинисати, па се чврстоћа на притисак управно на влакна ($f_{c,90}$) дефинише као напон при коме је трајна дилатација 10%, и има вредност 3 – 5 МПа (Borgström, 2016).

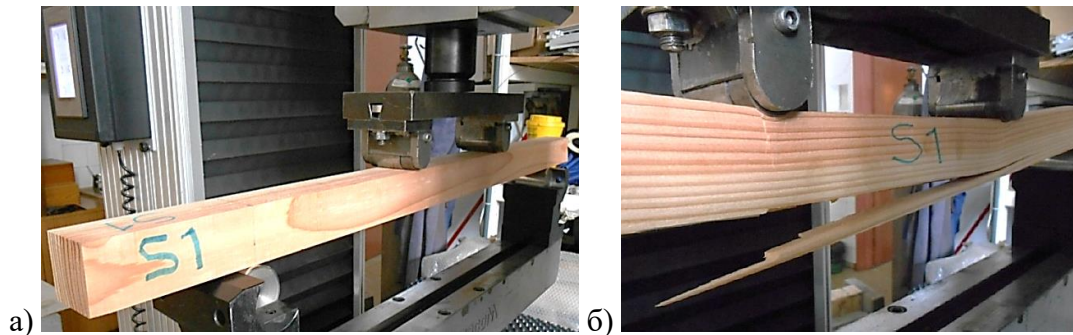


Слика 5-37. Понашање дрвета при притиску управно на влакна:
а-б) σ - ϵ дијаграм, шема лома (Borgström, 2016), в) узорак након лабораторијског испитивања

5.2.1.5 Понашање при савијању паралелно влакнима

За разлику од челика, код кога су чврстоће при савијању, затезању и притиску једнаке, чврстоћа на савијање дрвета је највећа у поређењу са осталим чврстоћама. Понашање дрвета при притиску је дуктилно, при затезању крто, а савијање обједињује ова два понашања.

На почетку испитивања се узорак понаша линеарно еластично (Слика 5-38а). Пластификација почиње када нормални напон у притиснутим влакнима достигне границу еластичности. Влакна се у притиснутом делу тада гњече, док се у затегнутом делу и даље понашају линеарно еластично. Лом настаје у затегнутом делу носача, услед кидања влакана (Слика 5-38б).



Слика 5-38. Лабораторијско испитивање модула еластичности и чврстоће на савијање (Cvetković, 2016): а) узорак на почетку испитивања, б) лом узорка

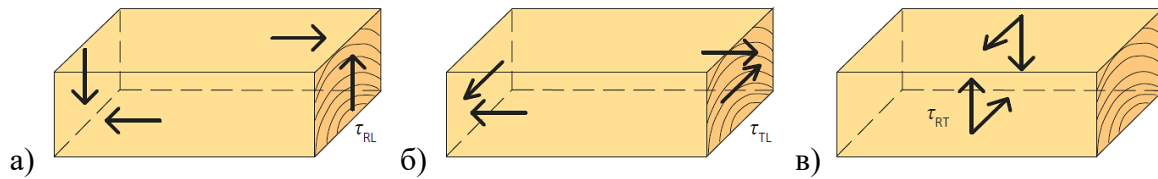
Испитивањем дрвета на затезање или притисак се једноставно могу добити поуздани подаци о чврстоћама, али је за мерење модула еластичности потребна сложенија опрема. Због тога се за одређивање модула еластичности (E_0), уз тестове затезањем, примењује и тест чистим правим савијањем (EN 408, 2010). Овакво испитивање доводи до истих резултата, јер је модул еластичности при савијању једнак модулу еластичности при затезању. Та карактеристика се користи приликом класификовања дрвета, чиме се постиже боља процена чврстоће и крутости него применом визуелне методе (Blaß & Sandhaas, 2017).

5.2.1.6 Понашање при смицању

Смицање услед савијања се увек јавља у два ортогоналним равнима. У зависности од положаја смичућих равни у односу на правац влакана, разликују се:

- подужно-радијално смицање (правци R и L),
- подужно-тангенцијално смицање (правци T и L),
- смицање управно на влакна (правци R и T).

Слично понашању при затезању, клизање расте линеарно са повећањем напона смицања све до кртог лома. Прва два облика смицања (τ_{RL} и τ_{TL}) се најчешће јављају у случајевима савијања монолитних линијских носача, док се смицање управно на влакна (τ_{RT}) јавља код површинских носача од унакрсно ламелираног дрвета (Слика 5-39).



Слика 5-39. Смицање у различитим правцима (Carling, 1992):
 а) подужно-радијално (τ_{RL}), б) подужно-тангенцијално (τ_{TL}), в) управно на влакна (τ_{RT})

Чврстоћа на смицање дрвета (f_v) је највећа у равнима паралелним са правцем влакана, и креће се у границама 5 – 8 МПа. Управно на влакна (енгл. *rolling shear*) је чврстоћа на смицање (f_{roll}) знатно мања, најчешће износи 3 – 4 МПа (Borgström, 2016).

5.2.2 Конститутивни модели

Дрво је природни материјал, сложених карактеристика, и стога врло сложен за моделирање. Приликом моделирања склопова који садрже такав материјал, проблем постаје сложенији. Морају се моделирати и понашање спојних средстава, и контакт између дрвета и спојног средства. Већина модела који успешно описују самостално дрво, не могу да симулирају понашање веза. Како би модели били једноставнији за примену, уводи се претпоставка да се дрво састоји само од паралелних влакана и лигнинске матрице, без неправилности у виду чворова и смолних канала.

Генерално, поуздани математички модели материјала се састоје од четири основне компоненте (Sandhaas, 2012):

- (довољно) тачног рачунања напона из деформације,
- критеријума лома/течења који тачно описује начин лома,
- одговарајућег закона очвршћавања/омекшавања, код моделирања нелинеарног понашања, и
- квалитетних резултата експерименталних испитивања који пружају неопходне улазне податке за претходно наведене ставове.

Понашање дрвета се може симулирати на различите начине у зависности од посматраног нивоа структуре. Могуће је разликовати три главна нивоа моделирања (Toussaint, 2010; Sandhaas, 2012):

- макроскопски (континуумски),
- микроскопски (дискретни), и
- мезоскопски (хибридни) ниво.

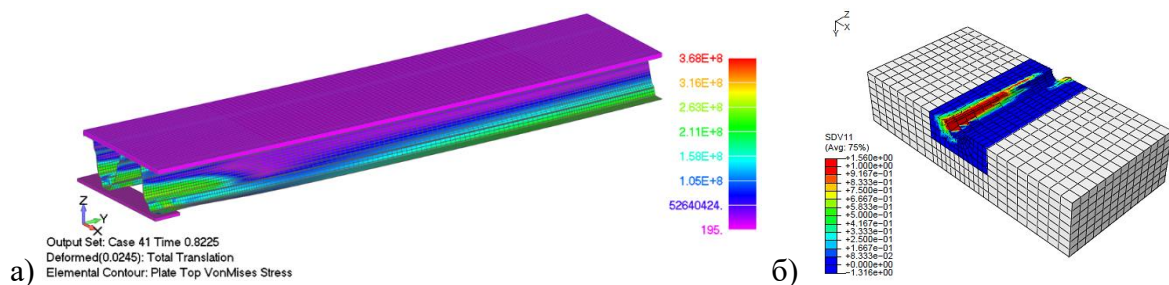
Макроскопски ниво моделирања омогућава једноставну анализу дрвених конструкција у целини. Код таквих модела се поставља и решава систем парцијалних диференцијалних једначина чије решење даје приближни одговор система. Тачно решење парцијалних диференцијалних једначина, које испуњавају све граничне услове, могуће је само за једноставне системе. Обично се користе нумерички поступци, као што је МКЕ, за приближно решавање. Ово посебно важи за нелинеарне проблеме (Sandhaas, 2012).

Дискретни модели замењују механичко понашање просторног дрвеног елемента скупом дискретних елемената. Овим приступом се, уместо просторног модела, израђује жичани модел у виду мреже или решетке, где се елементима у сваком од правца додељују одговарајућа својства дрвета. Поред жичаних модела, постоје и ћелијски модели, код којих је свака ћелија дрвета засебна структура.

Хибридни (мезоскопски) модели обједињују претходна два приступа. Материјал се замењује системом изотропних коначних елемената (просторних или површинских), који се у правцу влакана „ојачавају“ елементима нижег димензионог реда (површинским или линијским), чиме се постиже анизотропија система у целини, а избегава велики број КЕ.

5.2.2.1 Континуумски модели

У већини случајева се моделирање и прорачун конструкција применом МКЕ ради помоћу континуумских модела (Слика 5-40). Решавањем система линеарних једначина се добијају померања чворова, а напони и дилатације за тачке између чворова се одређују интерполацијом. Због тога се, у зависности од густине КЕ, резултати у одређеном смислу осредњавају. Појаве концентрације напона је зато сложено моделирају помоћу континуумских модела (Sandhaas, 2012).



Слика 5-40. Макроскопски модели: а) модел профилисаног лима спрегнутог са дрвеном плочом (Milić, Vacev, Romić, Nežović, & Zorić, 2019), б) дрвени део у моделу везе дрвене греде и челичне плоче (Sandhaas, 2012)

Код идеално еластичног модела, веза напона и деформације преко генерализаног Хуковог закона је описана у поглављу 5.1.2. Као што је наведено, у општем случају је тело анизотропно, и матрица флексибилности садржи 36 елемената који се, углавном, добијају експериментално. Коришћењем симетрије, полазна матрица постаје матрица са 21 независним чланом ($C_{ij} = C_{ji}$):

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & "S" & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (5-33)$$

Матрица флексибилности (5-33) садржи велики број константи еластичности и због тога је моделирање анизотропних материјала врло сложено. Постоји изван број специјалних облика анизотропије, када постоји симетрија еластичних својстава у односу на извесне равни или правце у простору. Од већег значаја је ортогонална анизотропија или ортотропија. Тај случај наступа када у свакој тачки тела постоје три међусобно управне равни еластичне симетрије (Врчић, 1970).

Механичко понашање дрвета се може једноставније описати уколико се усвоји да важи ортотропија. Потребно је 12 константи, од којих је 9 независних: три модула еластичности (E_R , E_L и E_T) и шест Поасонових коефицијената. Поасонови коефицијенти код дрвета су означени са ν_{LR} , ν_{RL} , ν_{LT} , ν_{TL} , ν_{RT} и ν_{TR} . Прво слово у индексу се односи се на правац примењеног напрезања, а друго слово на правац посматране бочне деформације. Просечне вредности експериментално одређених Поасонових коефицијената за различите врсте дрвета дате су у литератури (Ross, 2010). Поред врсте дрвета, Поасонови коефицијенти зависе и од садржаја влаге и специфичне тежине. Однос између модула еластичности и Поасонових коефицијената је дат једначином:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}; i \neq j; i, j = L, R, T \quad (5-34)$$

У случају да је материјал ортотропан, матрица флексибилности има облик:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ & C_{22} & C_{23} & & & \\ & & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & "S" & & & C_{55} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (5-35)$$

У развијеном облику, и уз замену коефицијената C_{ij} , једначине (5-35) гласе:

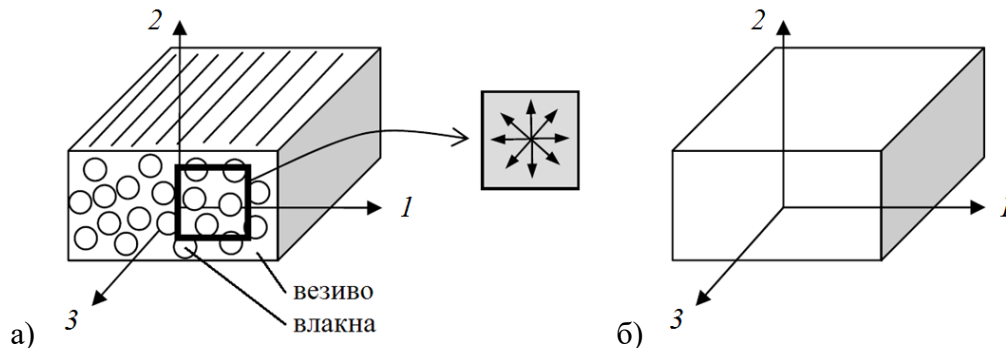
$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E_L} \sigma_x - \frac{\nu_{LR}}{E_R} \sigma_y - \frac{\nu_{LT}}{E_T} \sigma_z \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu_{RL}}{E_L} \sigma_x + \frac{1}{E_R} \sigma_y - \frac{\nu_{RT}}{E_T} \sigma_z \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu_{TL}}{E_L} \sigma_x - \frac{\nu_{TR}}{E_R} \sigma_y + \frac{1}{E_T} \sigma_z \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G_{LR}} \tau_{xy}, \gamma_{yz} = \frac{1}{G_{RT}} \tau_{yz}, \gamma_{zx} = \frac{1}{G_{TL}} \tau_{zx} \end{aligned} \quad (5-36)$$

Важна карактеристика ортотропног материјала је што не постоји веза између нормалних и тангенцијалних напона, у случају да се осе напрезања и осе материјала поклапају. Нормални напони изазивају само дилатације, а тангенцијални напони само клизања (Kelly, 2008). Овај тип еластичне симетрије се јавља код слојевитог дрвета, „сендвич“ плоча, ортотропних плоча код мостова, и др. (Вгчић, 1970).

Идеалан модел дрвета би требало да обухвати својства материјала у сва три ортогонална правца, и неки од развијених модела уважавају овај приступ (Tabieć & Wu, 2000; Sandhaas, 2012). Међутим, приликом испитивања механичких карактеристика, производње и обраде дрвета, обично се дефинише само правац паралелан са влакнима, а разлика између друга два правца не постоји (Dias, 2005). Такође, већина модела, због упрошћења, сматра дрво попречно изотропним, са понашањем у попречном правцу које је једнако просечном понашању дрвета у тангенцијалном и радијалном правцу (Toussaint, 2010). Сходно томе, приликом моделирања дрвета није потребно разликовати радијални и тангенцијални правац, већ само правац влакана и правац управан на њега (индекси „0“ и „90“).

Попречно (трансверзално) изотропан материјал има један материјални правац и његов одзив у равни управној на овај правац је изотропан. Такви материјали су нпр. влакнима ојачани полимери (енгл. *Fibre Reinforced Polymer – FRP*), који су подгрупа класе материјала који се називају композити (Петровић, 2016). Композитни материјал је

состављен од влакана и одговарајуће матрице. Карактеристични правац материјала је правац осе „3“ (Слика 5-41), а својства материјала су једнака у свим правцима управним на тај правац (Kelly, 2008).



Слика 5-41. Попречно ортотропан материјал (Kelly, 2008): а) микроструктура, б) континуумски модел

Додатна симетрија у односу на ортотропни материјал смањује број независних еластичних константи, тако да је уместо девет потребно пет еластичних константи:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ & C_{11} & C_{13} & & & \\ & & C_{33} & & & \\ & & & C_{11} - C_{12} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \quad (5-37)$$

где је главни правац материјала у правцу осе „3“. Заменом еластичних константи у претходној матрици, и уважавањем релација:

$$E_1 = E_2, \nu_{12} = \nu_{21}, \nu_{13} = \nu_{23}, \nu_{31} = \nu_{32}, G_{13} = G_{23} \quad (5-38)$$

претходна матрица постаје:

$$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \quad (5-39)$$

Услед симетрије матрице важи релација:

$$\frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3} \quad (5-40)$$

Константе у претходним изразима су:

E_1 – модул еластичности у равни изотропије (попречни модул),

E_3 – модул еластичности управно на раван изотропије (подужни модул),

G_{12} – модул клизања за раван изотропије,

G_{13} – модул клизања за равни управне на раван изотропије,

ν_{12} – Поасонов коефицијент који карактерише редуkcију попречне дилатације у равни изотропије услед напона у тој истој равни,

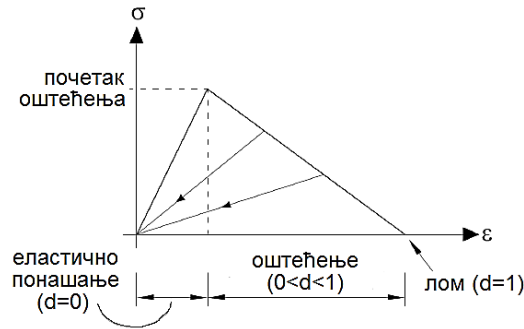
ν_{13} – Поасонов коефицијент који карактерише редуkcију попречне дилатације у равни изотропије услед напона управног на ту раван (Chen & Saleeb, 1994).

Од претходних шест константи, независних је пет: $E_1, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}$ и G_{13} , док се други модул клизања може одредити помоћу израза $G_{12} = E_1 / (2(1 + \nu_{12}))$.

За изотропни еластични материјал важи: $E_1 = E_3, \nu_{12} = \nu_{13}$ и $G_{12} = G_{13}$, тако да се случај своди на материјал описан у поглављу 5.1.2, са само две еластичне константе E и ν .

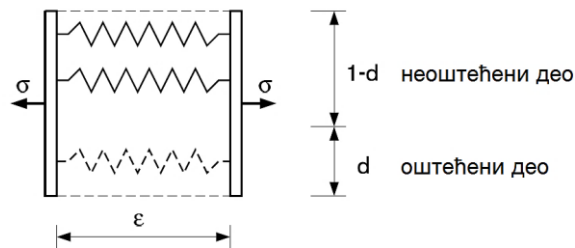
Упркос проблемима који се односе на дефинисање еластичних својстава дрвета, најзначајнији проблеми настају при моделирању еластопластичног понашања. Дрво се под притиском понаша дуктилно након достизања границе течења, док се у случају затезања понаша крто. Због тога класични еластопластични модел није погодан за описивање стварног понашања материјала (Dias, 2005). Развијени су модели дрвета код којих је усвојено једнако понашање при затезању, као и при притиску (Hong & Barrett, 2008), али се они не могу универзално применити.

Непосредно пре лома почиње деградација (оштећење) микроструктуре код свих инжењерских материјала. Оштећење доводи до омекшавања материјала, односно до глобалног смањења крутости. Са прирастом деформације, напон опада већом или мањом брзином, зависно од брзине настанка оштећења (Runesson, 2005). Процес узастопне деградације материјала може се моделирати теоријом оштећења. Степен оштећења се описује увођењем скаларне величине d ($0 \leq d \leq 1$). Вредност $d = 0$ одговара неоштећеном материјалу, док $d = 1$ значи да је материјал потпуно оштећен (Слика 5-42).



Слика 5-42. Основна идеја модела континуума са оштећењем:
σ-ε дијаграм материјала са омекшавањем (Sandhaas & Van de Kuilen, 2013)

У случају аксијалног напрезања, степен оштећења је количник површине оштећеног дела попречног пресека и укупне површине попречног пресека (Слика 5-43). Претпоставка је да се материјал састоји од паралелних влакана изложених једнаком напрезању. У одређеном тренутку је део влакана (d) оштећен, а преостали део ($1 - d$) није.



Слика 5-43. Елементарни модел оштећења заснован на принципу једнаких дилатација (Runesson, 2005)

Појам ефективног напона $\hat{\sigma}$, који је увео Качанов (Kachanov, 1958) за напонско стање једноаксијалног напрезања при оштећењу, може се одредити према релацији:

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - d} \quad (5-41)$$

За дефинисање понашања материјала током напрезања у правцима трију оса, може се искористити модел континуума са оштећењем (енгл. *Continuum Damage Model*).

Модел континуума са оштећењем је нелинеарни еластични модел, где се нелинеарно понашање постиже модификовањем матрице крутости $[D]$ или њене инверзне матрице, матрице флексибилности $[C]$. Примењује се заједно са нелинеарном инкрементално-итеративном анализом. Променљива d , која описује степен оштећења, се додаје у основну једначину за линеарни еластични материјал (Sandhaas & Van de Kuilen, 2013):

$$\sigma_{ij} = (1 - d) D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5-42)$$

Као и код једноосијалног модела, у случају да је $d = 0$, нема оштећења, а ако је $d = 1$, материјал је потпуно оштећен. У једначини (5-42), скаларна величина d описује изотропна оштећења. Ако се уведе анизотропно оштећење, степен оштећења се не може описати једном променљивом, већ се мора дефинисати неколико њих.

Развијање тродимензионалног материјалног модела дрвета захтева формулисање следећих карактеристика (Sandhaas & Van de Kuilen, 2013):

- услова почетка оштећења (аналогно условима течења код метала),
- постеластичног понашања (за $0 < d < 1$), и
- конститутивног модела, који даје однос напона и деформација.

Класична теорија пластичности се углавном заснива на критеријумима почетка пластичног понашања изотропних материјала који се описују помоћу једне површи. Поред тога, Фон Мизесов услов (Mises, 1913) се може проширити и за потребе описивања анизотропних материјала. Развијајући модел применљив за композитне материјале, Хил (Hill, 1948) је заменио Фон Мизесов кружни цилиндар елипсастим. Недостатак Хиловог критеријума је то што не узима у обзир различите вредности чврстоћа на затезање и притисак, као и то што хидростатичко стање напона не изазива пластификацију, што у стварности није тачно.

У истраживањима материјалног модела дрвета спроведеним за потребе описивања понашања везе штапастим спојним средствима (Sandhaas, 2012), коришћени су критеријуми Тсаија и Вуа (Tsai & Wu, 1971). Они су дефинисали осам критеријума заснованих на односима напона и одговарајућих чврстоћа материјала, а престанак еластичног понашања наступа након испуњења једног од њих. У литератури се најчешће употребљава израз „лом“ за описивање тренутка промене понашања материјала из линеарно еластичног у нелинеарно. Овде је тај термин задржан, иако не означава стварни лом, јер материјал и даље задржава својства крутости.

- критеријум 1: Лом при затезању паралелно влакнима је крти облик лома дрвета који је узрокован напоном затезања паралелним влакнима. Претпоставља се да остали компонентални напони немају утицаја. У математичком облику критеријум гласи:

$$\sigma_L / f_{t,0} = 1 \quad (\sigma_L \geq 0) \quad (5-43)$$

где су σ_L и $f_{t,0}$ нормални напон у правцу влакана и чврстоћа дрвета на затезање у правцу влакана.

- критеријум 2: Лом при притиску паралелно влакнима је дуктилни облик лома дрвета који је узрокован напоном притиска паралелно влакнима, без утицаја других компонената, и има облик:

$$-\sigma_L/f_{c,0} = 1 \quad (\sigma_L < 0) \quad (5-44)$$

где је $f_{c,0}$ чврстоћа дрвета при притиску паралелно влакнима.

- критеријуми 3 и 4: Лом дрвета услед цепања управно на влакна је крти лом који настаје услед здруженог дејства напона затезања управно на влакна, напона смицања паралелно влакнима и напона смицања управно на влакна:

$$\sigma_{R/T}^2/f_{t,90}^2 + \tau_{LT/LR}^2/f_v^2 + \tau_{RT}^2/f_{roll}^2 = 1 \quad (\sigma_{R/T} \geq 0) \quad (5-45)$$

где су $\sigma_{R/T}$, $\tau_{LT/LR}$ и τ_{RT} напони при затезању управно на влакна, смицању паралелно влакнима и смицању управно на влакна, редом, а $f_{t,90}$, f_v и f_{roll} чврстоће које одговарају наведеним напонима.

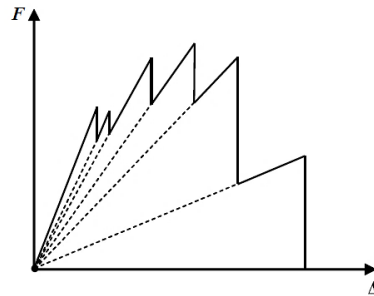
- критеријуми 5 до 8: Лом настаје услед деловања напона притиска управно на влакна и напона смицања. Уместо једног, код ког се рачуна укупно дејство, овде постоје два раздвојена услова: за лом услед чистог притиска и за лом услед смицања.

$$\begin{aligned} -\sigma_{R/T}/f_{t,90} &= 1 \quad (\sigma_{R/T} < 0) \\ \tau_{LT/LR}^2/f_v^2 + \tau_{RT}^2/f_{roll}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (5-46)$$

Након што је утврђен почетак оштећења применом једначина (5-43) до (5-46), потребно је дефинисати пост-еластично механичко понашање и променљиве оштећења. Идентификована су два главна постеластична типа понашања (Sandhaas & Van de Kuilen, 2013):

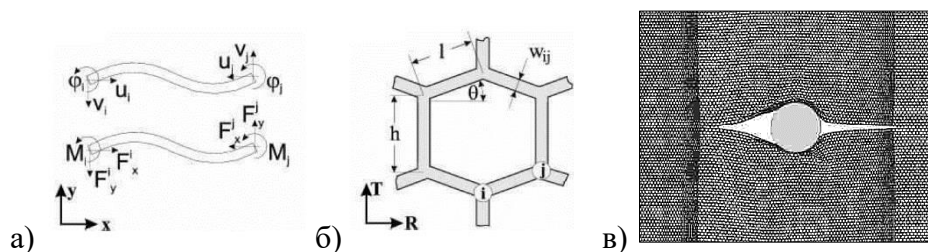
- дуктилно понашање (напон задржава вредност при повећању дилатације) при притиску паралелно и управно на влакна, и
- омекшавање (напон се смањује при повећању дилатације) при затезању и смицању.

или му се додељује врло мала крутост. Стога се матрица крутости рачуна након сваког корака оптерећења. Након иницијалног лома, у сваком следећем кораку оптерећење делује на конструкцију која садржи мање елемената и самим тим мању крутост (Sandhaas, 2012). Услед смањења броја елемената, крутост система степенасто опада, што доводи до тога да су типичне криве понашања модела тестерасте (Слика 5-44).



Слика 5-44. Тестераста одзив система код дискретних (жичаних) модела (Reichert, 2009)

Основни конструкцијски елемент који се користи код дводимензионалног жичаног модела (Wittel, Dill-Langer, & Kröplin, 2005) је Тимошенков штап, који има могућност аксијалне и попречне деформације. Пошто је модел дводимензионалан, оптерећење се наноси и померања анализирају у RT равни дрвета. Сви елементи су изотропни, а анизотропија конструкције се јавља услед њиховог распореда (Слика 5-45).

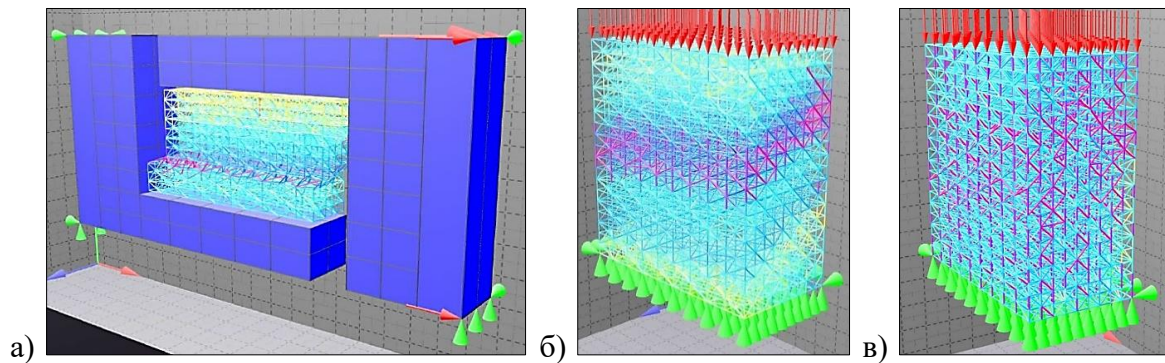


Слика 5-45. Дводимензионални дискретни модел (Wittel, Dill-Langer, & Kröplin, 2005):
 а-б) степени слободе и распоред елемената у моделу,
 в) примена модела код симулације цепања дрвета око забијеног ексера

Рајхерт (Reichert, 2009) је проширио постојећи модел кртог материјала (Jirásek & Vařant, 1995) и узевши у обзир пластично понашање дрвета при притиску и крто при затезању. Модел има облик просторне решетке, са елементима који се, као и у претходном моделу, ослањају на класичну теорију деформације греде. Проблем код модела са ортогоналним штаповима је то што се не могу истовремено постићи одговарајуће аксијалне крутости и крутости на смицање. Због тога Рајхерт уводи дијагоналне елементе и додељује им крутости које одговарају карактеристикама дрвета на смицање.

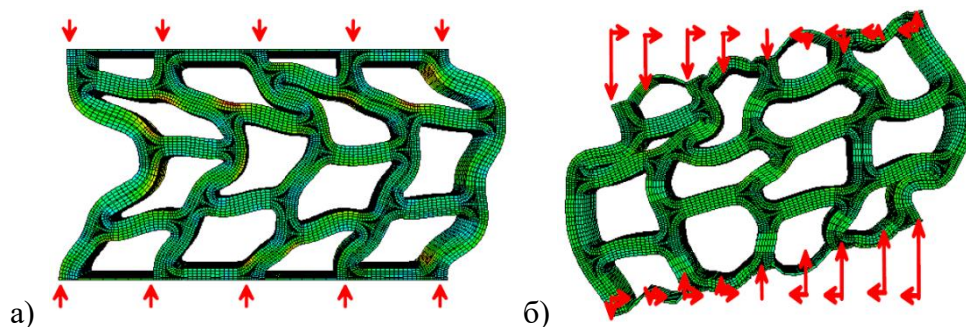
Пошто моделирају материјал на микроскопском нивоу, дискретни модели имају много већи број чворова од континуумских модела. Линије на којима се елементи налазе морају да буду праве, а мрежа је исте густине у свим деловима модела. Како би се смањио број степени слободе, користе се тродимензионални линеарно-еластични елементи у областима модела где се не очекује нелинеарно понашање.

На следећој слици (Слика 5-46) су дати резултати анализе модела оптерећених на чисто смицање и на притисак паралелно влакнима. Код модела оптерећеног на смицање су примењени и линеарно-еластични елементи (Слика 5-46а).



Слика 5-46. Тродимензионални дискретни модел (Reichert, 2009) оптерећен на: а) чисто смицање, б) притисак паралелно влакнима, и в) притисак управно на влакна

Посебна врста дискретних модела дрвета је ћелијски модел, развијен за потребе проучавања утицаја комбинације притиска и смицања у влакнима и трајне деформације (De Magistris, 2005). Моделиран је скуп од дванаест ћелија дрвета (Слика 5-47). Коначни елементи су тродимензионални, изотропни и еластопластични. Овакав модел омогућава увид у напонско стање на нивоу ћелија, и верно представља све карактеристике дрвета.



Слика 5-47. Деформација ћелијског модела (De Magistris, 2005): а) при притиску, б) при комбинованом дејству смицања и притиска

Могућности ћелијског модела су ограничене на симулације у RT равни и мали број ћелија, а прорачуни дуго трају због великог броја елемената (Toussaint, 2010). Превазилажење ових проблема је могуће помоћу моделирања на мезоскопском нивоу.

5.2.2.3 Хибридни модели

Просечан дискретни модел садржи велики број елемената, а прорачун модела траје веома дуго. Следећа непогодност је што је код дискретног приступа моделирање контактеног понашања веома сложено, јер не постоје површински елементи који се међусобно додирују. Са друге стране, примена континуумских модела захтева израду корисничког потпрограма ради имплементирања у софтвер за анализу конструкције.

Помоћу алата који постоје у модерним софтверским пакетима и хибридног приступа, могуће је постићи компромисно решење: моделирати дрво без коришћења корисничких потпрограма, и тако да модел има много мање елемената него што би имао дискретни модел.

Величина коначног елемента код хибридних (мезоскопских) модела не треба да је већа од ширине годова дрвета (код смрче је то између 1 и 8 mm) (Toussaint, 2010).

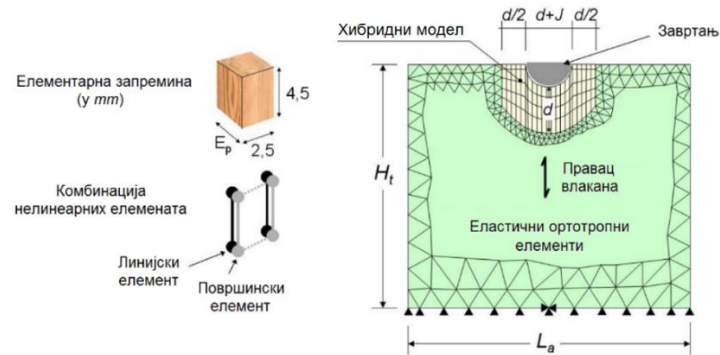
Хибридни приступ код моделирања дрвета се остварује на више начина:

- спајањем линијских и површинских елемената (Vocquet, 1997; Racher & Vocquet, 2005),
- спајањем запреминских и линијских елемената (Toussaint, 2010), и
- спајањем површинских и запреминских елемената (Tavakoli-Gheynani, 2011).

Спајањем линијских и површинских елемената се добија најједноставнији хибридни модел (Vocquet, 1997; Racher & Vocquet, 2005). Изотропни материјални модел, примењен код површинских елемената, описује механичко понашање дрвета управно на влакна, а линијски елемент описује разлику у понашању материјала паралелно и управно на влакна (Слика 5-48). Понашање при дејству смицања такође моделирају површински елементи. Модел је развијен за потребе одређивања носивости и померљивости везе између челичног завртња и лепљеног ламелираног дрвета. У пратећим експериментима су коришћене следеће ботаничке врсте: тврдо дрво – ироко (енгл. *Iroko*, лат. *Milicia excelsa*) и меко дрво – велика јела (енгл. *Hem-fir*, лат. *Abies grandis*).

У случају да је у дрвету прекорачена чврстоћа на затезање управно на влакна, материјал се цепа, односно, отварају се подужне пукотине, али влакна и даље могу да

преносе напон затезања у правцу влакана. Хибридни модел се у том случају слично понаша: при деловању напона затезања управно на влакна у површинским елементима се дешава лом материјала, док линијски елементи и даље преносе оптерећење.



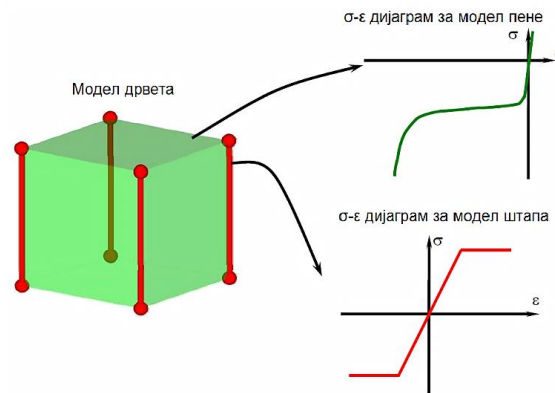
Слика 5-48. Један од хибридних модела дрвета: комбинација линијских и површинских елемената (Racher & Bocquet, 2005)

Контакт између завртња и дрвета се остварује помоћу специфичних контактних елемената. Њихово механичко понашање је у складу са Мор-Кулоновим законом трења, где се као улазни параметар задаје угао трења (ϕ) или коефицијент трења ($tg\phi$). Због оптимизације, хибридни приступом је моделирана само област у којој се очекује нелинеарно понашање, док је област у којој се очекује линеарно понашање моделирана линеарно-еластичним ортотропним елементима.

Дрво је ћелијастог материјала, и његова структура показује доста сличности са пенастим материјалима, тако да се за материјални модел дрвета може применити и модел пене (Gibson & Ashby, 1997). У правцу управном на влакна, понашање дрвета је при затезању крто, док је при притиску дуктилно. У складу са тим су дефинисане механичке карактеристике пенастог материјала. Карактеристике пене зависе од својстава ћелијског зида пене и геометрије ћелије. Пене могу бити отвореног и затвореног типа. Уколико се притисак флуида (гаса) унутар ћелија не мења приликом промене запремине ћелије, реч је о отвореном типу пене. Уколико се притисак мења, то значи да је флуид у ћелији заробљен, а пена се назива затвореном и сложенија је за моделирање. Дрво се може окарактерисати као пена отвореног типа.

У раду Тусана (Toussaint, 2010) је примењен изотропни тип пене за запреминске елементе, а ортотропија је постигнута додавањем линијских елемената у правцу влакана (Слика 5-49). Слично претходном моделу, линијски елементи описују разлику у понашању материјала паралелно и управно на влакна, док, уместо површинских, запремински елементи пене описују механичко понашање дрвета управно на влакна и

понашање на смицање. Модел је развијен за потребе проучавања понашања конструкција од дрвета бамбуса (енгл. *Bamboo*, лат. *Bambusoideae*) приликом преднапрезања.



Слика 5-49. Хибридни модел дрвета са пенастим просторним елементом и штаповима (Toussaint, 2010)

За разлику од претходног хибридног модела (Racher & Vocquet, 2005) код кога су штапови зглобно везани за темена коначног елемента (чворове), код модела са испуном од пене (Toussaint, 2010) су штапови круто везани на крајевима, односно, примењен је коначни елемент греде. Елемент дрвета се због тога састоји од пенастог елемента и четири греде на ивицама у правцу влакана (Слика 5-49). На слици су греде приказане жичано, без попречног пресека.

Модел који се састоји из запреминских и површинских елемената (Tavakoli-Gheynani, 2011) је развијен за потребе моделирања и проучавања веза у дрвеним конструкцијама које се остварују засеком. Сложенији је од осталих хибридних модела услед постојања знатно више улазних параметара.

5.2.3 Усвојени материјални модел дрвета за анализу помоћу МКЕ

За разлику од материјалног модела челика, за који постоје конститутивне једначине у примењеном софтверу за МКЕ анализу, материјални модел дрвета није у њега имплементиран. У овом истраживању су материјални модел дрвета и КЕ који моделирају дрво дефинисани тако да обухватају утицај дрвета на завртањ и елемент за ојачање, а понашање материјала дрвета (напонско стање) који се налази у даљој околини рупе и жлеба није од интереса у овој анализи.

Дрво је моделирано замењујућим линијским КЕ, типа *2-node ROD* (линијски елемент са два чвора на крајевима, а чворови са по три степена слободе). У моделу

постоји пет типова замењујућих линијских КЕ, у зависности од функције коју имају и механичког понашања:

- елементи који моделирају понашање дрвета на притисак вијка по омотачу рупе паралелно влакнима (*Timber parallel* елементи),
- елементи који моделирају понашање дрвета на притисак вијка по омотачу рупе управно на влакна (*Timber perpendicular* елементи),
- елементи који моделирају понашање зоне у околини споја два УЛД слоја на притисак вијка по омотачу рупе (*Timber average* елементи),
- елементи који моделирају понашање дрвета на притисак елемента за ојачање по омотачу жлеба, паралелно влакнима (*Timber parallel – reinforcement* елементи),
- елементи који моделирају понашање дрвета на притисак подлошке по површини УЛД панела (*Timber under nut* елементи).

За сваки од наведених КЕ је дефинисан материјални модел на основу резултата спроведених експерименталних испитивања.

5.2.3.1 Материјални модел који описује понашање дрвета на притисак по омотачу рупе

На основу резултата испитивања дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима и управно на влакна (поглавље 3.2.1), усвојени су билинеарни материјални модели за наведене фиктивне штапове према следећим факторизационим изразима:

$$\sigma = \frac{F}{b d} \quad (5-49)$$

$$\varepsilon = \frac{c}{l} \quad (5-50)$$

где су: σ – притисак по омотачу рупе у дрвету, односно, напон у линијским елементима дрвета,

F – сила којом преса делује на узорак током испитивања,

b – дебљина узорка ($b = 20 \text{ mm}$),

d – пречник тела вијка ($d = 10 \text{ mm}$)

ε – дилатација у линијским КЕ дрвета,

c – вертикално померање тела вијка (измерено гњечење дрвета),

l – усвојена дужина линијског КЕ дрвета ($l = 100 \text{ mm}$).

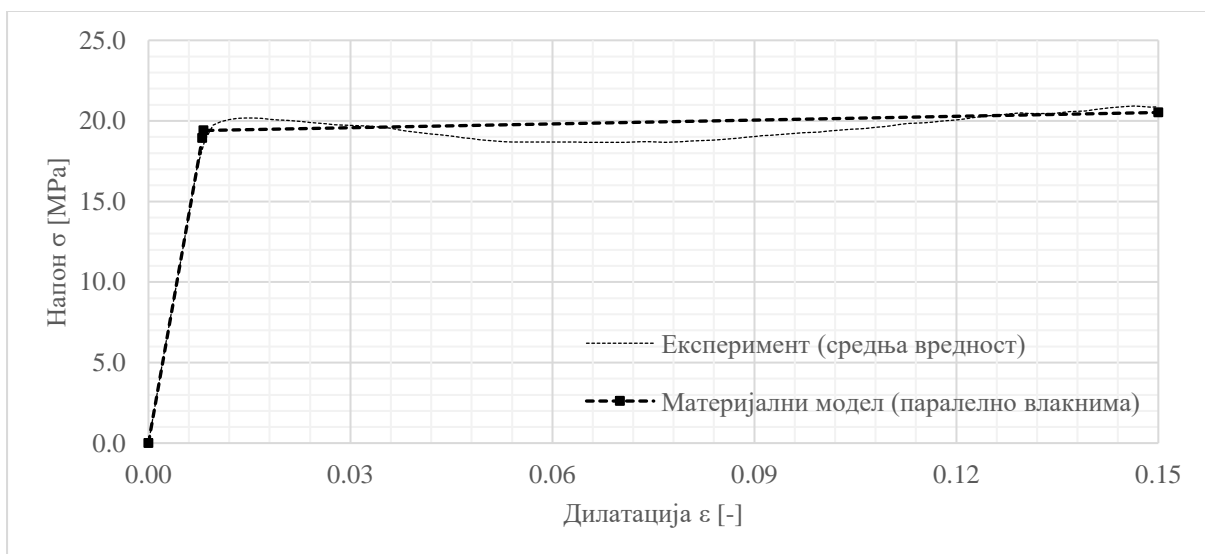
У истраживању је коришћен петослојни УЛД панел, где сваки од слојева има дебљину 20 mm. Стога се, за сваки од слојева, користе различити КЕ. Први, трећи и пети

слој имају карактеристике дрвета паралелно влакнима, и за њихово моделирање су примењени КЕ *Timber parallel*. Други и четврти слој имају карактеристике дрвета управно на влакна, и стога су за њихово моделирање примењени КЕ *Timber perpendicular*. Линијски КЕ који се налазе на границама слојева УЛД панела (*Timber average* елементи) имају карактеристике добијене осредњавањем карактеристика претходна два КЕ. У следећој табели (Табела 5-3) су приказане вредности дилатација и напона на основу којих су добијене криве напон-дилатација за сваки од поменутих материјалних модела.

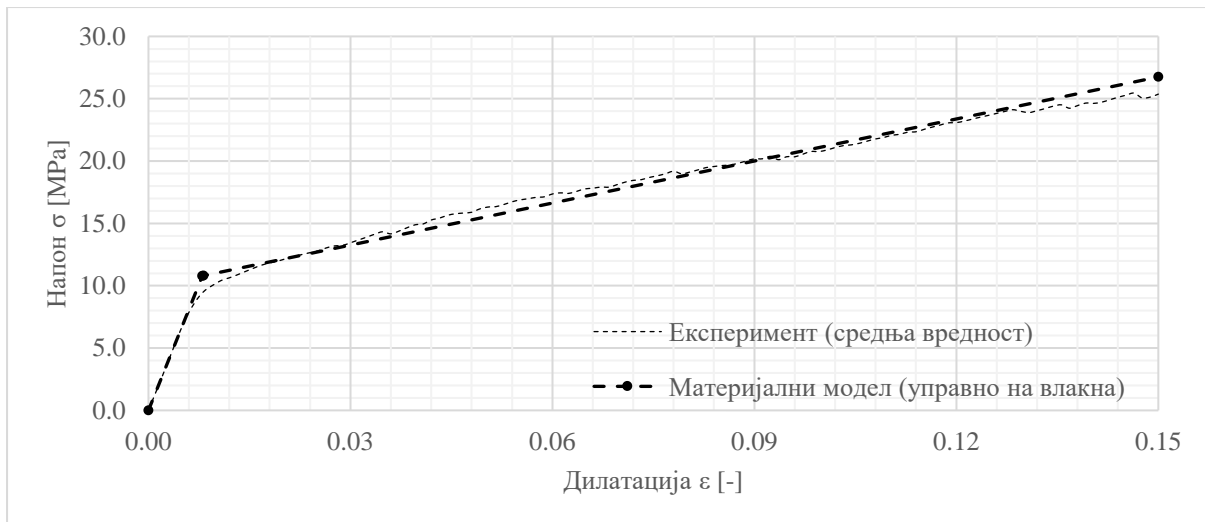
Табела 5-3. Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојених материјалних модела дрвета паралелно влакнима, управно на влакна и средње вредности

Тачка	Паралелно влакнима <i>Timber parallel</i>		Управно на влакна <i>Timber perpendicular</i>		Средња вредност <i>Timber average</i>	
	Дилатација ε [-]	Напон σ [MPa]	Дилатација ε [-]	Напон σ [MPa]	Дилатација ε [-]	Напон σ [MPa]
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,008	18,93	0,008	10,79	0,008	14,86
3	0,0082	19,40	0,0082	10,81	0,0082	15,10
4	0,150	20,52	0,1500	26,75	0,1500	23,64
f_y [MPa]	19,40		10,79		14,86	

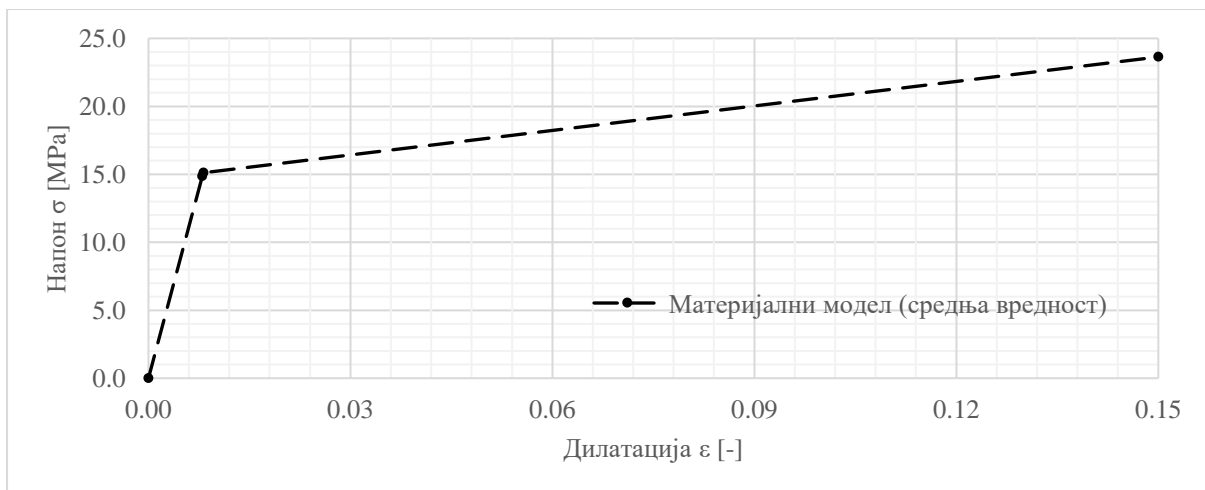
Дијаграми напон-дилатација за три усвојена материјална модела су приказана на следећим сликама (Слика 5-50, Слика 5-51, Слика 5-52). Уз материјалне моделе су приказане и експериментално добијене криве.



Слика 5-50. Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и факторисањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (КЕ *Timber parallel*)



Слика 5-51. Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и факторисањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (*KE Timber perpendicular*)



Слика 5-52. Дијаграм усвојеног материјалног модела са карактеристичним тачкама (*KE Timber average*)

Дијаграми усвојених материјалних модела се добро поклапају са експериментално добијеним дијаграмима карактеристика дрвета на притисак вијка по омотачу рупе. Највеће одступање усвојеног модела од експериментално добијених вредности је у случају материјалног модела *Timber perpendicular* (Слика 5-51) и износи око 12%.

5.2.3.2 Материјални модел који описује понашање дрвета на притисак по омотачу жлеба елемента за ојачање

Елемент за ојачање врши притисак на дрвени материјал у првом слоју, односно, у правцу влакана. За конституисање материјалног модела је примењена аналогија са експериментом којим се одређује чврстоћа на притисак паралелно влакнима, тако да је материјални модел усвојен на основу резултата тог испитивања. Почетни модул стишљивости дрвета је узет из литературе (Nakashima, Kitamori, Mori, & Komatsu, 2014) и износи $k_0 = 35 \text{ N/mm}^2$. Узевши у обзир да је усвојена дужина линијских КЕ дрвета (*Timber parallel – reinforcement*) $l = 100 \text{ mm}$, почетни модул еластичности тих КЕ је добијен применом релације:

$$E_{model} = \frac{k_0}{l} = 3,5 \times 10^9 \text{ Pa} = 3,5 \text{ GPa} \quad (5-51)$$

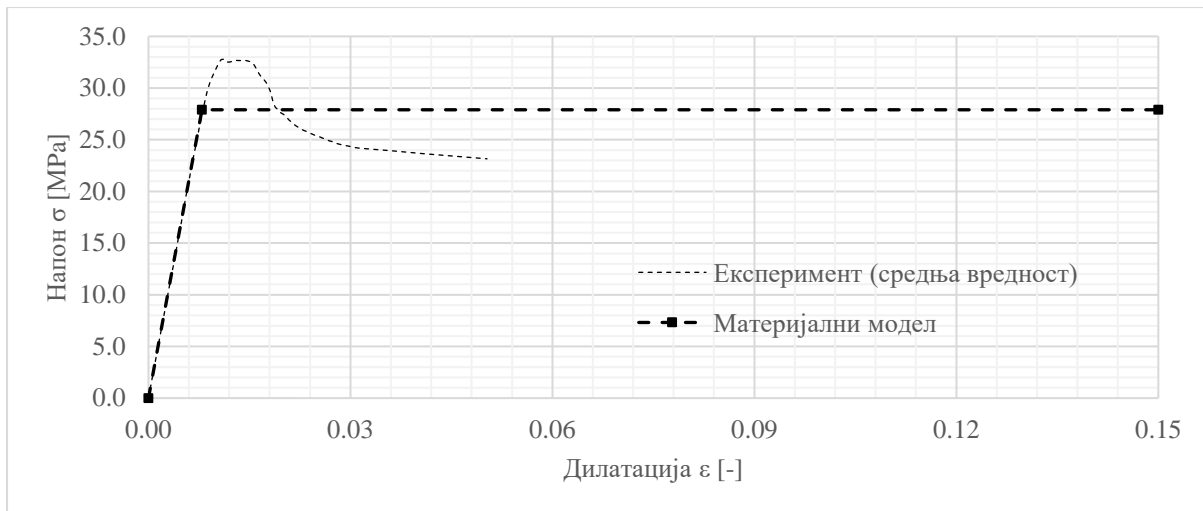
Граница течења материјалног модела је одређена као средња вредност чврстоће дрвета на притисак и напона при највећој измереној дилатацији ($\varepsilon = 2\%$) (Слика 3-17). У следећој табели (Табела 5-4) су дате вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојеног материјалног модела *Timber parallel – reinforcement*.

Табела 5-4. Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојеног материјалног модела дрвета при притиску елемента за ојачања (*KE Timber parallel – reinforcement*)

Тачка	Дилатација ε [-]	Напон σ [МПа]
1	0,000	0,00
2	0,008	27,9
3	0,150	27,9
f_y [МПа]	27,9	

На следећој слици (Слика 5-53) је приказан билинеарни еластични-идеално пластични закон понашања материјалног модела. На истој слици је приказана крива добијена испитивањем чврстоће на притисак дрвета паралелно влакнима, са дилатацијама факторисаним односом модула еластичности материјалног модела и дрвета ($E_{drvo} = 8,8 \text{ GPa}$):

$$\varepsilon_{model} = \varepsilon_{drvo} \frac{E_{model}}{E_{drvo}} = \varepsilon_{drvo} \frac{3,5}{8,8} = 0,398 \varepsilon_{drvo} \quad (5-52)$$



Слика 5-53. Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и факторисањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (елемент *Timber parallel – reinforcement*)

Усвојени материјални модел *Timber parallel – reinforcement* одступа највише 17% од експериментално добијених вредности при испитивању чврстоће на притисак дрвета паралелно влакнима. Стога се материјални модел сматра задовољавајућим за даље истраживање, односно примену у моделирању и МКЕ анализи можданика за спрезање челика и УЛД панела, са челичним елементом за ојачање.

5.2.3.3 Материјални модел који описује понашање дрвета на притисак подлошке

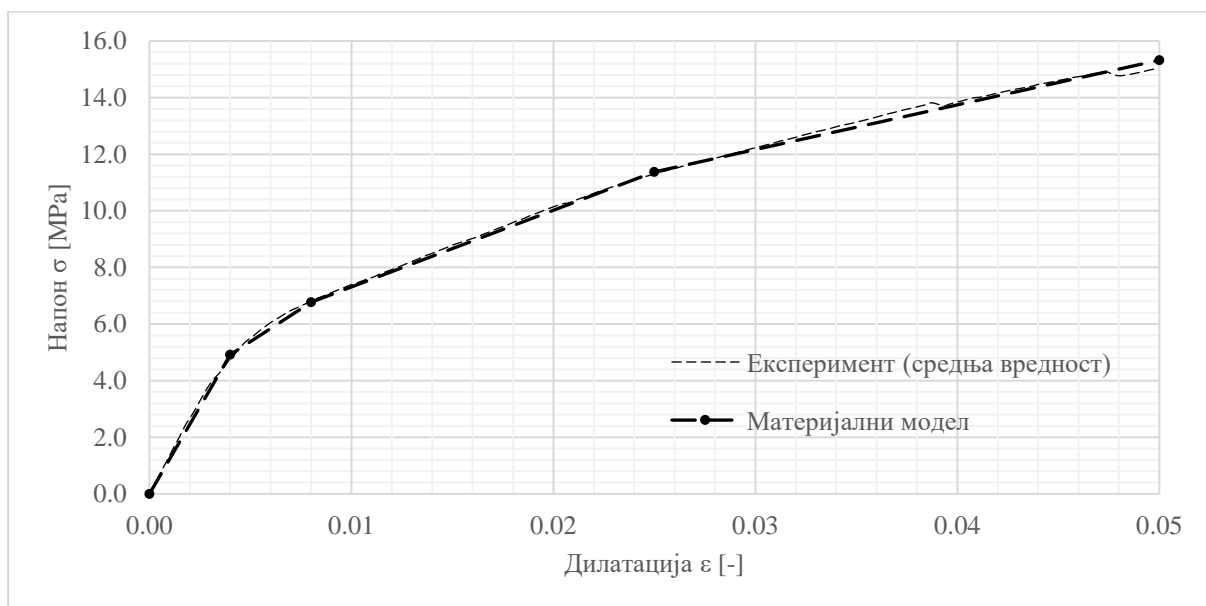
Понашање система који чини навртка, подлошка и УЛД панел је такође замењен линијским КЕ типа *2-node ROD*, названим *Timber under nut*, коме су додељене карактеристике у складу са резултатима испитивања у поглављу 3.2.2. Методологија одређивања криве напон-дилатација за овај елемент је аналогна методологији коришћеној за одређивање карактеристика КЕ *Timber parallel* и *Timber perpendicular* (релације (5-49) и (5-50)).

Усвојена је дужина КЕ, $l = 100 \text{ mm}$, а површина попречног пресека је једнака половини површине контакта између подлошке и УЛД панела ($A = 310 \text{ mm}^2$). Половина површине подлошке је узета због коришћења симетрије. У следећој табели (Табела 5-5) су дате вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојеног материјалног модела *Timber under nut*.

Табела 5-5. Вредности напона и дилатације за карактеристичне тачке усвојеног материјалног модела дрвета при притиску подлошке (*Timber under nut*)

Тачка	Дилатација ϵ [-]	Напон σ [MPa]
1	0,000	0,00
2	0,004	4,919
3	0,008	6,774
4	0,025	11,37
5	0,050	15,32
f_y [MPa]	4,919	

На следећој слици (Слика 5-54) је дат графички приказ усвојеног модела КЕ *Timber under nut*. Материјални модел је мултилинеаран, односно, састоји се из једне еластичне и три пластичне области. Поред дијаграма модела, на истом графику је приказана и крива добијена експериментално, где је напон одређен као просечан напон на контакту подлошке и УЛД панела.

Слика 5-54. Дијаграм средњих вредности напона и дилатације добијених испитивањем и усвојени материјални модел са карактеристичним тачкама (*Timber under nut*)

Са приложеног дијаграма се може утврдити да је усвојени материјални модел са карактеристикама дрвета на притисак подлошке у сагласности са експериментално утврђеним карактеристикама. Највеће одступање је мање од 2%, тако да је овај материјални модел усвојен за даљу анализу.

5.3 Нумерички модел можданика

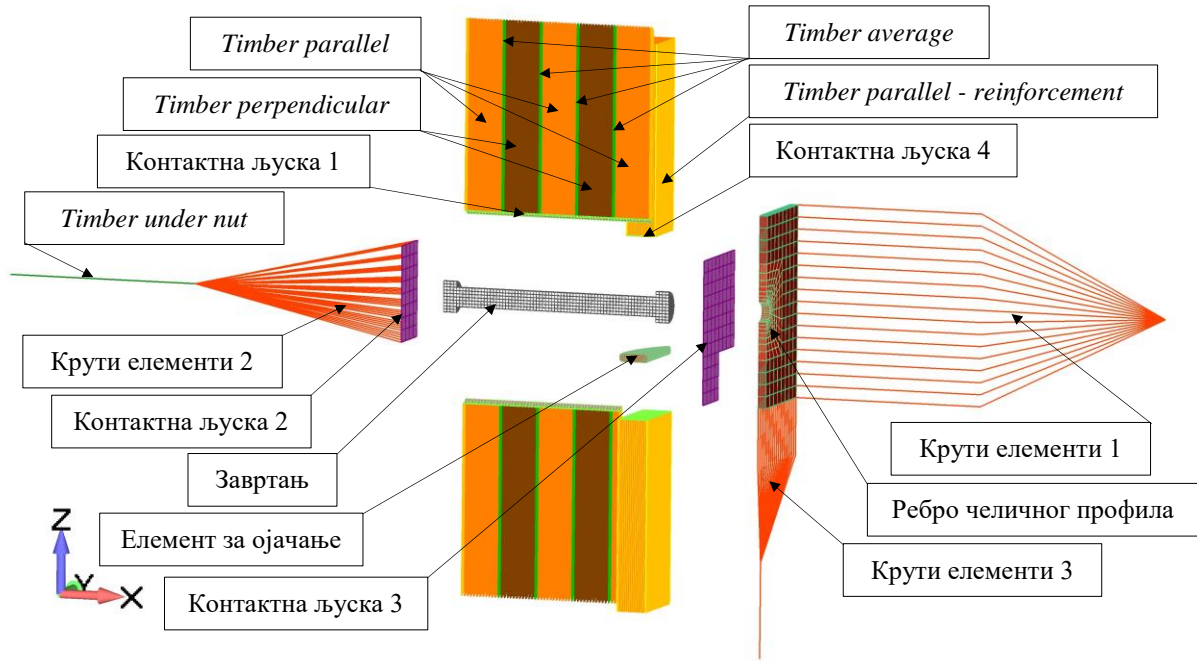
Модел предложеног можданика за спрезање челичног профила и УЛД панела, нумеричка МКЕ анализа и обрада резултата су урађени у софтверу *Femap with NX Nastran* (FEMAP with NX NASTRAN Software documentation, 2016). Модели по облику и димензионо одговарају узорцима који су експериментално испитани у оквиру поглавља 4. Приликом моделирања је искоришћено то што су узорци симетрични, тако да је моделирана само њихова узорка, уз примену одговарајућих граничних услова.

5.3.1 Моделирање елемената можданика

Модел за нумеричку анализу се састоји од осам компонената. У следећој табели (Табела 5-6) су приказане компоненте нумеричког модела, типови примењених КЕ и типови материјалних модела који су додељени одговарајућим КЕ. Завртањ, ребро челичног профила и елемент за ојачање су моделирани запреминским (*SOLID*) КЕ, елементи дрвета и помоћни крути елементи су моделирани линијским (*ROD*) КЕ, а помоћни контактни елементи – контактне љуске, површинским (*PLATE*) КЕ (Слика 5-55).

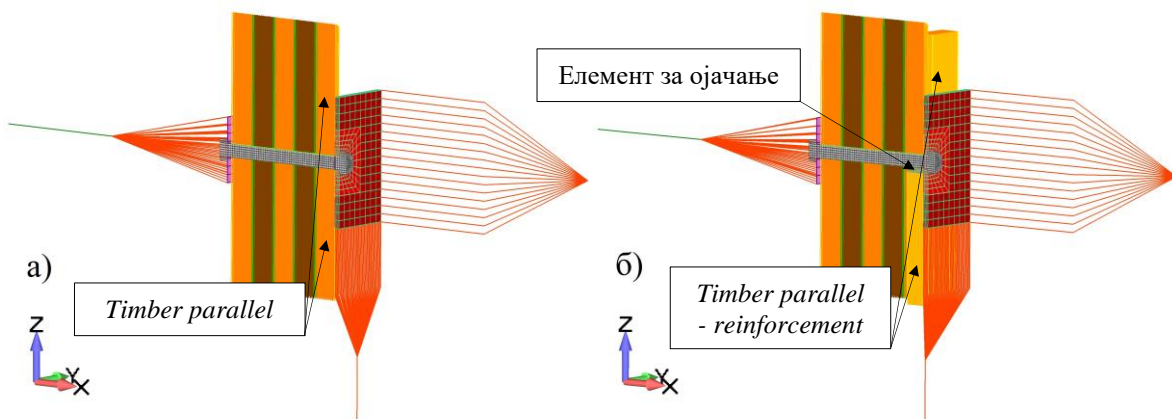
Табела 5-6. Компоненте нумеричког модела, типови КЕ и материјални модели

Редни број	Компонента/функција	Тип КЕ	Тип материјалног модела
1	Завртањ	8-node SOLID	Multilinear plastic
2	Ребро челичног профила	8-node SOLID	Multilinear plastic/linear elastic
3	Елемент за ојачање	8-node SOLID	Multilinear plastic
4	Дрво у околини рупе за завртањ (паралелно влакнима)	2-node ROD	Bilinear plastic
5	Дрво у околини рупе за завртањ (управно на влакна)	2-node ROD	Bilinear plastic
6	Дрво у околини рупе за завртањ (средње)	2-node ROD	Bilinear plastic
7	Дрво у околини жлеба за елемент за ојачање	2-node ROD	Bilinear plastic
8	Контактна љуска 1, 2, 3 и 4	4-node PLATE	Linear elastic
9	Интеракција између подлошке и УЛД панела	2-node ROD	Multilinear plastic
10	Помоћни крути елементи 1, 2 и 3	2-node ROD	Linear elastic



Слика 5-55. Компоненте нумеричког МКЕ модела разматраног можданика

На претходној слици су приказане компоненте нумеричког модела са елементом за ојачање. Са друге стране, експериментално су испитане три серије узорака везе, од тога једна серија (S1) без елемента за ојачање, и две серије (S2 и S3) са елементом за ојачање. Због тога су израђена два типа модела (Слика 5-56). Код модела серије S1 елемент за ојачање не постоји, а елементи *Timber parallel* се налазе око рупе за завртањ све до клизне равни, док су код модела S2 и S3 ти елементи уклоњени у зони контакта елемента за ојачање и жлеба, а уместо њих су моделирани елементи *Timber parallel - reinforcement*.

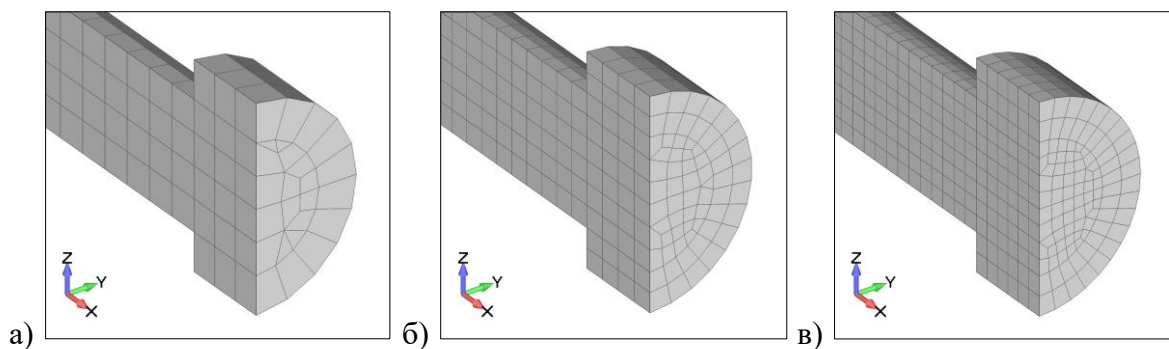


Слика 5-56. Поређење нумеричких модела: а) без елемента за ојачање (серија S1) и б) са елементом за ојачање (серије S2 и S3)

5.3.1.1 Моделирање завртња

Завртањ је моделиран тако што су вијак и навртка посматрани као једно тело. Примењени су запремински КЕ типа *8-node SOLID*. Тело вијка је пречника 10 mm и дужине 108 mm. Глава вијка и навртка су једнаких димензија: пречника 16 mm и дужине 7 mm. Стога је укупна дужина завртња једнака 122 mm.

Ради верификације нумеричких модела урађена је анализа сензитивности мреже КЕ. Притом је величина КЕ варирана, усвајајући вредности: 2,50 mm, 2,00 mm и 1,67 mm. Величина КЕ је изабрана тако да се пречник тела вијка ($d = 10$ mm) дели на 4, 6 и 8 делова (Слика 5-57).



Слика 5-57. Различите величине мреже КЕ завртња:
а) 2,50 mm (груба), б) 2,00 mm (средња), в) 1,67 mm (фина)

5.3.1.2 Моделирање челичног профила

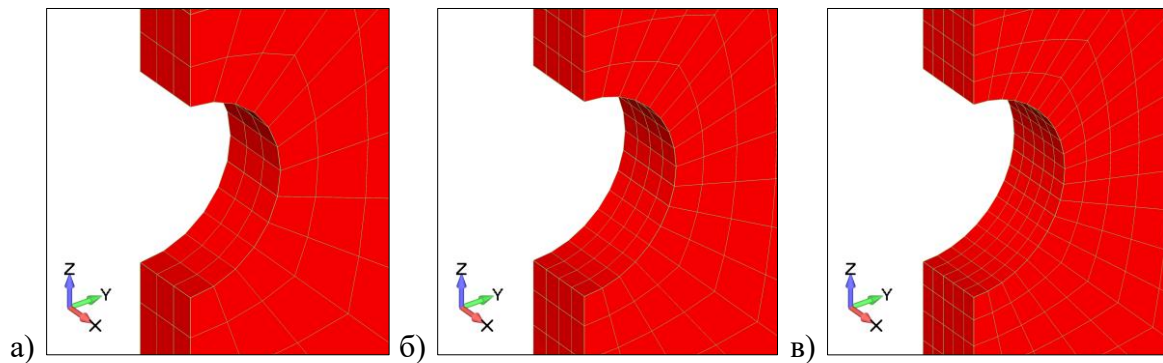
Челични профил се састоји из ребра, које је у контакту са УЛД панелом, и две ножице. Челични профил је у нумеричком моделу једноставније представљен, тако што је ребро, димензија $\neq 100 \times 50 \times 4$ mm, моделирано запреминским КЕ типа *8-node SOLID*, а утицај ножица је замењен системом крутих линијских КЕ (крути елементи 1, Слика 5-55). Улога ових КЕ је да укруте ребро, односно, да онемогуће његово избочавање. Крути елементи су типа *2-node ROD*, усвојена је аксијална крутост $EA = 10^9$ N, а њихова дужина је $\ell = 100$ mm.

Пластично понашање челика се очекује у околини рупе за завртањ, док је у осталом делу ребра понашање еластично. Из тог разлога је ребро челичног профила подељено на две зоне:

- еластопластичне зоне у околини рупе за завртањ,
- еластичне зоне у остатку ребра.

Величина еластопластичне зона ребра је усвојена на основу података из литературе (Sandhaas, 2012), где је препоручено да минимална еластопластична зона у околини рупе буде $3d$, где је d пречник тела вијка. Еластопластична зона у нумеричком моделу разматране везе је димензија 25×50 mm, што значи да је ефективни пречник зоне у овом истраживању 50 mm, односно $5d$.

Величина КЕ челичног профила је варирана, са вредностима: 1,33 mm, 1,00 mm и 0,80 mm. Величина КЕ је изабрана тако да се дебљина ребра ($t = 4$ mm) дели на 3, 4 и 5 делова (Слика 5-58).

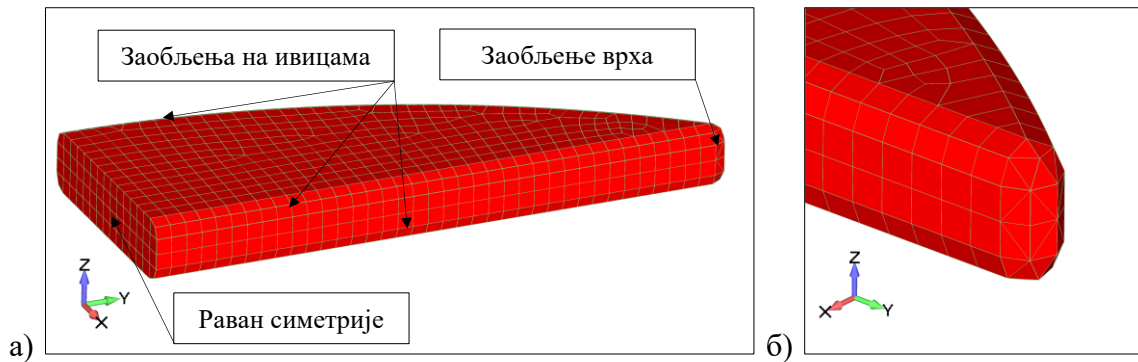


Слика 5-58. Различите величине мреже КЕ ребра челичног профила:
а) 1,33 mm (груба), б) 1,00 mm (средња), в) 0,80 mm (фина)

5.3.1.3 Моделирање елемента за ојачање

Елемент за ојачање је моделиран код серија S2 и S3. Елемент је облика кружног одсечка, од челичног лима дебљине 4 mm. Основни облик кружног одсечка је измењен због нумеричке стабилности решења при нелинеарној анализи. Наиме, услед постојања оштрих ивица на елементу за ојачање, долази до нумеричке нестабилности при образовању контакта површине елемента за ојачање са површином жлеба у УЛД панелу, док се заобљавањем ивица елемента за ојачање тај проблем превазилази (Слика 5-59а).

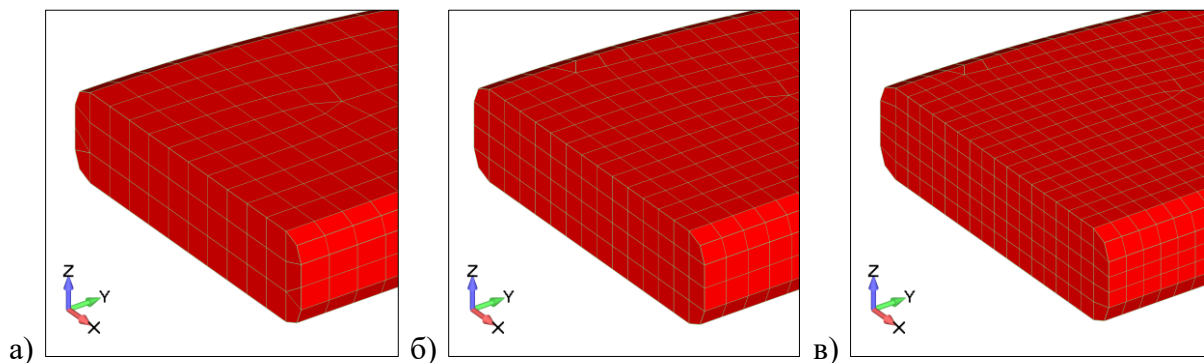
Заобљењем ивица елемента за ојачање се решава проблем остваривања контакта, али се тако и смањује попречни пресек елемента. Пошто је усвојени полупречник заобљења ивица $r = 1$ mm, површина попречног пресека је за 1,4% мања од површине попречног пресека правоугаоног пресека димензија $\neq 4 \times 15$ mm. Аналогно, момент инерције заобљеног попречног пресека је за 3,5% мањи од момента инерције правоугаоног пресека. Стога је закључено да заобљење ивица занемарљиво утиче на геометријске карактеристике елемента за ојачање.



Слика 5-59. Елемент за ојачање: а) приказ елемента, б) приказ заобљеног врха

Омрежавање елемента за ојачање је извршено запреминским КЕ типа *8-node SOLID* (хексаедар), осим у области врха где су због двоструке закривљености примењени КЕ типа *4-node SOLID* (тетраедар) (Слика 5-59б).

Дебљине елемента за ојачање и челичног профила су једнаке. Стога су величине КЕ ових компоненти модела можданика једнаке и имају вредности 1,33 mm, 1,00 mm и 0,80 mm приликом испитивања осетљивости мреже (Слика 5-60).



Слика 5-60. Различите величине мреже КЕ елемента за ојачање:
а) 1,33 mm (груба), б) 1,00 mm (средња), в) 0,80 mm (фина)

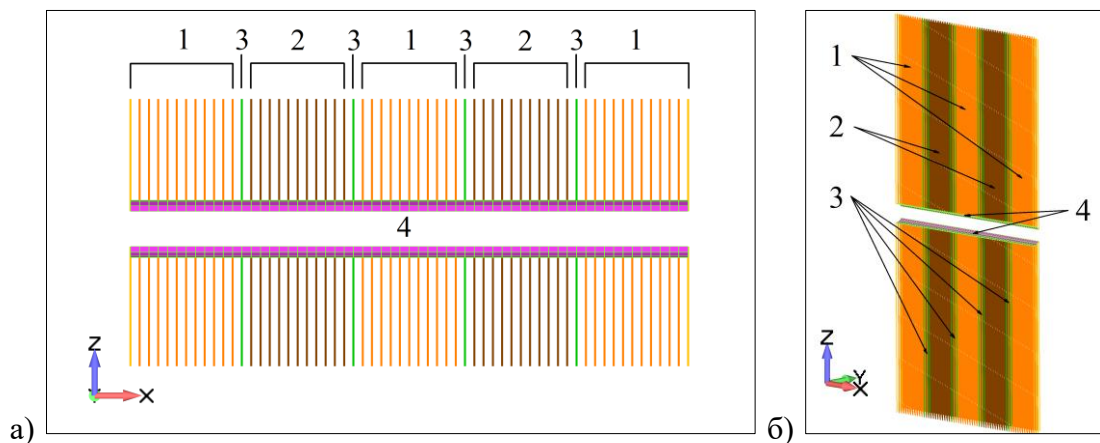
5.3.1.4 Моделирање УЛД панела (омотач рупе за вијак)

Дрво као градивни елемент коришћеног УЛД панела је моделирано линијским КЕ типа *2-node ROD*. Елементи су оријентисани у правцу z -осе, односно, у правцу деловања оптерећења на анализирани можданик. Правац пружања елемената је независан од правца пружања влакана у одређеном слоју УЛД панела. Површина попречног пресека елемената је задата на основу припадајуће површине, а дужина је усвојена и износи $\ell = 100$ mm.

Дефинисане су три врсте линијских елемената, у зависности од слоја УЛД панела, односно, материјалног модела који им се придружује:

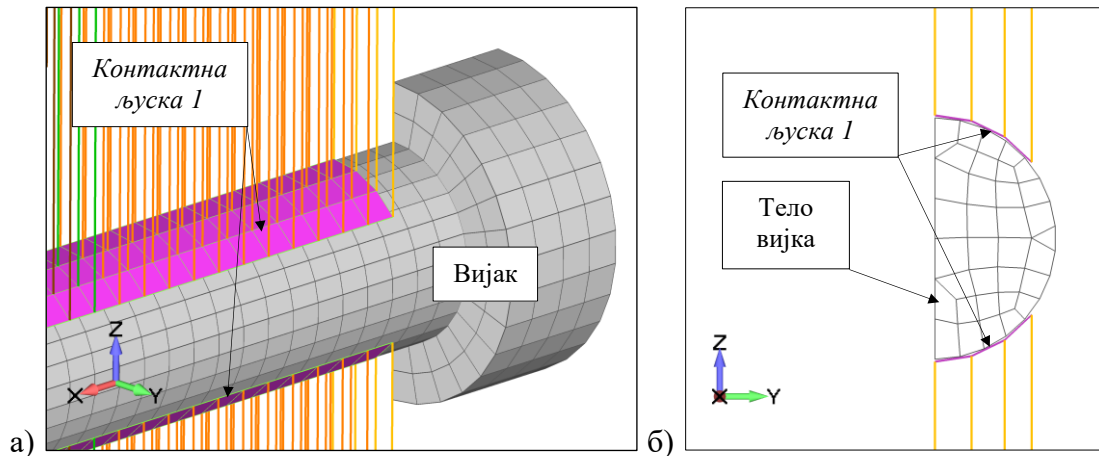
- елемент *Timber parallel*, са карактеристикама дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима,
- елемент *Timber perpendicular*, са карактеристикама дрвета на притисак по омотачу рупе управно на влакна, и
- елемент *Timber average*, са карактеристикама зоне у околини везе два слоја УЛД панела притисак по омотачу рупе, које су добијене као средња вредност карактеристика паралелно влакнима и управно на влакна.

Пошто се тело вијка моделира запреминским елементима типа *8-node SOLID*, контакт између тела вијка и материјала дрвета је остварен увођењем површинских КЕ типа *4-node PLATE*, који образују контуру омотача рупе названу *контактна љуска 1* (Слика 5-61). Површински елементи *контактне љуске 1* и линијски елементи остварују везу преко заједничких чворова који се налазе на површини *контактне љуске 1*. На овај начин се омогућава да одзив моделираног система приликом деловања тела вијка на омотач рупе буде аналоган одзиву система са континуумским приступом при моделирању дрвета.



Слика 5-61. Омотач рупе за завртањ: а) фронтални поглед, б) аксонометрија
(легенда: 1 – *Timber parallel*, 2 – *Timber perpendicular*, 3 – *Timber average*, 4 – контактна љуска 1)

Површински елементи *контактне љуске 1* образују цилиндричну површ која обавија тело вијка и налази се на растојању 0,10 mm од њега. Ти површински елементи покривају 60% обима тела вијка, односно, централни угао од око 54° на горњој страни, и једнак угао на доњој страни вијка (Слика 5-62). Средњи део вијка није покривен љуском из разлога што би се у тим зонама отежано остваривао контакт.

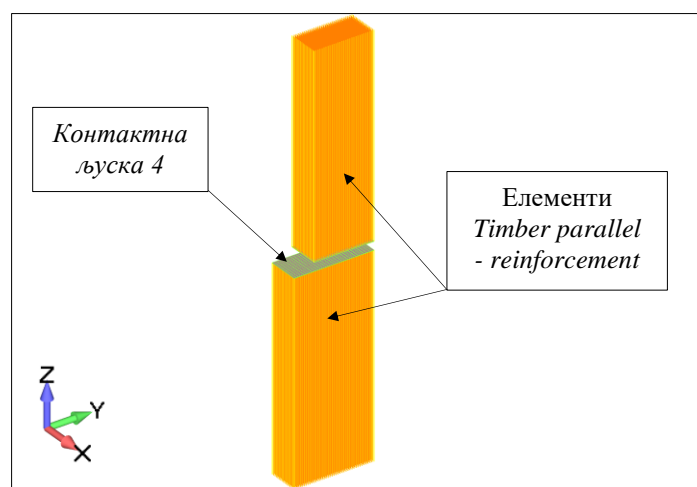


Слика 5-62. Детаљ моделирања вијка и омотача рупе: а) аксонометрија, б) попречни пресек

Контактна љуска 1 има функцију посредовања између елемената вијка и линијских елемената дрвета, односно, она не треба да утиче на механичко понашање можданика. Због тога је усвојена веома мала дебљина љуске од 0,10 mm, а материјални модел љуске је линеарно-еластичан, са веома ниским модулом еластичности $E = 0,001 \text{ GPa}$. Приликом варирања густине мреже КЕ, густине мреже контактне љуске 1 и тела вијка су биле еквивалентне.

5.3.1.5 Моделирање УЛД панела (омотач жлеба елемента за ојачање)

Материјал дрвета у околини жлеба за уградњу елемента за ојачање је моделиран применом линијских елемената типа *2-node ROD*, на исти начин као што је то урађено код омотача рупе за вијак. Интеракција између линијских елемената и елемента за ојачање се остварује преко површинских елемената који образују две површи облика правоугаоника, назване контактне љуске 4 (Слика 5-63).



Слика 5-63. Омотач жлеба елемента за ојачање

Жлеб је у спроведеном истраживању дубине 15 mm, док је дебљина слоја УЛД панела 20 mm, што значи да се жлеб простире само кроз први (површински) слој УЛД панела. Контактне љуске су правоугаоног облика због једноставнијег моделирања, и имају димензије 15×40 mm.

Као што је то случај код *контактних љуски 1*, *контактне љуске 4* се налазе изнад и испод елемента за ојачање, на 0,10 mm од њега. Дебљина им је такође 0,10 mm, а материјални модел линеарно-еластичан, са модулом еластичности $E = 0,001$ GPa. Густина мреже KE *контактне љуске 4* је у сагласности са густином мреже KE елемента за ојачање.

5.3.1.6 Моделирање интеракције подлошке и УЛД панела

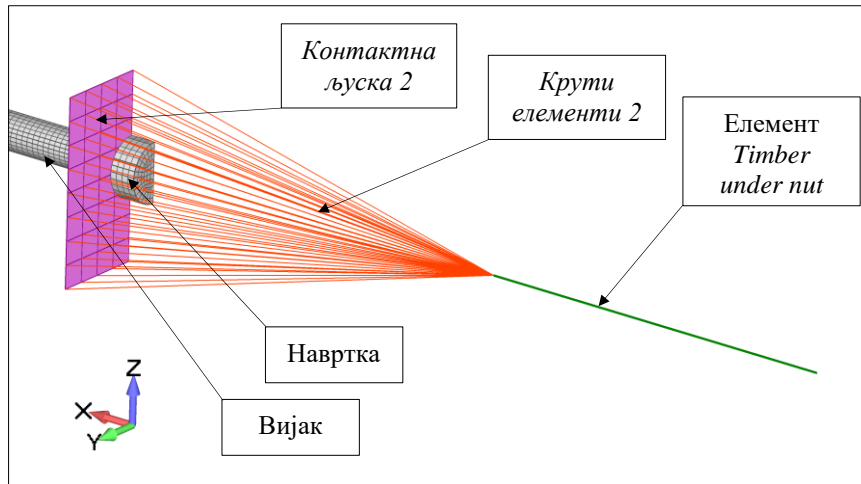
Интеракција навртке, подлошке и УЛД панела је моделирана системом који се састоји од три групе елемената (Слика 5-64):

- елемента *Timber under nut*, типа *2-node ROD*, са карактеристикама дрвета на притисак при утискивању подлошке у УЛД панел,
- елемената који чине *контактну љуску 2*, типа *4-node PLATE*, и
- *крутих елемената 2*, типа *2-node ROD*.

Елемент *Timber under nut* је дужине $\ell = 100$ mm и пружа се у правцу x -осе. Попречни пресек овог елемента је једнак половини површине подлошке, а материјални модел је дефинисан на основу експериментално одређеног понашања подлошке при утискивању у УЛД панел (поглавље 5.2.3).

Контактна љуска 2 има функцију да оствари контакт са навртком, односно, да аксијалну силу из завртња спроведе даље у елемент *Timber under nut*. Састоји се од површинских KE, са карактеристикама које су једнаке карактеристикама *контактне љуске 1* и *контактне љуске 4*. *Контактна љуска 2* је дефинисана тако да може да се креће само у правцу x -осе.

Група *крутих елемената 2* повезује један од чворова елемента *Timber under nut* са чворовима *контактне љуске 2*, и састоји се од 45 зракасто распоређених линијских KE. За ове елементе је усвојена веома велика аксијална крутост од $EA = 10^9$ N, тако да се они практично могу сматрати недеформабилним. Последица тога је да су померања чворова које ти елементи спајају у правцу x -осе практично једнака.



Слика 5-64. Детаљ моделирања интеракције навртке, подлошке и УЛД панела

Моделирани систем омогућава кретање навртке у правцу x -осе, с тим што тада то померање делује на криве елементе. Поред тога, уколико се јави одговарајући облик отказа везе, систем омогућава и кретање навртке у правцу z -осе. Раван xOz је раван симетрије можданика, тако да је кретање било ког елемента у правцу y -осе онемогућено.

5.3.2 Моделирање контаката

Контакт се састоји из контактнoг пара и дефинисане везе између њих. Моделирани су контакти који могу настати између две површине (енгл. *surface-to-surface*), а у том случају се контактни пар састоји од две површи које могу доћи у контакт у току нумеричке анализе модела (FEMAP with NX NASTRAN Software documentation, 2016):

- контактне површи (енгл. *source*), и
- циљне површи (енгл. *target*).

У оквиру израђеног нумеричког модела је дефинисано десет контактних парова:

- између тела вијка (циљна површ) и доњег дела *контактне љуске 1* (контактна површ),
- између тела вијка (циљна површ) и горњег дела *контактне љуске 1* (контактна површ),
- између тела вијка (циљна површ) и омотача рупе на ребру челичног профила (контактна површ),
- између ребра челичног профила (контактна површ) и површине УЛД панела коју моделира *контактна љуска 3* (циљна површ),

- између главе вијка (контактна површ) и ребра челичног профила (циљна површ),
- између навртке (контактна површ) и површине УЛД панела коју моделира *контактна љуска 2* (циљна површ),
- између елемента за ојачање (контактна површ) и тела вијка (циљна површ),
- између елемента за ојачање (контактна површ) и површине жлеба у УЛД панелу који моделира доњи део *контактне љуске 4* (циљна површ),
- између елемента за ојачање (контактна површ) и површине жлеба у УЛД панелу који моделира горњи део *контактне љуске 4* (циљна површ),
- између елемента за ојачање (контактна површ) и површине УЛД панела коју моделира *контактна љуска 3* (циљна површ).

При моделирању је уважено правило да површина са већом густином мреже КЕ треба да буде задата као контактна површ, а површина са мањом густином као циљна. Сви контакти су дефинисани помоћу једне контактне и једне циљне површи. У случају да те површи дођу у додир, активира се Кулоново (енгл. *Coulomb*) трење, са нумеричком интерпретацијом:

$$\tau_{fr} = \mu \sigma \quad (5-53)$$

где су: τ_{fr} – напон контактне трења,

σ – нормални напон у контактаној површини,

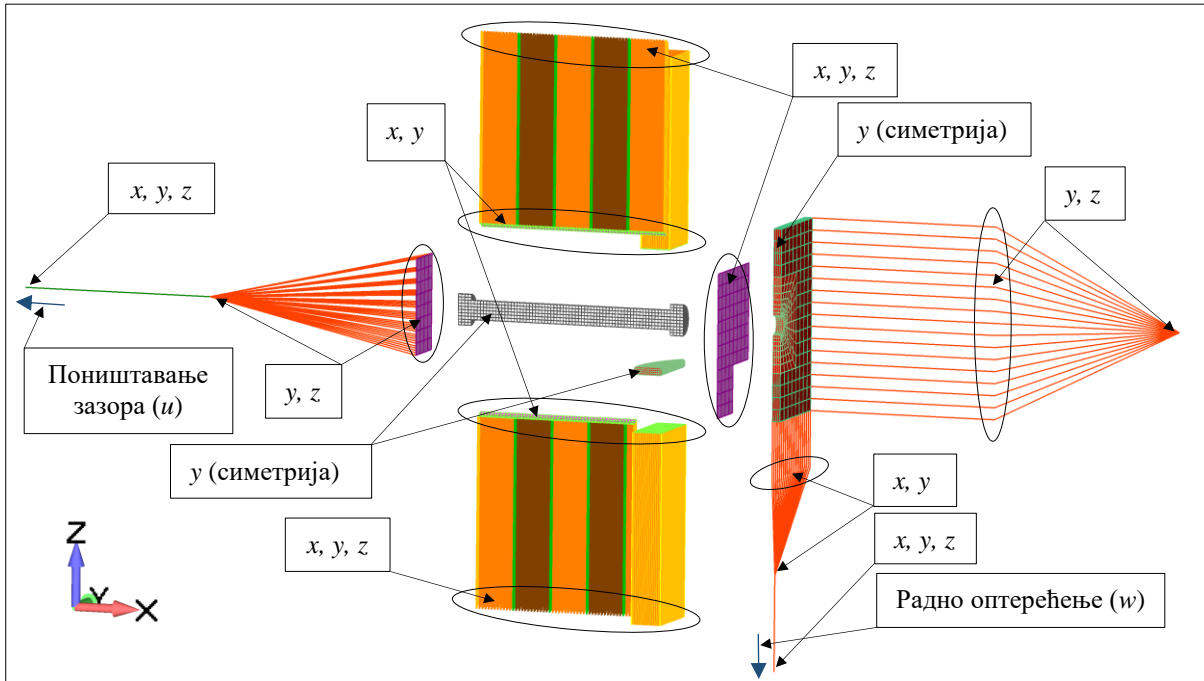
μ – коефицијент трења.

Коефицијент трења између челичног профила и УЛД панела је одређен експериментално. За контакт између ребра челичног профила и *контактне љуске 3*, као и између елемента за ојачање и *контактне љуске 4*, усвојена је вредност коефицијента трења $\mu = 0,35$. За контакте који се остварују између осталих елемената, односно, контакте типа челик-челик и челик-дрво, вредност коефицијента трења је усвојена према препорукама из литературе $\mu = 0,20$ (EN 1993-2, 2006; Sayir, Dual, Kaufmann, & Mazza, 2015).

5.3.3 Гранични услови и параметри нумеричке анализе

У моделу можданика су задати одговарајући гранични услови у виду оптерећења и спречених степени слободе чворова (Слика 5-65). Спречени степени слободе су трансаторна померања, сходно степенима слободе усвојених КЕ. Гранични услови на

свим чворовима у равни симетрије (раван xOz) су задати у складу са условима симетрије (спречене у-транслације).



Слика 5-65. Гранични услови (x, y, z – правци у којима је спречено померање)

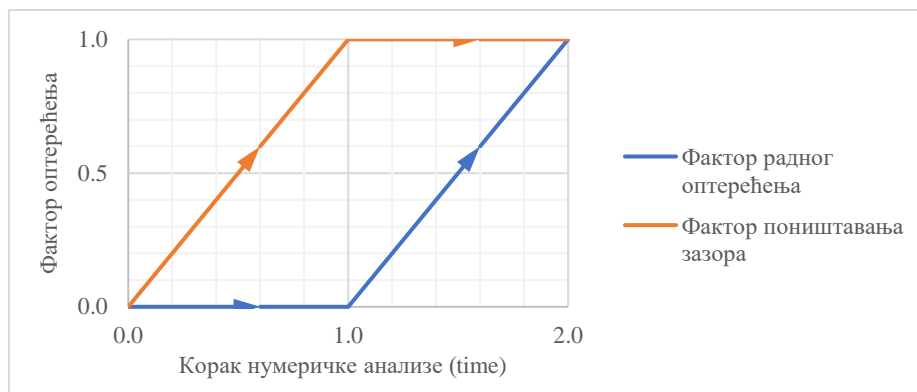
Оптерећење модела је задато као померање чворова и наноси се у две фазе. У првој фази се наноси оптерећење које поништава зазоре између појединих елемената (u). Величине зазора између свих елемената су $0,10 \text{ mm}$ и они постоје из разлога нумеричке стабилности решења при анализи модела. Оптерећење прве фазе делује у правцу x -осе, у негативном смеру, на зглобно ослоњен чвор елемента *Timber under nut* (Слика 5-65). Ово оптерећење поништава три зазора:

- између главе вијка и ребра челичног профила,
- између ребра челичног профила и површине УЛД панела (*контактне љуске 3*), и
- између навртке и *контактне љуске 2*.

Стога је за поништавање зазора унето оптерећење у виду померања од $3 \times 0,10 = 0,30 \text{ mm}$.

Након поништавања зазора се, у другој фази оптерећивања, наноси радно оптерећење (w) на чвор крутог елемента који је део система предвиђеног за равномерну расподелу утицаја на чворове ребра челичног профила. Да би се у нумеричкој анализи остварило клизање које је постигнуто при експерименталном испитивању (15 mm), за радно оптерећење је усвојена вредност $w = 16 \text{ mm}$. Овако повећана вредност радног оптерећења је усвојена да би се поништиле еластичне деформације ребра профила.

Као тип анализе одабрана је напредна нелинеарна статичка анализа (енгл. *Advanced Static Analysis – SOL601*) у оквиру коришћеног софтвера. Оптерећење је аплицирано инкрементално, у 200 једнаких корака, са величином корака 0,01 (енгл. *Time*). Оптерећење за сваки од корака се одређује множењем највећег оптерећења u и w одговарајућим фактором оптерећења (Слика 5-66). Дефинисане зависности фактора оптерећења од корака анализе омогућавају наношење оптерећења у две фазе, где се у првој фази (од корака 0,00 до 1,00) линеарно повећава интензитет оптерећења које поништава зазоре, а у другом кораку (од корака 1,00 до 2,00) се линеарно повећава интензитет радног оптерећења, до своје највеће вредности.

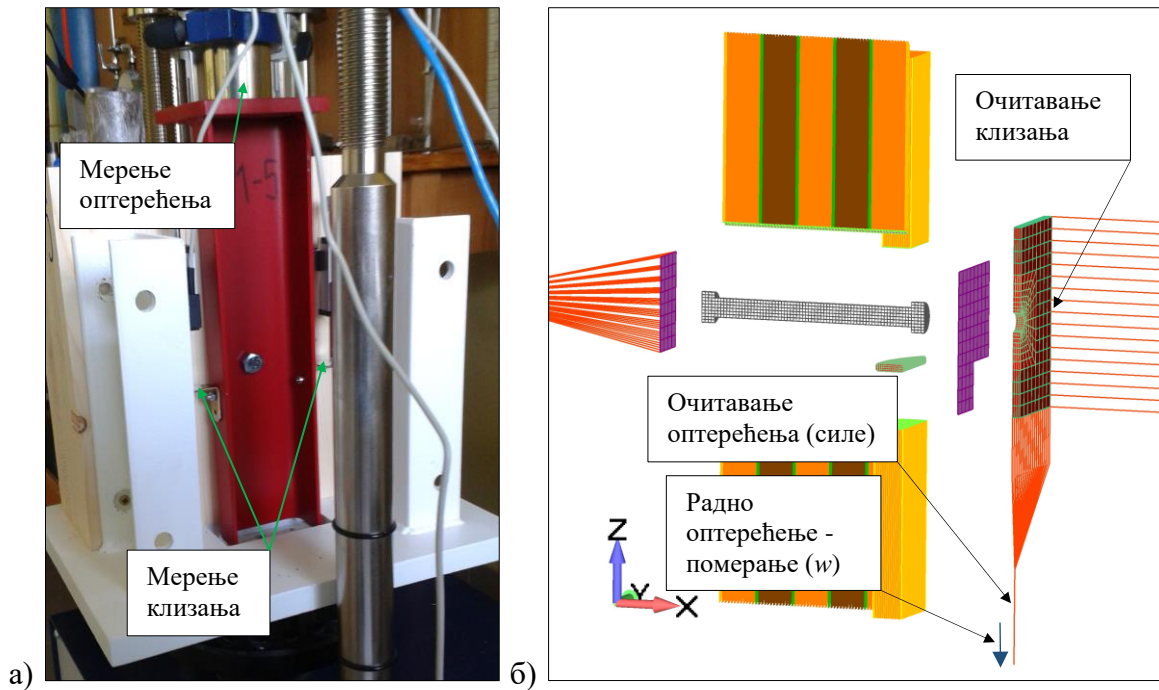


Слика 5-66. Дијаграми зависности фактора оптерећења од корака нумеричке анализе

5.4 Резултати МКЕ анализе можданика и поређење са резултатима експерименталне анализе

Спроведеном нумеричком анализом модела можданика за спрезање челика и УЛД панела су добијени резултати који су приказани табеларно и помоћу дијаграма. Резултати су сврстани у две групе, као што је то урађено и код експерименталне анализе, на основу тога да ли у моделу постоји елемент за ојачање или не.

Носивост предложеног можданика се добија као максимална смичућа сила у вези. Ова сила се у нумеричком моделу читава као сила у крутом елементу који преноси оптерећење на узорак. Клизање је у моделу читавано као померање чвора на ребру челичног профила који се налази на истој висини (z -координати) на којој се налази осовина завртња. На следећој слици (Слика 5-67) је приказана аналогија читавања резултата у експерименту и нумеричком моделу.



Слика 5-67. Аналогија између експеримента и нумеричког модела: а) положаји мерних места оптерећења и клизања, б) елемент за очитавање оптерећења и чвор за очитавање клизања

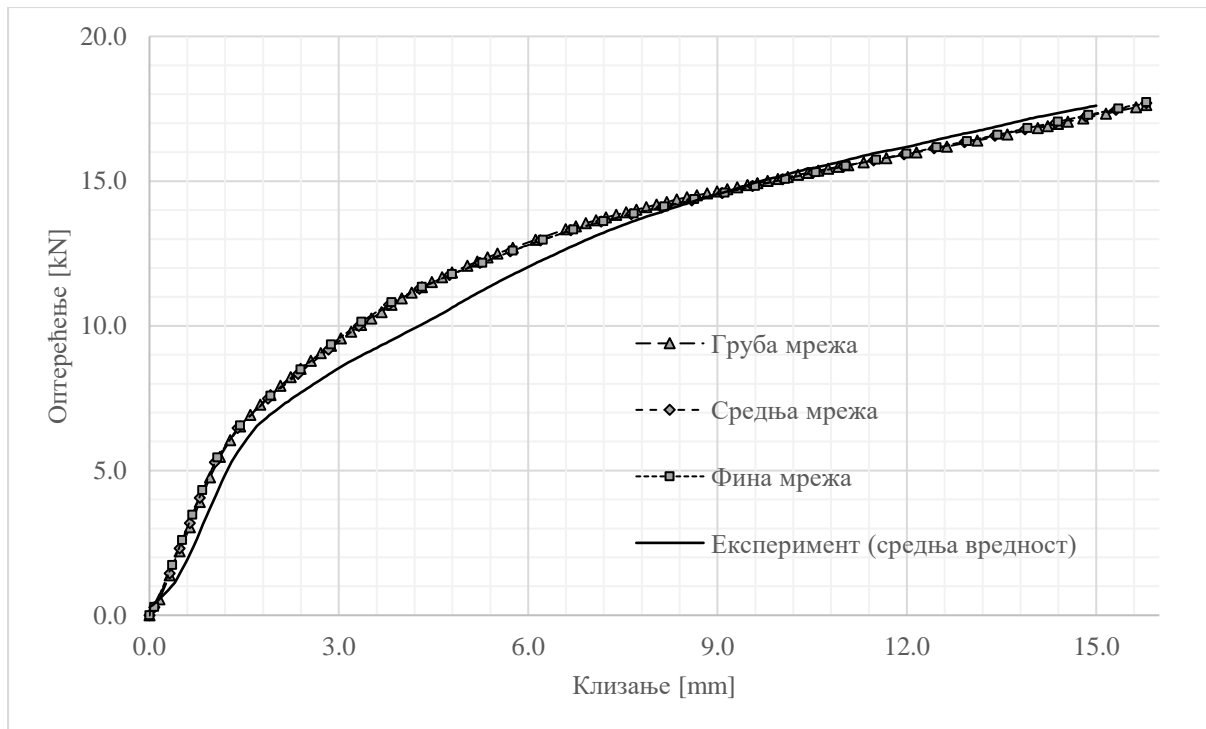
Густине мреже КЕ су приказане у оквиру описа појединих елемената модела, док је овде дат преглед величине мреже КЕ за завртањ, ребро челичног профила и елемент за ојачање (Табела 5-7).

Табела 5-7. Величине КЕ за различите густине мреже

Елемент модела можданика	Груба мрежа	Средња мрежа	Фина мрежа
Завртањ	2,50 mm	1,67 mm	1,25 mm
Ребро челичног профила и елемент за ојачање	1,33 mm	1,00 mm	0,80 mm

5.4.1 Резултати анализе модела без елемента за ојачање

На следећој слици (Слика 5-68) су приказани дијаграми оптерећење-клизање за различите густине мреже КЕ. Носивости, модули клизања и клизања при одговарајућем уделу носивости су приказани у следећој табели (Табела 5-8). Поред резултата нумеричке анализе, поређења ради су приказани и резултати експерименталне анализе. За резултате МКЕ анализе у случају средње густине мреже КЕ су дате процентуалне разлике у односу на резултате експерименталне анализе.

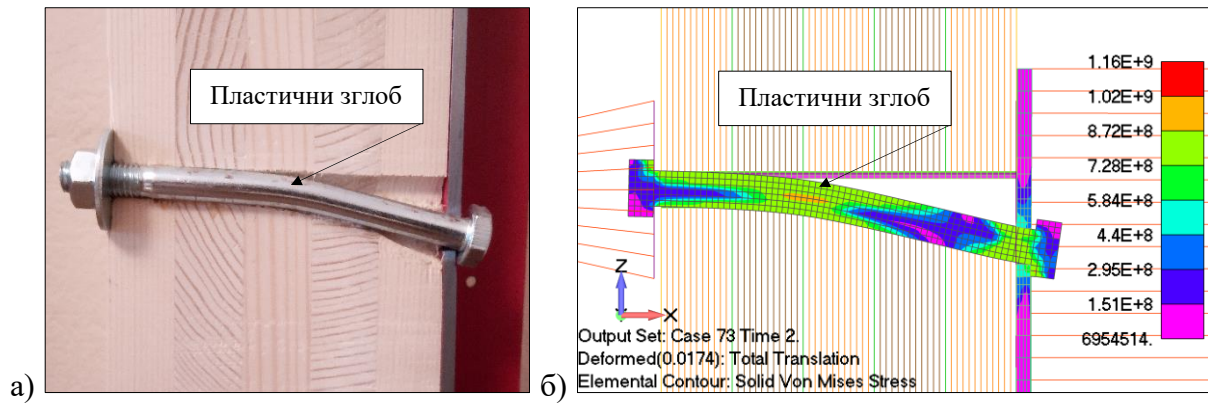


Слика 5-68. Дијаграми оптерећење-клизање за моделе без елемента за ојачање

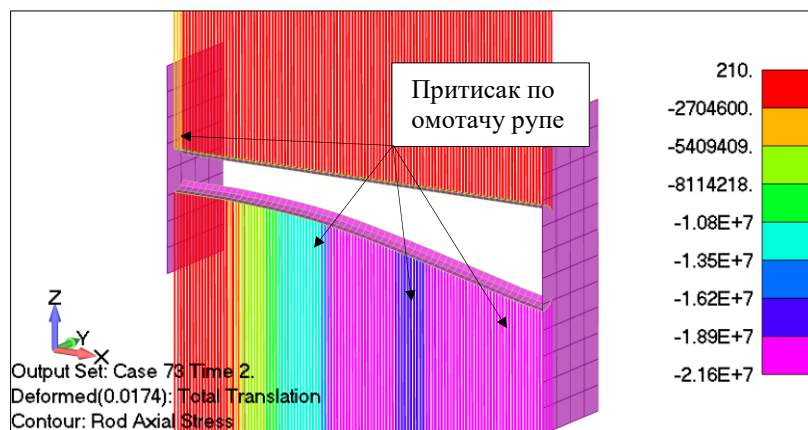
Табела 5-8. Поређење резултата експерименталне и нумеричке анализе (узорци серије S1 – без елемента за ојачање)

Величина [јединица]	Експеримент (средња вредност)	Груба мрежа	Средња мрежа	Фина мрежа
Носивост везе F_{max} [kN]	17,652	17,634	17,694 (+0,2%)	17,724
Модул клизања K_s [kN/mm]	3,980	3,921	3,932 (-1%)	3,920
Клизање при $0,6 F_{max}$, $v_{0,6}$ [mm]	4,196	3,756	3,770 (-10%)	3,752
Клизање при $0,8 F_{max}$, $v_{0,8}$ [mm]	7,183	7,875	7,884 (+10%)	7,871

На следећим контурним приказима су приказани Фон Мизесови напони у завртњу и ребру, и упоредни приказ облика отказа везе без елемента за ојачање (Слика 5-69), напони у елементима *Timber parallel*, *Timber perpendicular* и *Timber average*, који одговарају осредњеним напонима притиска по омотачу рупе у УЛД панелу (Слика 5-70).

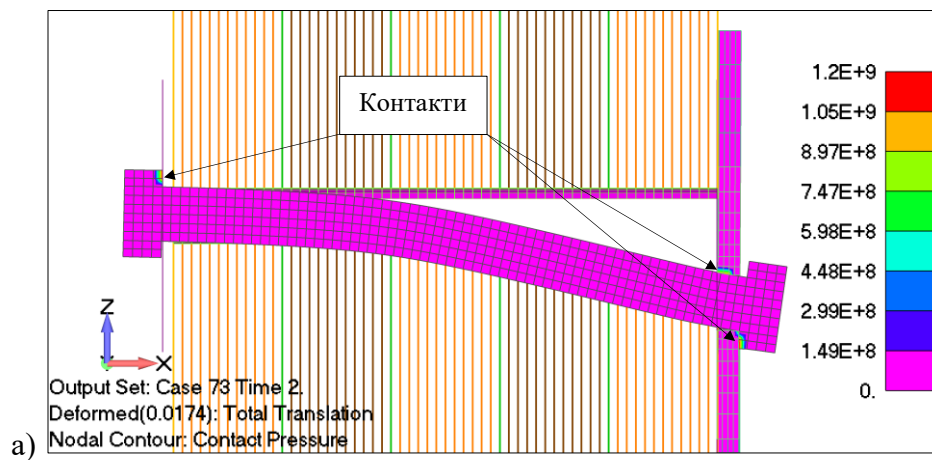


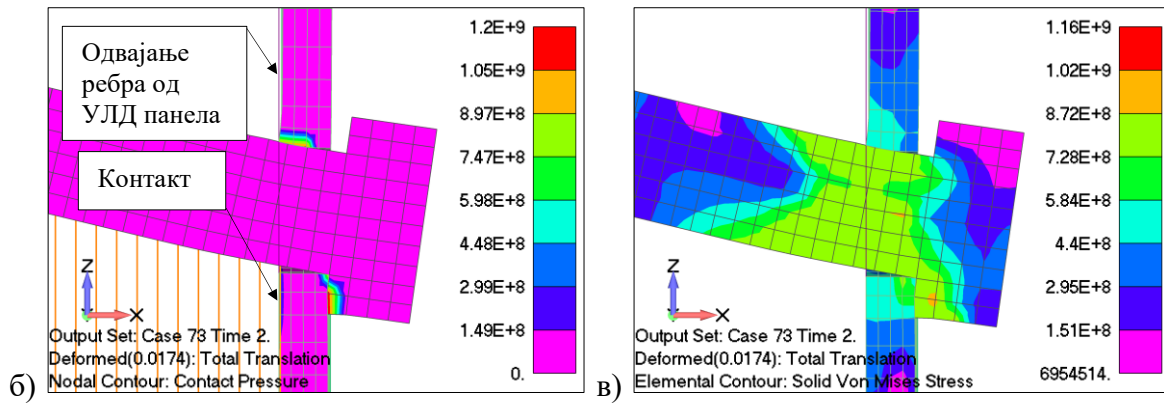
Слика 5-69. Облик отказа можданика без елемента за ојачање: а) експеримент, б) нумерички модел



Слика 5-70. Контурни приказ напона у елементима *Timber parallel*, *Timber perpendicular* и *Timber average* (притисак по омотачу рупе, највећа вредност: 21,6 MPa)

Контактни притисци у дефинисаним контактима су приказани на следећој слици (Слика 5-71). Највећи контактни притисци се јављају између главе и тела вијка, и ребра профила, и између навртке и контактне љуске 2.





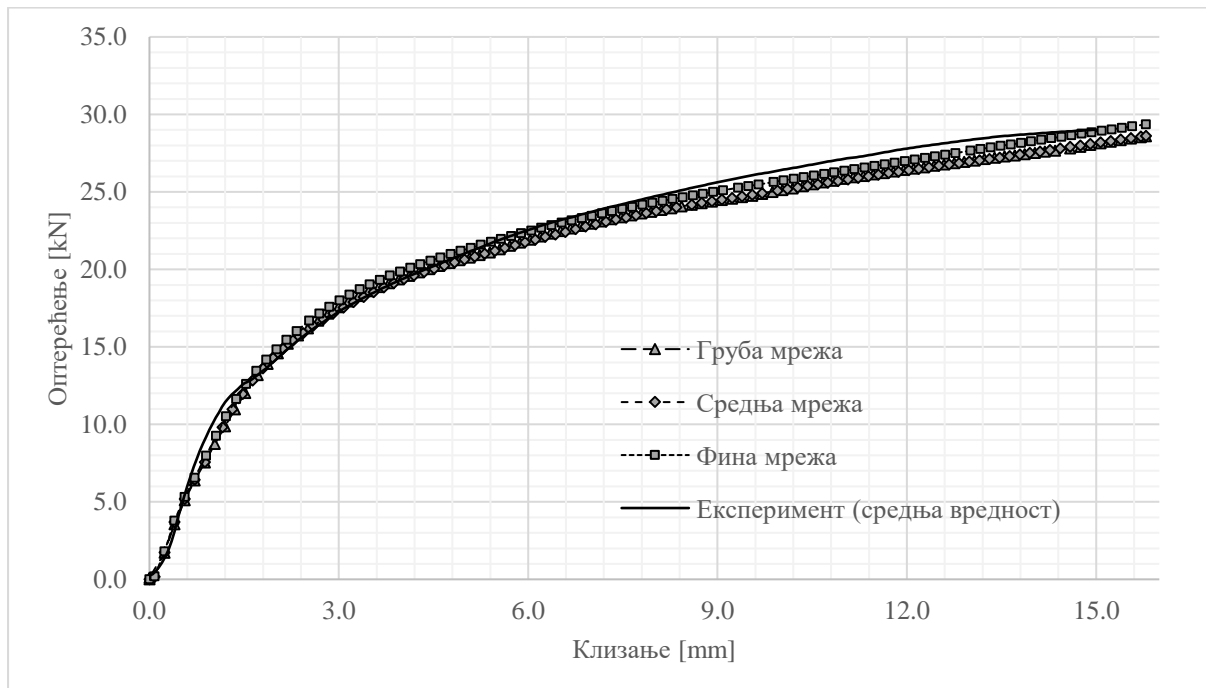
Слика 5-71. а) Контактни притисци између завртња, ребра челичног профила и контактне љуске 2, б) детаљ контакта завртња и ребра челичног профила, в) детаљ главе завртња и ребра челичног профила (Фон Мизесови напони)

5.4.2 Резултати анализе модела са елементом за ојачање

Испитани су модели са елементима за ојачање од челика класе S235 и класе S275. Тим редоследом су приказани и резултати анализа нумеричких модела.

5.4.2.1 Резултати анализе модела са елементом за ојачање S235

На следећој слици (Слика 5-72) су приказани дијаграми оптерећење-клизање за моделе са елементом за ојачање од челика класе S235. Приказана су три дијаграма за различите густине мреже коначних елемената, а поред тога је приказан дијаграм добијен експериментално.



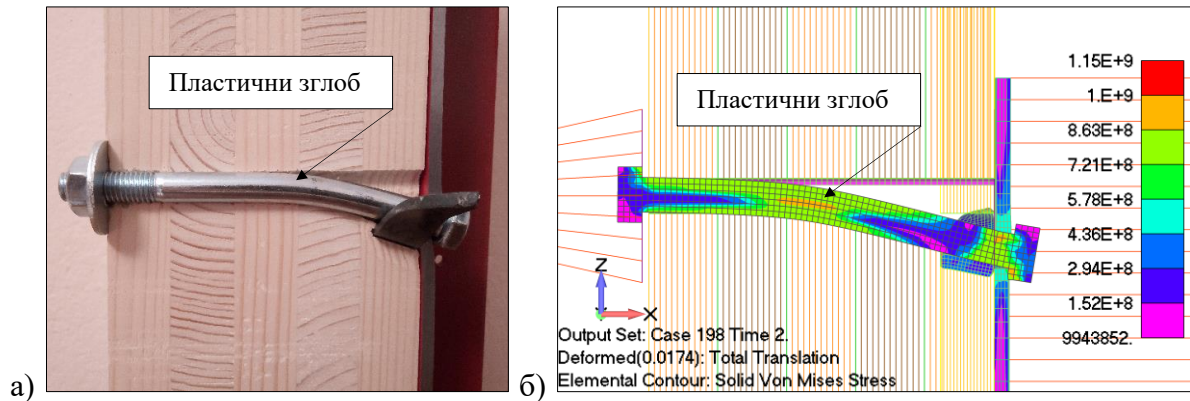
Слика 5-72. Дијаграми оптерећење-клизање за моделе са елементом за ојачање од челика S235

Носивости можданика, модули клизања и клизања при 60% и 80% носивости су дати табеларно (Табела 4-5). Ради поређења су приказани резултати експерименталне анализе и нумеричке анализе.

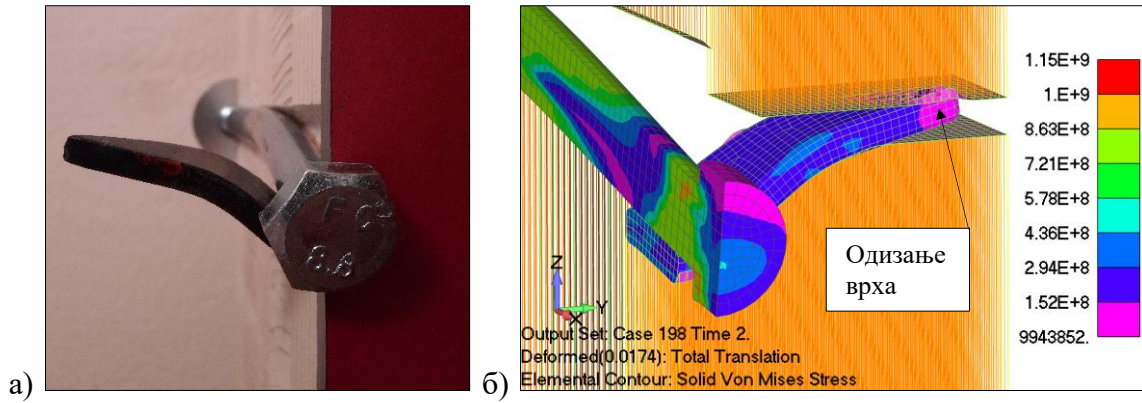
Табела 5-9. Поређење резултата експерименталне и нумеричке анализе (узорци серије S2 – са елементом за ојачање од челика S235)

Величина [јединица]	Експеримент (средња вредност)	Груба мрежа	Средња мрежа	Фина мрежа
Носивост везе F_{max} [kN]	29,012	28,590	28,617 (-1%)	29,357
Модул клизања K_s [kN/mm]	9,634	7,931	7,827 (-19%)	7,995
Клизање при 0,6 F_{max} , $v_{0,6}$ [mm]	3,318	2,833	2,872 (-13%)	2,791
Клизање при 0,8 F_{max} , $v_{0,8}$ [mm]	7,303	6,912	6,937 (-5%)	6,495

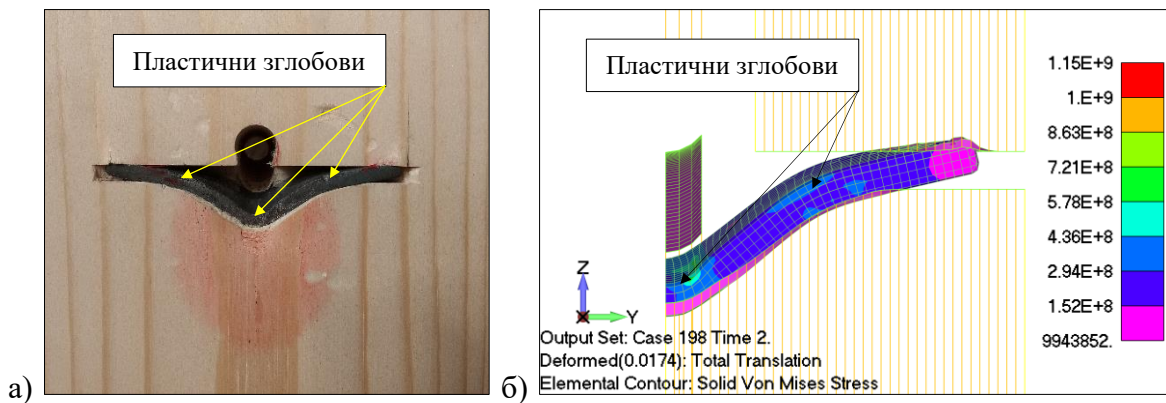
На следећим сликама (Слика 5-73, Слика 5-74, Слика 5-75) су приказани деформисани облици завртња и елемента за ојачање након експерименталног испитивања можданика и деформисани облици у крајњем кораку нумеричке анализе.



Слика 5-73. Облик отказа можданика са елементом за ојачање од челика класе S235: а) експеримент, б) нумерички модел

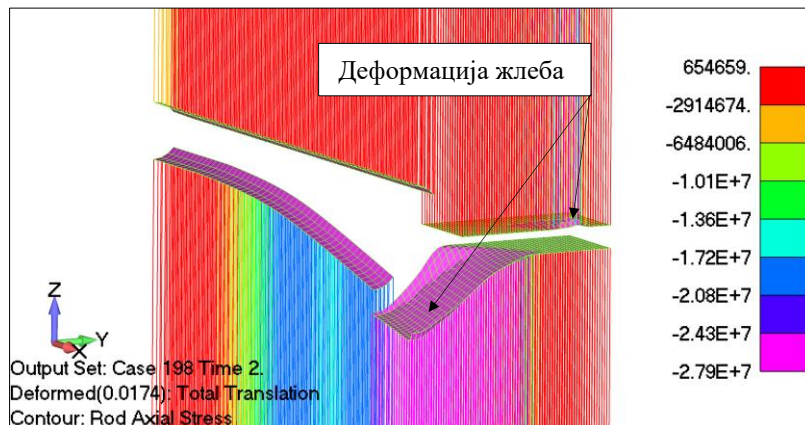


Слика 5-74. Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S235:
а) експеримент, б) нумерички модел



Слика 5-75. Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S235 (без завртња, фронтално):
а) експеримент, б) нумерички модел

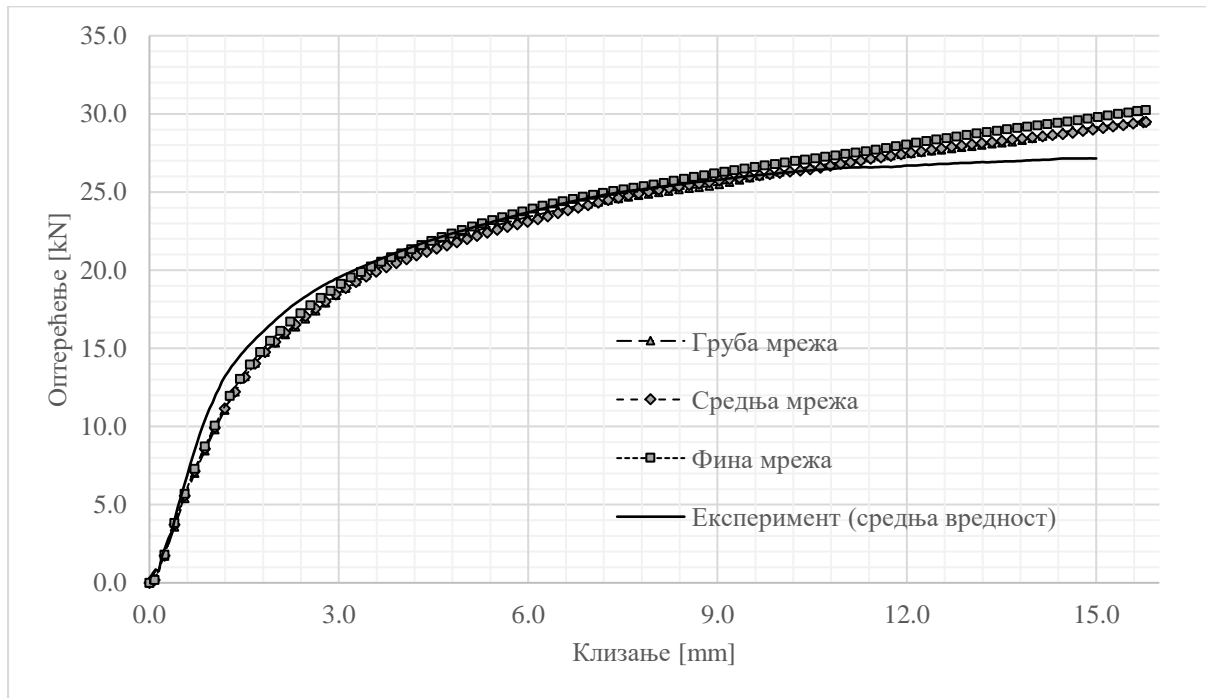
Осредњени притисци по омотачу жлеба за елемент за ојачање и рупе за завртањ су прочитани као нормални напони у елементима *Timber parallel*, *Timber perpendicular* и *Timber parallel - reinforcement* (Слика 5-76).



Слика 5-76. Деформисани облик жлеба и рупе за завртањ код модела са елементом за ојачање од челика класе S235. Осредњени притисци по омотачу жлеба и рупе. Највећа вредност: 27,9 МПа

5.4.2.2 Резултати анализе модела са елементом за ојачање S275

Дијаграм оптерећење-клизање за моделе са елементом за ојачање од челика класе S275 су приказани на следећој слици (Слика 5-77). Поред зависности добијених за три различите густине мреже коначних елемената, приказан је и дијаграм добијен експерименталним путем. Као и код претходних модела, носивости можданика, модули клизања, и клизања при 60% и 80% носивости су приказани табеларно (Табела 5-10).

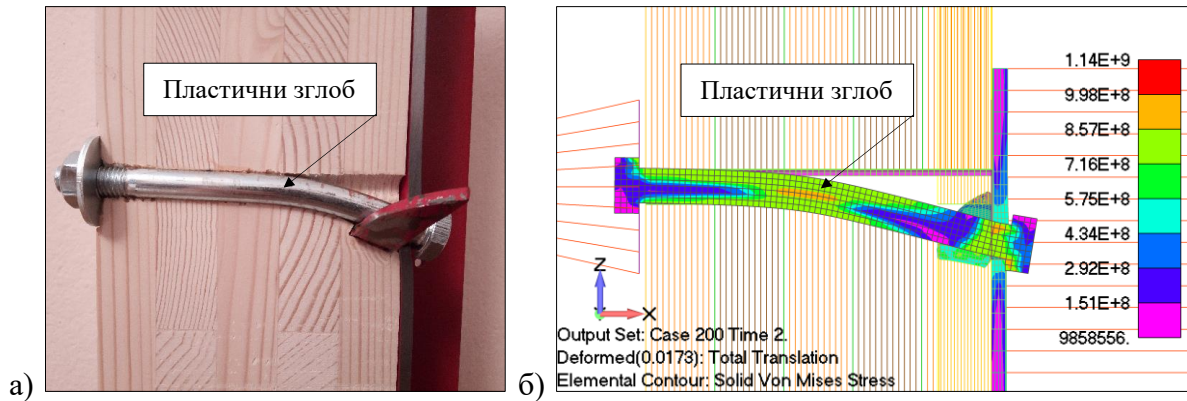


Слика 5-77. Дијаграми оптерећење-клизање за моделе са елементом за ојачање од челика S275

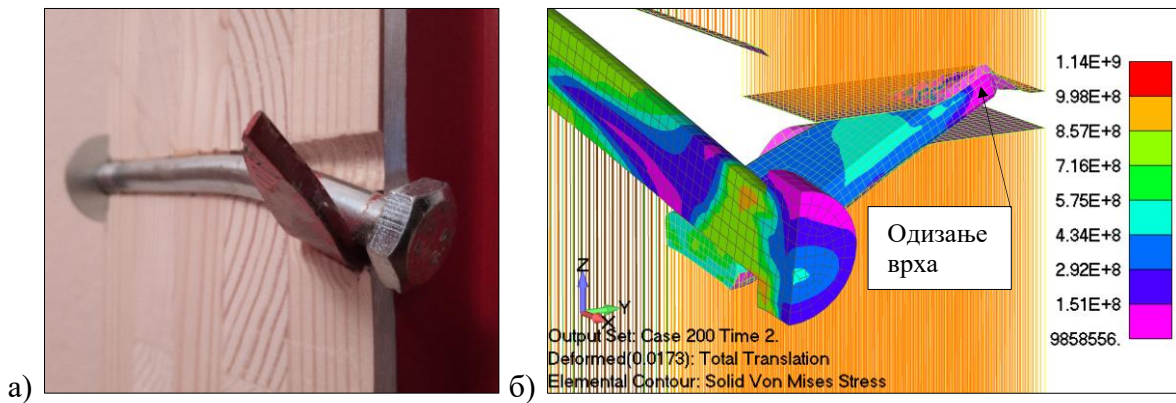
Табела 5-10. Поређење резултата експерименталне и нумеричке анализе (узорци серије S3 – са елементом за ојачање од челика S275)

Величина [јединица]	Експеримент (средња вредност)	Груба мрежа	Средња мрежа	Фина мрежа
Носивост везе F_{max} [kN]	27,157	29,564	29,482 (+9%)	30,187
Модул клизања K_s [kN/mm]	13,544	9,270	9,314 (-31%)	9,284
Клизање при $0,6 F_{max}$, $v_{0,6}$ [mm]	1,760	2,723	2,731 (+55%)	2,758
Клизање при $0,8 F_{max}$, $v_{0,8}$ [mm]	4,005	6,258	6,283 (+57%)	5,859

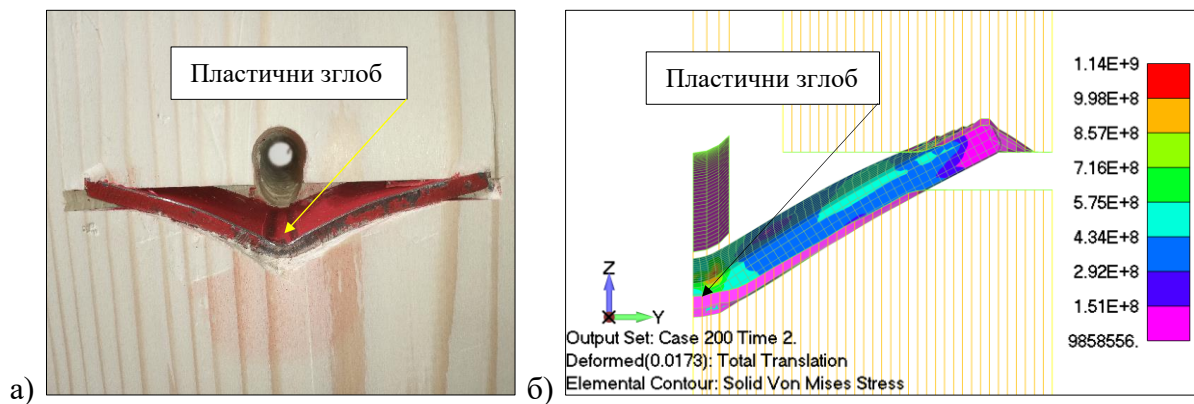
Облици отказа можданика (завртња и елемента за ојачање) у случају ојачања елементом од челика класе S275 су приказани на следећим сликама (Слика 5-78, Слика 5-79, Слика 5-80). Ради поређења су дати и деформисани облици код експериментално испитаних модела.



Слика 5-78. Облик отказа можданика са елементом за ојачање од челика класе S275: а) експеримент, б) нумерички модел

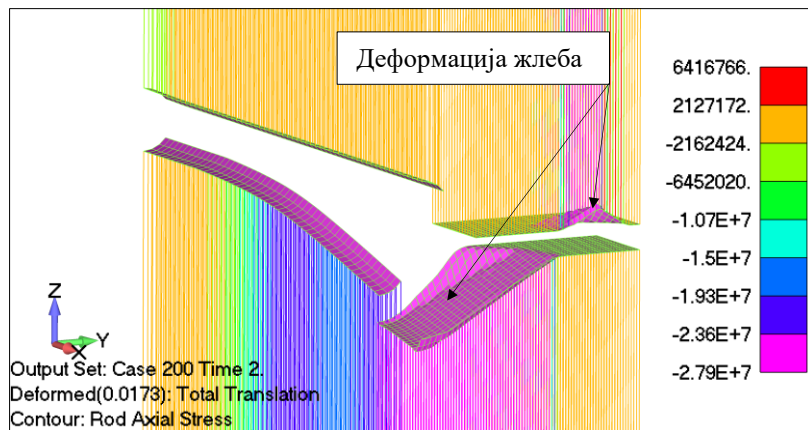


Слика 5-79. Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S275: а) експеримент, б) нумерички модел



Слика 5-80. Облик отказа елемента за ојачање од челика класе S275 (без завртња, фронтално): а) експеримент, б) нумерички модел

На следећем контурном приказу (Слика 5-81) је дат деформисани облик *контактне љуске 1* (око тела вијка) и *контактне љуске 4* (изнад и испод елемента за ојачање), као и напони у линијским елементима који су једнаки осредњеним притисцима по омотачу жлеба и рупе за завртањ.



Слика 5-81. Деформисани облик жлеба и рупе за завртањ код модела са елементом за ојачање од челика класе S275. Осредњени притисци по омотачу жлеба и рупе. Највећа вредност: 27,9 МПа

5.5 Дискусија резултата МКЕ анализе

Моделирање можданика за спрезање челичног профила и УЛД панела је урађено тако да модели за нумеричку МКЕ анализу по облику и димензијама одговарају моделима за експерименталну анализу. Израђена су три нумеричка модела, од којих је један модел без елемента за ојачање, а два су са елементима за ојачање од челика различитих класа.

С обзиром на механичке карактеристике челика, анализирано је неколико материјалних модела. Одабран је еластични-еластопластични мултилинеарни модел са Фон Мизесовим условом течења, из разлога што тај модел најпрецизније описује понашање челика. Наведени конститутивни модел је једноставан за примену, и постоји у коришћеном софтверу. За све елементе од челика су усвојени материјални модели челика валидирани помоћу резултата експерименталног испитивања челика на савијање. Резултати нумеричких анализа су упоређени са резултатима експерименталне анализе. Одступање резултата за челик класе S235 је 9%, код челика класе S275 је 16%, а код челика за вијак класе 8.8 је 4%.

Дрво је материјал знатно сложеније структуре и механичког понашања у поређењу са челиком, посебно због постојања ортотропије и промене карактеристика са променом влажности. У оквиру овог истраживања је предложен нови хибридни модел

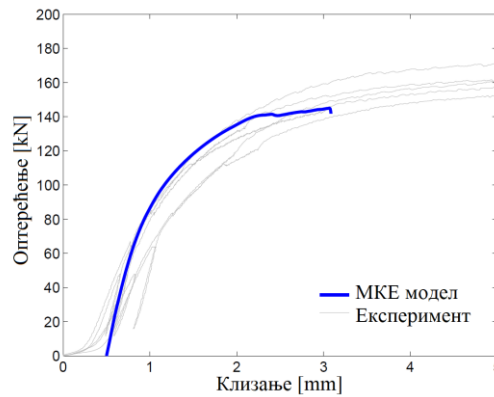
дрвета. Нови модел је креиран на основу претходно спроведене експерименталне анализе, а састоји се из спреге линијских и површинских елемената. За моделирање можданика за спрезање челика и УЛД панела је дефинисано пет материјалних модела дрвета који су примењени за описивање различитих типова понашања УЛД панела (понашање на притисак по омотачу рупе завртња, понашање на притисак по омотачу жлеба елемента за ојачање, понашање на притисак подлошке).

Компоненте модела разматраног можданика су омержене помоћу КЕ првог реда (запремински са осам чворова, површински са четири чвора, и линијски са два чвора). За интеракцију између компонената модела је примењена контактна анализа, а за прорачун је коришћена нелинеарна статичка анализа.

Резултати нумеричке анализе модела без елемента за ојачање се добро поклапају са резултатима експерименталне анализе. Анализиране су три густине мреже, а међусобна одступања резултата нумеричке анализе су занемарљива. Одступања резултата добијених нумеричком анализом од резултата експерименталне анализе су мања од 15%. Носивости везе и модули клизања су такође у сагласности, а међусобно одступање је до 1%.

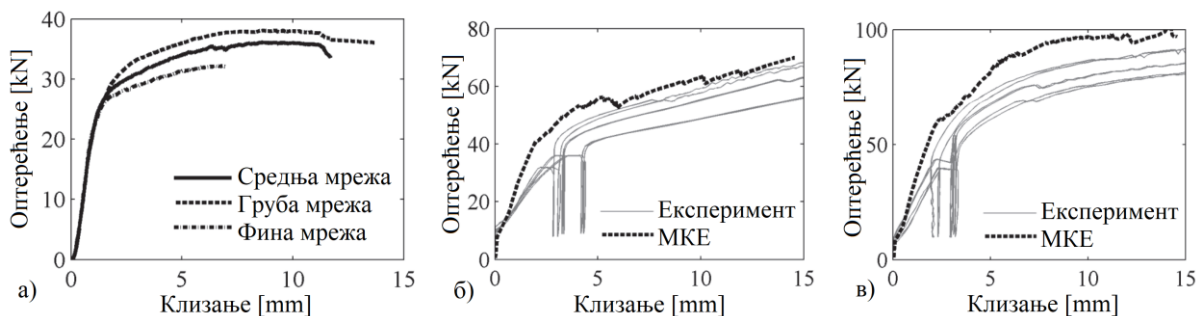
За разлику од предложеног хибридног начина моделирања дрвета, модели из литературе који користе континуумски приступ дају знатно већа одступања од резултата одговарајућих експерименталних испитивања. Као пример је узето истраживање у коме је дефинисан нови континуумски модел са оштећењем (Sandhaas, 2012), а испитано је механичко понашање везе између челичног лима и дрвета класе С30. Као спојна средства су коришћени челични чепови пречника 24 mm, класе 12.9. Претходним испитивањем су утврђене границе течења и кидања: $f_y/f_u = 1311/1389$ МПа. Резултати су приказани на следећем дијаграму (Слика 5-82).

Одступање нумеричких и експерименталних вредности носивости разматране везе је 12%, док је највеће одступање нивоа оптерећења током испитивања 25%. Са дијаграма се примећује да нумеричко решење модела не конвергира до клизања од 5 mm, које је постигнуто у експерименту (Слика 5-82), што значи да је примена овог материјалног модела ограничена на релативно мале деформације. Међусобно одступање нумеричких резултата за различите густине мреже КЕ није испитано на моделима везе, већ је то урађено на моделима помоћу којих је испитивано понашање дрвета на притисак по омотачу рупе. Добијено је највеће одступање носивости од 10%.



Слика 5-82. Дијаграм оптерећење-клизање за експериментално и нумерички испитану везу челик-дрво, помоћу чепа пречника 24 mm, према (Sandhaas, 2012)

На основу претходно дефинисаног материјалног модела (Sandhaas, 2012), урађено је истраживање у оквиру кога је испитивано механичко понашање можданика за спрезање челика и ламелираног фурнира, и челика и УЛД панела (Hassanieh, 2017). У истраживању су коришћени панели од ламелираног фурнира дебљине 75 mm и петослојни УЛД панели дебљине 120 mm. Испитивања утицаја густине мреже је рађено само за можданик за спрезање челика и ламелираног фурнира, израђен применом вијка за дрво пречника 12 mm и класе 4.6. Добијено је међусобно одступање носивости од 18% (Слика 5-83а).



Слика 5-83. Дијаграми оптерећење-клизање за експериментално и нумерички испитан можданик за спрезање челика и дрвета (Hassanieh, 2017):

а) понашање модела са променом густине мреже (веза вијком за дрво M12),
 б, в) поређење експерименталне и нумеричке анализе (завртањ M12 и M16, редом)

Можданик за спрезање челика и УЛД панела је израђен применом завртњева M12 и M16, класе чврстоће 8.8. При испитивању можданика са завртњем M12, добијена су одступања у носивости између нумеричке и експерименталне методе 16%, док је највеће одступање оптерећења током испитивања 39%. Код испитивања можданика са завртњем M16 је одступање носивости 15%, а највеће одступање оптерећења 44%. Као и код претходног истраживања, и овде нумеричко решење не конвергира до експериментално

одређене вредности клизања од 15 mm (Слика 5-83). Одступања резултата између нумеричке и експерименталне анализе добијена у овом истраживању су знатно мања од оних у расположивој литератури.

Облик отказа можданика који се јавља у нумеричкој анализи је облик са једним пластичним зглобом у завртњу, и у сагласности је са обликом отказа код експерименталне анализе. Пластичног зглобови су у оба случаја на приближно једнакој удаљености од главе вијка. При деформацији можданика, глава вијка врши значајну ротацију и у контакту је са својим доњим делом са ребром профила. Из контурних приказа контактних притисака се примећује да се остварује и контакт навртке и подлошке (*контактне љуске 2*), на горњем делу ових елемената. Услед здруженог деловања момента савијања и трансверзалне силе на месту пресека вијка са клизном равни, јавља се делимична пластификација материјала, али се не образује пластични зглоб из разлога што не долази до пуне пластификације попречног пресека.

Резултати нумеричког модела са елементом за ојачање од челика класе S235 показују добро међусобно поклапање и поклапање са резултатима експерименталне анализе. Највеће међусобно одступање нумеричких резултата (дијаграма) је 3%, а одступање од резултата експеримената је 8%. Одступање у носивости везе према нумеричкој методи од експерименталне је 1%, а модула клизања 19%.

Облици отказа завртња и елемента за ојачање код модела са елементом за ојачање од челика класе S235 су у сагласности са облицима отказа добијених у експерименталној анализи, што је показано упоредним приказима деформисане везе након експерименталног испитивања и деформисаног облика у крајњем кораку нумеричке анализе. Облик отказа завртња је исти као и код модела везе без елемента за ојачање, односно, у завртњу се образује један пластични зглоб. Деформисани облик елемента за ојачање показује да се у њему образују три пластична зглоба, и то један на месту контакта са телом вијка, а остала два у маси дрвета, у четвртинама дужине елемента за ојачање.

Модели са елементом за ојачање од челика класе S275 дају резултате који су такође у сагласности са одговарајућим моделима из експерименталне анализе. Са дијаграма оптерећење-клизање се примећује да је поклапање добро. Највеће међусобно одступање оптерећења код нумеричке анализе је 3%, док је највеће одступање резултата нумеричке и експерименталне анализе 12%. Веће одступање модела са елементом за

ојачање S275 од претходно наведених модела се јавља и у вредностима носивости (9%) и модула клизања (31%). Такође, код ових модела се јавља и значајно одступање клизања при 60% и 80% носивости, просечно 56%.

Облици отказа модела са елементом за ојачање од челика класе S275 су у сагласности са облицима отказа који су добијени при експерименталној анализи. Деформисани облик завртња у последњем кораку нумеричке анализе је истоветан оном код претходних модела, односно, постоји један пластични зглоб. Из деформисаног облика елемента за ојачање и стања напона у њему се примећује да и у елементу за ојачање постоји један пластични зглоб, формиран у околини контакта елемента за ојачање са телом вијка. У четвртинама дужине елемента за ојачање постоји пластично понашање материјала, али пластични зглоб није формиран. Деформација жлеба у УЛД панелу је аналогна деформацији жлеба добијеној експериментално. У околини вијка елемент за ојачање врши притисак на доњу површину жлеба (*контактне љуске 4*), а врх елемента за ојачање се одиже и врши притисак на горњу површину жлеба.

5.6 Закључци МКЕ анализе

На основу резултата нумеричког модела предложеног можданика, израђеног и анализираног применом Методе коначних елемената (МКЕ), уз имплементацију предложеног приступа у моделирању дрвета, изведени су следећи закључци.

У истраживању је примењен материјални модел челика из библиотеке коришћеног софтвера за нумеричку анализу. Испитивањем челика на затезање, урађеним у оквиру експерименталне анализе, су добијене инжењерске вредности напона и дилатације, помоћу којих је креиран материјални модел, а валидиран је помоћу резултата испитивања челика на савијање. Резултати анализе нумеричких модела су показали веома мало одступање од резултата експеримента, тако да је закључено да се вредности напона и дилатације могу имплементирати у модел као инжењерске вредности, а примењени материјални модел је употребљен за даљу анализу.

Елементи израђени од челика су моделирани запреминским КЕ. Омрежавање је урађено тако што су ребро челичног профила и елемент за ојачање подељени по дебљини на 3, 4 или 5 сегмената (величина КЕ је 1,33 mm, 1,00 mm и 0,80 mm), а тело вијка подељено на 4, 6 или 8 сегмената (величина КЕ је 2,50 mm, 1,67 mm и 1,25 mm).

Приликом испитивања осетљивости мреже КЕ је закључено да се резултати међусобно добро поклапају, на основу чега је закључено да је примењена довољна густина мреже.

Ивице елемента за ојачање су заобљене због проблема са контактима, са полупречником заобљења 1 mm. Закључено је да је полупречник заобљења ивица довољно мали тако да примењена заобљења занемарљиво утичу на механичко понашање елемента за ојачање. Због сложености добијеног облика, елемент за ојачање је подељен у неколико сегмената, где су сви сегменти омержени помоћу КЕ типа *8-node SOLID*, осим зоне врха која је омержена помоћу КЕ типа *4-node SOLID*.

За моделирање дрвета је примењен хибридни начин моделирања, где се материјал представља као спрега линијских и површинских КЕ. За линијске елементе је примењен усвојени материјални модел дрвета, а површински елементи служе за остваривање контакта са вијком и елементом за ојачање, и имају занемарљив утицај на механичке карактеристике везе због своје врло мале крутости.

КЕ који замењују материјал дрвета се деле у неколико група, у зависности од механичког понашања које представљају. Тако у предложеном хибридном моделу везе постоје елементи који се односе на понашање дрвета на притисак по омотачу рупе паралелно влакнима, управно на влакна и понашање дрвета на утискивање подлошке. Због тога је потребно експериментално испитати свако од ових механичких понашања и утврдити карактеристике дрвета, па резултате имплементирати у материјални модел. Овакав поступак, иако на први поглед сложен због потребе за специфичним испитивањима, једноставнији је од моделирања применом приступа из литературе. На пример, за примену континуумских модела је потребно познавати ортотропно понашање дрвета, модуле еластичности, Поасонове коефицијенте и чврстоће дрвета. То значи да је укупан број података које треба дефинисати код континуумског приступа знатно већи него код предложеног хибридног приступа. Чињеница која поједностављује рад је и то што је дијаграм понашања дрвета на притисак по омотачу рупе билинеаран, тако да се може применити најједноставнији еластопластични материјални модел, и без увођења ортотропије у конститутивне једначине.

Контактна плоча 4 која моделира омотач жлеба елемента за ојачање је облика правоугаоника. То није реално стање јер у експерименталном моделу жлеб нема константну дубину. Међутим, овакав облик усвојен јер је знатно једноставнији за моделирање и даје добре резултате, а притом се избегавају и потенцијални проблеми са

конвергенцијом решења анализе који настају у случају постојања коначних елемената са оштрим угловима.

Коришћењем симетрије је модел упрошћен, уз примену одговарајућих граничних услова у равни симетрије. Нумеричка анализа модела је проведена применом геометријске и материјалне нелинеарности. Оптерећење је аплицирано на модел у 200 корака, што представља оптимални број добијен кроз прелиминарну анализу. Притом је прва половина корака искоришћена за поништавање зазора, а друга половина за деловање радног оптерећења.

Очитавање оптерећења у појединим корацима анализе се врши очитавањем нормалног напона затезања у помоћном крутом елементу (*крути елемент 3*). Ово очитавање оптерећења је могуће из разлога што се радно оптерећење наноси на ребро челичног профила преко система крутих елемената који служе за равномерно распоређивање оптерећења по чворовима ребра профила. Овакав начин наношења и очитавања оптерећења је погоднији и прецизнији од очитавања оптерећења преко нормалног напона (у правцу деловања оптерећења) у ребру профила, који не мора да буде једнак у свим деловима попречног пресека. Поред тога, битна чињеница је и то што систем крутих елемената омогућава слободно кретање ребра челичног профила у друга два правца, не ометајући потенцијално остваривање контакта са осталим компонентама модела можданика.

Одступања резултата нумеричке анализе од резултата експерименталне анализе су релативно мала, што значи да предложени модел верно описује механичко понашање предложеног можданика за спрезање челичног профила и УЛД панела. Континуумски модели дати у литератури показују већа одступања резултата нумеричке анализе од резултата експерименталне анализе.

Претходне тврдње и закључци показују да је потврђена и трећа хипотеза у оквиру овог истраживања, односно, да се спрезање челика и УЛД панела може успешно и ефикасно моделирати нумеричким методама уз примену предложеног хибридног материјалног модела за дрво.

Постојање линијских КЕ који замењују дрво омогућава да се осредњени притисци по омотачу рупе у дрвету очитавају као нормални напони у тим елементима. Недостатак модела је што се за притисак по омотачу рупе могу добити само осредњене

вредности у правцу пречника тела вијка (попречно), а тачна расподела напона се може добити за подужни правац.

Доња ивица главе вијка је у контакту са ребром челичног профила, односно, постоји интеракција између главе вијка и ребра профила. То значи да услед контактне силе која делује ексцентрично у односу на осовину вијка, постоји момент савијања. Ово је у супротности са претпоставком из Еврокода 5, где се сматра да момент савијања не постоји у околини главе вијка уколико је однос дебљине ребра профила и пречника тела вијка $t/d \leq 0,5$, што је у спроведеном истраживању испуњено.

Из контурних приказа напона и деформације елемента за ојачање је закључено да при отказу можданика постоје концентрације напона у елементу за ојачање, у зони контакта са телом вијка (на средини елемента), и приближно у четвртинама дужине елемента. То значи да су наведена места уједно и потенцијални положаји пластичних зглобова у елементу за ојачање. Код елемента од челика класе S235 се формирају три пластична зглоба, док се на елементу од челика класе S275 формира један пластични зглоб у зони контакта са телом вијка. Већа чврстоћа елемента за ојачање условљава смањење броја пластичних зглобова приликом отказа.

6 ЗАВРШНЕ НАПОМЕНЕ

Методe за ојачање веза између челичних и дрвених елемената су предмет обимних истраживања, што показују бројни подаци из литературе. Примењивани су елементи за ојачање који се уграђују у клизну раван између челика и дрвета (назубљене плоче, тканине, лепак) и ојачања која се уграђују у масу дрвета (бочни вијци, блокови од цементног малтера). У склопу неких од ових устраживања је значајан део посвећен дефинисању поузданих материјалних модела челика и дрвета.

6.1 Закључци спроведених истраживања

У овом истраживању су разматрана различита спојна средства која се могу користити за спрезање челика и УЛД панела. На основу поређења њихових кључних механичких карактеристика (односа носивости и крутости, односно, модула клизања) закључено је да су за спрезање најпогоднији завртњeви.

Током деформације па све до отказа завртња за спрезање челика и УЛД панела јавља се исцрпљење носивости дрвета на притисак по омотачу рупе, односно, јавља се велико гњечење дрвета. Да би се умањио утицај овог феномена, у раду је извршено ојачање можданика применом елемента облика кружног одсечка од челичног лима, који се уграђује у претходно припремљени жлеб у УЛД панелу. Геометрија елемента за ојачање је дефинисана на основу облика отказа можданика и расподеле напона притиска по омотачу рупе у дрвету. Поред тога, овај тип ојачања је веома погодан за израду и уградњу, јер се жлеб у УЛД панелу, у који се уграђује елемент за ојачање, израђује кружном тестером.

Приликом оптерећивања везе, јавља се контактни притисак којим тело вијка делује на дрво (притисак по омотачу рупе). Овај притисак је највећи непосредно уз површину УЛД панела (уз клизну раван). На основу тога је закључено да је оптимални положај овог елемента за ојачање уз клизну раван. Пошто дрво има знатно мању чврстоћу од челика, као најрационалније решење је предложено да се контакт елемента за ојачање са телом вијка оствари пре него што наступи деловање смичућег оптерећења.

Развијени тип можданика и методологија за његову експерименталну и нумеричку анализу представљају иновативно решење овог проблема. Предложено решење ојачања можданика применом оваквог елемента за ојачање омогућава пројектовање и израду спрегнутих конструкција од челичних профила и УЛД панела са повољнијим механичким карактеристикама од постојећих конструкција.

6.1.1 Рекапитулација резултата експерименталне анализе

У оквиру експерименталне анализе су најпре извршена испитивања свих неопходних механичких карактеристика примењених материјала, чији су резултати касније имплементирани у нумерички модел разматраног можданика. Понашање челика је одређено применом теста на затезање (кидање) и теста на савијање. Дрво од кога је израђен УЛД панел је испитано на притисак паралелно влакнима, притисак по омотачу рупе паралелно влакнима и управно на влакна, и на притисак подлошке управно на влакна. Поред тога, одређен је коефицијент трења између челичног профила и УЛД панела.

Конструкција можданика је лабораторијски испитана применом асиметричног теста смицања везе (енгл. *asymmetric push-out test*). У овом типу теста узорци за асиметрични тест смицања можданика имају по једну клизну раван, за разлику од симетричних који имају по две клизне равни. Предност асиметричног теста је у томе што је број испитиваних можданика упола мањи, и може се испитивати само један можданик. Такође, потребна је упола мања вредност оптерећења за испитивање, и два мерача клизања уместо четири. Стога су узорци за асиметрични тип теста смицања јефтинији за израду, и мањих су димензија и масе, што значи и олакшану манипулацију током испитивања.

Недостатак асиметричног теста у поређењу са симетричним је то што је потребно узорак бочно придржавати ослонцима током испитивања. Ово захтева конструкцију

специјалног сталка за смештај узорка током испитивања. У оквиру асиметричног теста смицања можданика постоји могућност бочног ослањања непокретног или покретног дела узорка. У овом истраживању је то изведено на непокретном делу узорка, што је оцењено као повољније решење.

У оквиру истраживања је анализиран облик узорка, као и утицај ексцентрицитета оптерећења и трења у клизној равни на носивост можданика, односно на поузданост добијених резултата. Закључено је да је повећање носивости испитиваних узорака можданика занемарљиво мало, тако да утицај трења и ексцентрицитета оптерећења није разматран у даљој анализи.

Испитане су три серије од по шест узорака, од којих су две серије са елементима за ојачање, а једна серија је без ојачања и служи као контролна. Оптерећење узорка је наношено према динамици која је дефинисана одговарајућим стандардом. Пошто је према истом стандарду потребно најпре претпоставити носивост узорка, први узорак из сваке од серија је испитиван са монотono растућим оптерећењем до отказа.

Отказ вијка у конструкцији је последица прекорачења максималног момента савијања (момента пластичности). Облици отказа вијка у конструкцији можданика су у свим испитаним случајевима са једним пластичним зглобом, и то у маси дрвета. У непосредној близини главе вијка нема пластичног зглоба, као што то предвиђа и стандард Еврокод 5. Ипак, одређени момент савијања на том месту постоји услед ексцентричног уношења силе затезања преко главе вијка, али он није довољног интензитета да би се формирао пластични зглоб.

У серији код које је елемент за ојачање израђен од челика S235, облик отказа тог елемента је са три пластична зглоба, а у серији код које је тај елемент израђен од челика S275, облик отказа је са једним пластичним зглобом. Закључено је да облик отказа зависи од класе челика који се примењује за израду елемента за ојачање, тј., приликом примене челика веће чврстоће, број пластичних зглобова се смањује, и обратно.

Дијаграми зависности клизања од интензитета оптерећења се веома добро међусобно поклапају, што указује на високу поузданост резултата експерименталних испитивања. Такође, вредности носивости и модула клизања у оквиру једне серије веома мало међусобно одступају.

Уградњом елемента за ојачање је постигнуто значајно повећање носивости и модула клизања разматраног можданика у поређењу са контролном серијом узорака. Закључено је такође да модул клизања значајно расте са порастом класе челика. Међутим, зависност носивости ојачаног можданика од класе челика елемента за ојачање није толико изражена као што је то случај са модулом клизања.

6.1.2 Рекапитулација резултата МКЕ анализе

У оквиру нумеричке МКЕ анализе је најпре дат преглед развоја материјалних модела челика и дрвета, а потом су дефинисани нови материјални модели који су примењени за моделирање разматраног можданика. Материјални модел челика је усвојен на основу резултата испитивања челика на затезање, а валидиран помоћу резултата испитивања челика на савијање. Примењен је мултилинеарни еластопластични модел, са Фон Мизесовим условом течења.

Компоненте модела можданика код којих су примењени материјални модели челика су завртањ, ребро челичног профила и елемент за ојачање. Омрежавање ових компонената модела од челика је извршено применом запреминских КЕ.

Оптимизација тока нумеричке анализе је постигнута до извесне мере, тако што је од челичног профила моделирано само ребро, а утицај ножица је замењен системом крутих линијских КЕ који спречавају избочавање ребра приликом деформације. Пошто се пластично понашање челика ребра очекује у околини рупе за вијак, у зони пречника $5d$, где је d пречник вијка, то је материјал ребра профила у околини рупе за вијак моделиран као нелинеаран, а остатак као линеарно-еластичан.

Елемент за ојачање је моделиран са заобљеним ивицама како би се избегли проблеми са конвергенцијом решења током нумеричке анализе услед мале контактне површине на ивицама елемента за ојачање. Упоредивањем површине и момента инерције пресека заобљеног и незаобљеног елемента за ојачање је закључено да се заобљењем ивица геометријске карактеристике занемарљиво мењају, тако да нису узете у обзир приликом анализе модела.

За потребе моделирања можданика је развијен и примењен нови хибридни модел дрвета. Модел је једноставан за примену јер користи материјале и методе који већ постоје у инжењерским софтверима. Овакав модел не захтева значајне рачунарске ресурсе за прорачун као што је то случај код дискретних модела, а не захтева ни

имплементацију корисничких потпрограма у модел, што је неопходно код примене континуумских модела. За омежавање компоненти модела од дрвета је примењена комбинација линијских и површинских КЕ. Линијски КЕ служе за симулирање карактеристика дрвета, а површински КЕ за остваривање контакта са телом вијка и површином елемента за ојачање. Површински КЕ су везани за линијске КЕ спајањем чворова.

Примена предложеног материјалног модела дрвета подразумева познавање понашања дрвета на притисак паралелно влакнима, притисак по омотачу рупе за вијак, и притисак подлошке (утискивање подлошке у дрво), јер се на основу тих података дефинишу криве напон-дилатација примењених линијских КЕ. Сва наведена понашања дрвета се могу једноставно представити билинеарним законом, осим понашања дрвета на притисак подлошке, за које је примењен мултилинеарни закон.

Нелинеарна статичка анализа модела предложеног можданика је извршена са применом адекватног броја корака уноса оптерећења. У оквиру примене МКЕ, испитан је и утицај густине мреже КЕ на резултате нумеричке анализе. Резултати анализа са различитим густинама мрежа се веома добро међусобно поклапају, а понашање модела је у складу са очекиваним, чиме је предложени модел верификован. Валидација модела је урађена експерименталном анализом. Резултати нумеричке анализе (вредности носивости, клизања, облици отказа) су у доброј сагласности са резултатима експерименталне анализе. Концентрације напона се јављају у елементу за ојачање у четвртинама његове дужине, што значи да на тим местима постоји могућност појаве пластичних зглобова.

На основу претходних чињеница се може закључити да нумерички модел показује понашање врло блиско реалном. У поређењу са резултатима истраживања која су дата у литератури, предложени МКЕ модел даје резултате који се боље поклапају са резултатима експерименталне анализе.

У погледу разноврсности примењених КЕ и њихових карактеристика, може се рећи да је предложени модел можданика сложенији од постојећих. Међутим, предност предложеног модела је у томе што користи материјалне моделе и типове КЕ који постоје у савременим софтверима за МКЕ анализу.

6.2 Препоруке за будућа истраживања

Сложеност анализираног можданика указује на потребу даљег истраживања у овој области. Оно би могло да обухвати већи број експериментално испитаних модела и примену више класа челика за израду елемента за ојачање. Тиме би се стекла шира слика о утицају чврстоће елемента за ојачање на носивост и крутост предложеног можданика. Параметризација би могла да обухвати и дубину жлеба, односно, ширину елемента за ојачање, дебљину елемента за ојачање, класу дрвета од кога се израђује УЛД панел, класу и пречник завртња, и класу и дебљину ребра челичног профила.

Примена МКЕ модела предложеног можданика би се могла поједноставити уколико би понашање дрвета на притисак по омотачу рупе и понашање дрвета на притисак (утискивање) подлошке били дефинисани на основу познавања класе коришћеног дрвета, као и димензија вијка и подлошке.

Аналитички метод решавања датог проблема представља важан аспект у истраживању, посебно због могуће имплементације у будуће стандарде. У овом истраживању је предложени можданик истражен експериментално и нумерички, а резултати добијени применом ових анализа отварају пут ка ефикаснијем разумевању понашања предложеног можданика и извођењу аналитичких израза за одређивање носивости и модула клизања. Аналитички изрази би требало да обухвате што већи број карактеристика материјала који се примењују за израду предложеног можданика.

7 ЛИТЕРАТУРА

- Aicher, S., Hirsch, M., & Christian, Z. (2016). Hybrid cross-laminated timber plates with beech wood cross-layers. *Construction and Building Materials*, 124, 1007-1018, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.08.051>.
- ANSI/APA PRG 320. (2012). *American national standard: Standard for Performance-Rated Cross-Laminated Timber*. Tacoma, US: APA – The Engineered Wood Association.
- Bathe, K. (1996). *Finite Element Procedures*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- Beer, F., Johnston, E., DeWolf, J., & Mazurek, D. (2012). *Mechanics of Materials* (7th ed.). New York: McGraw-Hill Education.
- Bejtka, I. (2005). *Verstärkung von Bauteilen aus Holz mit Vollgewindeschrauben - Dissertation*. Karlsruhe: Universitätsverlag Karlsruhe.
- Bejtka, I., & Blaß, H. (2005). Self-tapping screws as reinforcements in connections with dowel-type fasteners. *Proceedings of the CIB-W18 Meeting, Vol. 38*, (pp. 1-19).
- Blaß, H., & Sandhaas, C. (2017). *Timber Engineering - Principles for Design*. KIT Scientific Publishing.
- Blaß, H., & Schädle, P. (2011). Ductility aspects of reinforced and non-reinforced timber joints. *Engineering Structures*, 33, 3018–3026.
- Blass, H., Schmid, M., Litze, H., & Wagner, B. (2000). Nail plate reinforced joints with dowel-type fasteners. *Proceedings of the 6th World Conference on Timber Engineering*. Whistler, Canada.

- Bocquet, J. (1997). *Modélisation des déformations locales du bois dans les assemblages brochés et boulonnés*, Thèse de Doctorat. Clermont-Ferrand, France: Université Blaise Pascal.
- Bodig, J., & Jayne, B. (1982). *Mechanics of wood and wood composites* (Vol. 712). New York: Van Nostrand Reinhold.
- Borgström, E. (Ed.). (2016). *Design of timber structures - Structural aspects of timber construction* (2 ed., Vol. 1). Stockholm: Swedish Forest Industries Federation, Swedish Wood.
- Brčić, V. (1970). *Otpornost materijala*. Beograd: Beogradski grafički zavod.
- BS EN 1990. (2002). *Eurocode - Basis of structural design*. London: British Standards Institution.
- BS EN 1995-1-1. (2004). *Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings*. London: British Standards Institution.
- Buđevac, D., Marković, Z., Bogavac, D., & Tošić, D. (1999). *Metalne konstrukcije - Osnove proračuna i konstruisanja*. Beograd: Građevinski fakultet.
- Butterfield, B., & Meylan, B. (1980). *Three-dimensional structure of wood: an ultrastructural approach*. London, UK: Chapman and Hall Ltd.
- Callister, W. (2007). *Materials Science and Engineering* (7th ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Callister, W., & Rethwisch, D. (2012). *Fundamentals of Materials Science and Engineering* (4th ed.). Hoboken, New York, US: John Wiley & Sons, Inc.
- Cao, J., Xiong, H., Wang, Z., & Chen, J. (2020). Experimental investigation and numerical analysis for concrete-CLT connections. *Construction and Building Materials*, 236, 117533, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117533>.
- Carling, O. (1992). *Dimensionering av träkonstruktioner (Design of Timber Structures)*, in *Swedish*. Stockholm, Sweden: AB Svensk Byggtjänst & Träteck.
- Chakrabarty, J. (2010). *Applied Plasticity* (2nd ed.). New York: Springer.
- Chen, W., & Saleeb, A. (1994). *Constitutive Equations for Engineering Materials*. Amsterdam, The Netherlands: ELSEVIER SCIENCE B.V.

- Chiniforush, A., Valipour, H., Bradford, M., & Akbarnezhad, A. (2019). Long-term behaviour of steel-timber composite (STC) shear connections. *Engineering Structures*, 196, 109356, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109356>.
- Chybiński, M., & Polus, Ł. (2019). Theoretical, experimental and numerical study of aluminium-timber composite beams with screwed connections. *Construction and Building Materials*, 226, 317-330, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.101>.
- Crocetti, R., Sartori, T., & Tomasi, R. (2014). Innovative Timber-Concrete Composite Structures with Prefabricated FRC Slabs. *Journal of Structural Engineering*, 141(9).
- Cvetković, R. (2016). *Mehaničko ponašanje spregnutih konstrukcija tipa drvo-beton, doktorska disertacija*. Niš, Srbija: Univerzitet u Nišu.
- De Magistris, F. (2005). *Wood fibre deformation in combined shear and compression, doctoral dissertation*. Stockholm, Sweden: KTH, School of Engineering Sciences (SCI), Mechanics.
- Deam, B., Fragiacomio, M., & Buchanan, A. (2008). Connections for composite concrete slab and LVL flooring systems. *Materials and Structures*, 41(3), 495-507.
- Derikvand, M., Kotlarewski, N., Lee, M., Jiao, H., & Nolan, G. (2019). Characterisation of Physical and Mechanical Properties of Unthinned and Unpruned Plantation-Grown Eucalyptus nitens H. Deane & Maiden Lumber. *Forest*, 10(2), 194.
- Dias, A. (2005). *Mechanical behaviour of timber-concrete joints*. Delft, the Netherlands: Technische Universiteit.
- Djoubissie, D., Messan, A., Fournely, E., & Bouchaïr, A. (2018). Experimental study of the mechanical behavior of timber-concrete shear connections with threaded reinforcing bars. *Engineering Structures*, 172, 997-1010.
- Dunica, Š. (1995). *Otpornost materijala*. Beograd, Srbija: Građevinski fakultet.
- Echavarría, C. (2007). Bolted timber joints with self-tapping screws. *Revista EIA*, 8, 37-47.
- EN 1993. (2005). *Eurocode 3: Design of steel structures*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.
- EN 1993-1-1. (2005). *Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.

- EN 1993-1-5. (2006). *Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements*. Brussels, Belgium: European committee for standardization.
- EN 1993-1-8. (2005). *Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-8: Design of joints*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.
- EN 1993-2. (2006). *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 2: Steel Bridges*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.
- EN 1994-1-1. (2004). *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.
- EN 1995-1-1. (2004). *Eurocode 5. Design of timber structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. London, UK: European Committee For Standardization.
- EN 338. (2009). *Structural timber - Strength classes*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.
- EN 383. (2007). *Timber Structures - Test methods - Determination of embedment strength and foundation values for dowel type fasteners*. Brussels: European Committee for Standardization.
- EN 408. (2010). *Timber structures - Structural timber and glued laminated timber - Determination of some physical and mechanical properties*. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization.
- FEMAP with NX NASTRAN Software documentation*. (2016).
- Flores, E. S., Dayyani, I., Ajaj, R., Castro-Triguero, R., DiazDelaO, F., Das, R., & Soto, R. G. (2015). Analysis of cross-laminated timber by computational homogenisation and experimental validation. *Composite Structures*, 386-394.
- FPInnovations*. (2019, март 13). Преузето са <https://fpinnovations.ca/>
- Frgić, L., & Hudec, M. (2006). *Mehanika kontinuuma i reologija*. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet.
- Gagnon, S., & Pirvu, C. (2011). *CLT Handbook: Cross-Laminated Timber: Canadian Edition*. Vancouver, Canada: FPInnovations.
- Gibson, L., & Ashby, M. (1997). *Cellular solids: structure and properties* (2nd ed.). Cambridge, US: Cambridge University Press.

- Grasser, K. (2015). *Development of Cross Laminated Timber in the United States of America, Master's Thesis*. Knoxville: University of Tennessee. Преузето са https://trace.tennessee.edu/utk_gradthes/3479
- Haller, P., Birk, T., Offermann, P., & Cebulla, H. (2006). Fully fashioned biaxial weft knitted and stitch bonded textile reinforcements for wood connections. *Composites Part B: Engineering*, 37(4-5), 278-285.
- Harris, R. (2015). Cross laminated timber. *Wood Composites*, 141-167.
- Hassanieh, A. (2017). *Development of steel-timber composite system for large scale construction - doctoral thesis*. Sydney, Australia: School of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering.
- Hassanieh, A., Valipour, H., & Bradford, M. (2016). Experimental and analytical behaviour of steel-timber composite connections. *Construction and Building Materials*, 118, 63-75.
- Hassanieh, A., Valipour, H., & Bradford, M. (2016). Load-slip behaviour of steel-cross laminated timber (CLT) composite connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 122, 110-121. doi:10.1016/j.jcsr.2016.03.008
- Hassanieh, A., Valipour, H., & Bradford, M. (2017). Composite connections between CLT slab and steel beam: Experiments and empirical models. *Journal of Constructional Steel Research*, 138, 823-836.
- Hassanieh, A., Valipour, H., & Bradford, M. (2018). Bolt shear connectors in grout pockets: Finite element modelling and parametric study. *Construction and Building Materials*, 176, 179-192.
- Hibbeler, R. (2014). *Mechanics of Materials* (9th ed.). Upper Saddle River, New York: Pearson Education, Inc.
- Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* (pp. 281-297). London, UK: Royal Society.
- Hockey, B., Lam, F., & Prion, H. (2000). Truss plate reinforced bolted connections in parallel strand lumber. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 27(6), 1150-1161.
- Hoffmeyer, P. (1995). Wood as a building material. In H. Blass, P. Aune, & B. Choet, *Timber Engineering STEP 1*. The Netherlands: Centrum Hout.

- Hoffmeyer, P. (2003). Strength under long term loading. In S. Thelandersson, & H. Larsen, *Timber Engineering* (pp. 131-152). Chichester: John Wiley & Sons.
- Hong, J., & Barrett, D. (2008). Wood material parameters of numerical model for bolted connections-compression properties and embedment properties. *Proceedings of the 10th World Conference on Timber Engineering*, (pp. 2-5). Miyazaki, Japan.
- Horita, Y., Tagawa, Y., & Asada, H. (2012). Push-out test of headed stud in composite girder using steel deck - An effect of stud length of projecting part from steel deck on shear strength. *15th WCEE*. 24, pp. 18762-18771. Lisbon, Portugal: Curran Associates, Inc.
- Jastrzebski, Z. (1976). *The Nature and Properties of Engineering Materials* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Jirásek, M., & Bažant, Z. (1995). Particle model for quasibrittle fracture and application to sea ice. *Journal of engineering mechanics*, 121(9), 1016-1025.
- Johansen, K. (1949). Theory of Timber Connections. *Int Assoc Bridge Struct Eng*, 9, 249-262.
- Kachanov, L. (1958). Time of the Rupture Process under Creep Conditions. *Izv.*, 8, 26-31.
- Karacabeyli, E., & Douglas, B. (2013). *CLT Handbook: Cross-Laminated Timber: US Edition*. FP Innovations and Binational Softwood Lumber Council.
- Kelly, P. (2008). *Solid Mechanics*. Auckland, New Zealand: Department of Engineering Science, University of Auckland.
- Khorsandnia, N., Valipour, H., & Crews, K. (2012). Experimental and analytical investigation of short-term behaviour of LVL-concrete composite connections and beams. *Construction and Building Materials*, 37, 229-238.
- Kyvelou, P. (2017). *Structural Behaviour of Composite Cold-Formed Steel Systems*, doctoral thesis. London, UK: Imperial College London, Department of Civil and Environmental Engineering.
- Lathuillière, D., Bléron, L., Descamps, T., & Bocquet, J. (2015). Reinforcement of Dowel Type Connections. *Construction and Building Materials*, 97, 48-54.
- Lemaitre, J., & Chaboche, J. (1990). *Mechanics of Solid Materials*. New York: Cambridge University Press.
- Lewis, K., Shrestha, R., & Crews, K. (2014). Introduction to cross laminated timber and development of design procedures for Australia and New Zealand. *23rd Australasian*

- Conference on the Mechanics of Structures and Materials (ACMSM23)* (pp. 601-606). Byron Bay, Australia: Southern Cross University, Lismore, NSW.
- Lianis, G., & Ford, H. (1957). An experimental investigation of the yield criterion and the stress-strain law. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 5(3), 215-222.
- Loss, C., & Davison, B. (2017). Innovative composite steel-timber floors with prefabricated modular components. *Engineering structures*, 132, 695-713.
- Loss, C., & Frangi, A. (2017). Experimental investigation on in-plane stiffness and strength of innovative steel-timber hybrid floor diaphragms. *Engineering Structures*, 138, 229-244.
- Lubarda, V. (1989). *Otpornost materijala*. Podgorica: Univerzitet "Veljko Vlahović".
- Lukaszewska, E. (2009). *Development of Prefabricated Timber-Concrete Composite Floors - doctoral thesis*. Luleå, Sweden: Luleå University of Technology, Department of Civil, Mining and Environmental Engineering.
- Lukaszewska, E., Johnsson, H., & Fragiaco, M. (2008). Performance of connections for prefabricated timber-concrete composite floors. *Materials and Structures*, 41, 1533-1550.
- Milić, M., Vacev, T., Nešović, I., Petronijević, P., & Zorić, A. (2023). Determination of the Bolt Yield Moment for Steel-Timber Composite Connections. *SINARG 2023 CONFERENCE* (pp. 262-269). Niš, Serbia: Faculty of Civil Engineering and Architecture. Retrieved September 14-15., 2023
- Milić, M., Vacev, T., Petronijević, P., Nešović, I., Zorić, A., Paunović, S., & Matejević Nikolić, B. (2023). Experimental Research and FE Model of a Bolted Steel-CLT Composite Connection. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 1-15. doi:<https://doi.org/10.3311/PPci.22752>
- Milić, M., Vacev, T., Romić, N., Nešović, I., & Zorić, A. (2019). Strengthening of the Trapezoidal Sheet Metal TR 150/280 with an OSB Plate. *6th International Conference: Contemporary achievements in civil engineering* (pp. 239-249). Subotica, Serbia: Faculty of Civil Engineering.
- Mises, R. (1913). Mechanics of solid bodies in the plastically-deformable state. *Göttingen Nachrichten Math Phys*, 1, 582-592.

- Mitchell, B. (2004). *An introduction to materials engineering and science: for chemical and materials engineers*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Nakashima, S., Kitamori, A., Mori, T., & Komatsu, K. (2014). Propose Alternative Design Criteria for Dowel Type Joint with CLT. In S. Aicher, H. Reinhardt, & H. Garrecht, *Materials and Joints in Timber Structures* (Vol. 9, pp. 739-748). Dordrecht: RILEM Bookseries, Springer.
- Nilsen, T. (2015). *Numerical modelling of Wood Microstructure, Master's thesis*. Trondheim, Norway: Norwegian University of Science and Technology.
- NX Nastran User's Guide*. (2016). Plano, USA: Siemens Product Lifecycle Management Software.
- Ottosen, N., & Ristinmaa, M. (2005). *The Mechanics of Constitutive Modeling*. Oxford: Elsevier.
- Pashan, A. (2006). *Behaviour of channel shear connectors: push-out tests - master thesis*. Saskatchewan, Canada: University of Saskatchewan, Department of Civil and Geological Engineering.
- prEN 16351. (2017). *Timber structures - Cross laminated timber - Requirements*. Technical Committee CEN/TC 124 "Timber structures".
- Racher, P., & Bocquet, J. (2005). Non-linear analysis of dowelled timber connections: a new approach for embedding modelling. *Electronic Journal of Structural Engineering*, 5, 1-9.
- Rad, A., Weinand, Y., & Burton, H. (2019). Experimental push-out investigation on the in-plane force-deformation behavior of integrally-attached timber Through-Tenon joints. *Construction and Building Materials*, 215, 925-940, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.04.156>.
- Rees, D. (2006). *Basic Engineering Plasticity* (1st ed.). Burlington: Elsevier.
- Reichert, T. (2009). *Development of 3D Lattice Models for Predicting Non-linear Timber Joint Behaviour*. Edinburgh, UK: Edinburgh Napier University.
- Rösler, J., Harders, H., & Bäker, M. (2007). *Mechanical Behaviour of Engineering Materials*. Berlin: Springer.

- Ross, R. (Ed.). (2010). *Wood Handbook - Wood as an Engineering Material*. Madison, Wisconsin: Forest Products Laboratory.
- Runesson, K. (2005). *Constitutive Modeling of Engineering Materials - Theory and Computation*. Göteborg: Chalmers University of Technology.
- Sandhaas, C. (2012). *Mechanical Behaviour of Timber Joints with Slotted-in Steel Plates - doctoral dissertation*. Delft, the Netherlands: Technische Universiteit.
- Sandhaas, C., & Van de Kuilen, J. (2013). Material model for wood. *Heron*, 58(2/3), 171-191.
- Sandhaas, C., Van de Kuilen, J. W., & Blass, H. (2012). Constitutive model for wood based on continuum damage mechanics. *WCTE, World conference on timber engineering*, (pp. 159-167). Auckland, New Zealand.
- Sayir, M., Dual, J., Kaufmann, S., & Mazza, E. (2015). *Ingenieurmechanik I: Grundlagen und Statik*. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- Schiro, G., Giongo, I., Sebastian, W., Riccadonna, D., & Piazza, M. (2018). Testing of timber-to-timber screw-connections in hybrid configurations. *Construction and Building Materials*, 171, 170–186. doi:<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.03.078>
- Smith, I., Landis, E., & Gong, M. (2003). *Fracture and fatigue in wood*. John Wiley & Sons.
- Soboyejo, W. (2002). *Mechanical Properties of Engineered Materials*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- SRPS EN 26891. (2012). *Timber Structures. Joints Made with Mechanical Fasteners. General Principles for the Determination of Strength and Deformation Characteristics*. Beograd, Srbija: Institut za standardizaciju Srbije.
- SRPS EN ISO 4014. (2012). *Vijci sa šestostranom glavom - Klase izrade A i B*. Beograd: Institut za standardizaciju Srbije.
- SRPS EN ISO 7093-1. (2009). *Ravne podloške - Velike serije - Deo 1: Klasa izrade A*. Beograd: Institut za standardizaciju Srbije.
- Tabiei, A., & Wu, J. (2000). Three-dimensional nonlinear orthotropic finite element material model for wood. *Composite Structures*, 50, 143-149.
- Tavakoli-Gheyhani, I. (2011). *Modélisation tridimensionnelle d'assemblages de structure bois en tôle pliée mince par la méthode des éléments finis. Doctoral dissertation*. Nancy: Université Henri Poincaré (in French).

- Toussaint, P. (2010). *Application et modélisation du principe de la précontrainte sur des assemblages de structure bois*, Thèse de Doctorat. Nancy, France: Université Henri Poincaré.
- Tresca, H. (1864). Notes on Yield of Solid Bodies Under Strong Pressures. *Comptes Rendus del'Academie des Sciences*, 59, 754.
- Tsai, S., & Wu, E. (1971). A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of composite materials*, 5(1), 58-80.
- Van de Kuilen, J., Ceccotti, A., Xia, Z., & He, M. (2011). Very Tall Wooden Buildings with Cross Laminated Timber. *Procedia Engineering*, 14, 1621–1628.
- Van der Linden, M. (1999). *Timber-concrete composite floor systems - doctoral thesis*. Delft, the Netherlands: Technische Universiteit.
- Vella, N., Gardner, L., & Buhagiar, S. (2020). Experimental analysis of cold-formed steel-to-timber connections with inclined screws. *Structures*, 24, 890-904, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.02.009>.
- Wagenführ, R. (1999). *Anatomie des Holzes*. DRW-Verlag.
- Wang, C., Lyu, J., Zhao, J., & Yang, H. (2020). Experimental investigation of the shear characteristics of steel-to-timber composite joints with inclined self-tapping screws. *Engineering Structures*, 215, 1-17.
- Wittel, F., Dill-Langer, G., & Kröplin, B. (2005). Modeling of damage evolution in soft-wood perpendicular to grain by means of a discrete element approach. *Computational Materials Science*, 594-603.
- Xu, B. (2009). *Modélisation du comportement mécanique d'assemblages bois avec prise en compte de critères de rupture*, Thèse de Doctorat. Clermont-Ferrand: Université Blaise Pascal.
- Yam, L. (1981). *Design of composite steel-concrete structures*. London: Surrey University Press.
- Yang, R., Li, H., Lorenzo, R., Ashraf, M., & Sun, Y. (2020). Mechanical behaviour of steel timber composite shear connections. *Construction and Building Materials*, 258, 119605, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119605>.

Бонић, З. (2010). *Прилог теорији прорачуна лома пробијањем темеља самаца ослоњених на деформабилну подлогу, докторска дисертација*. Ниш, Србија: Универзитет у Нишу.

Гојковић, М. (1983). *Дрвене конструкције*. Београд: Научна књига.

Петровић, Ж. (2016). *Експериментално-теоријска анализа граничних стања армиранобетонских континуалних греда од самоуграђујућег бетона ојачаних влакнима армираним полимерима (Fiber-reinforced polymer - FRP) - докторска дисертација*. Ниш, Србија: Универзитет у Нишу.

Биографија аутора

Милош (Јован) Милић је рођен 15. 07. 1992. године у Крушевцу. Основну школу је завршио у Ћићевцу, након чега је уписао Гимназију „Светозар Марковић“ у Нишу, одељење за талентоване физичаре, и завршио 2011. године. У току школовања је учествовао на такмичењима из физике, хемије и математике. Учесник је прве Физичке олимпијаде Србије, одржане 2007. године на Физичком факултету у Београду.

Основне академске студије на Грађевинско-архитектонском факултету у Нишу, студијски програм Грађевинарство, уписује 2011. године и завршава 2015, са просечном оценом 9,69, а мастер студије 2016. године са просечном оценом 9,71. Докторске академске студије на Грађевинско-архитектонском факултету је уписао 2016. године.

Два пута је био стипендиста Фонда за младе таленте „Доситеја“, и два пута је проглашен студентом генерације. Од маја 2017. до априла 2021. године је био стипендиста Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије. Радни однос заснива маја 2021. на Грађевинско-архитектонском факултету у звању *истраживач приправник*, а од септембра 2023. у звању *асистент*.

У протеклом периоду је био ангажован на реализацији вежби из предмета Физика, Увод у рачунарство, Увод у програмирање, Металне конструкције I, Металне конструкције II, Специјалне металне конструкције, Металне конструкције зграда, Принципи пројектовања конструкција и Техничко-правна регулатива у градитељству.

Аутор или коаутор је 37 научних и стручних радова, од којих је 7 у часописима са импакт фактором. Као сарадник проф. др Тодора Вацева учествује у раду међународне комисије за стандардизацију, на припреми материјала за нови европски стандард *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-14: Design assisted by Finite Element Analysis*.

У Нишу,
октобра 2023.

Потпис

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом:

Предлог новог решења за спрезање челика и унакрсно ламелираног дрвета
применом ојачаних можданика

која је одбрањена на Грађевинско-архитектонском факултету Универзитета у Нишу:

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да ову дисертацију, ни у целини, нити у деловима, нисам пријављивао на другим факултетима, нити универзитетима;
- да нисам повредио ауторска права, нити злоупотребио интелектуалну својину других лица.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са ауторством и добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 07. 05. 2024.

Потпис аутора дисертације:



(Име, средње слово и презиме)

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ЕЛЕКТРОНСКОГ И ШТАМПАНОГ ОБЛИКА
ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Наслов дисертације:

Предлог новог решења за спрезање челика и унакрсно ламелираног дрвета
применом ојачаних можданика

Изјављујем да је електронски облик моје докторске дисертације, коју сам предао
за уношење у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, истоветан
штампаном облику.

У Нишу, 07. 05. 2024.

Потпис аутора дисертације:



(Име, средње слово и презиме)

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

Предлог новог решења за спрезање челика и унакрсно ламелираног дрвета
применом ојачаних можданика

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском облику, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прераде (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

У Нишу, 07. 05. 2024.

Потпис аутора дисертације:



(Име, средње слово и презиме)