



UNIVERZITET U NIŠU
MAŠINSKI FAKULTET



Vladislav M. Krstić

**ISTRAŽIVANJE
KONSTRUKCIONO-TRIBOLOŠKIH
PARAMETARA KUGLIČNIH LEŽAJA SA
KOSIM DODIROM TIPA ZKLF SA ASPEKTA
OPTIMALNE OSNOVNE FUNKCIJE**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2018.



UNIVERZITET U NIŠU
MAŠINSKI FAKULTET



Vladislav M. Krstić

**ISTRAŽIVANJE
KONSTRUKCIONO-TRIBOLOŠKIH
PARAMETARA KUGLIČNIH LEŽAJA SA
KOSIM DODIROM TIPA ZKLF SA ASPEKTA
OPTIMALNE OSNOVNE FUNKCIJE**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2018.



UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING



Vladislav M. Krstić

**RESEARCH OF
CONSTRUCTION-TRIBOLOGICAL
PARAMETERS OF BALL BEARINGS WITH
ANGULAR CONTACT TYPE ZKLF IN TERMS
OF OPTIMAL BASIC FUNCTION**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2018.

Podaci o doktorskoj disertaciji

Mentor: dr Dragan Milčić, redovni profesor,
Univerzitet u Nišu - Mašinski fakultet u Nišu

Naslov: Istraživanje konstrukciono- triboloških parametara kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF sa aspekta optimalne osnovne funkcije

Rezime: Od savremenih mašinskih sistema se očekuje sve veća produktivnost (što veći broj obrađenih delova u jedinici vremena). U skladu sa tim brzine obrade moraju biti značajno povećane. Sa povećanjem brzine obrade očekivano je povećanje brojeva obrtaja. Povećanje broja obrtaja najviše utiče na transmisiona elementa mašinskog sistema. Ovaj rad je fokusiran na uležištenju navojnog vretena koje je izvedeno preko ležaja tipa ZKLF, svetski vodećeg proizvođača Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG („INA“-e).

Povećan broj obrtaja sa sobom nosi povećanje trenja u samom ležaju, a sa tim je i količina novo stvorene toplotne energije- toplote veća. Stvorena toplota u mnogome utiče na deformacije u samom sistemu.

Cilj ove disertacije je istraživanje konstrukciono- triboloških parametara kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF sa aspekta optimalne osnovne funkcije. Sa tim u vezi, u radu će najpre biti identifikovani relevantni uticajni parametri a potom će biti definisan matematički model koji će opisati ponašanje pomenutog tipa ležaja u realnim eksploatacionim uslovima, uzimajući u obzir termičku stabilnost ležaja. Pošto se radi o vrlo složenom procesu koji se događa u ležaju kada je on u stanju operativnosti, to će krajnji rezultat biti prikazan u vidu temperaturnog polja koje će biti sublimaciona slika međusobne interakcije konstrukciono- triboloških parametara za pomenuti sistem uležištenja. Zbog izrazitije nelinearnosti između uticajnih parametara, za definisanje njihove funkcionalne zavisnosti je iskorišćena ANFIS mreža.

Za istraživanje su iskorišćene eksperimentalne i numeričke metode da bi se predvidelo ponašanje kugličnih ležaja sa kosim dodirom u realnim eksploatacionim uslovima.

Naučna oblast: Mašinsko inženjerstvo

Naučna disciplina: Opšte mašinske konstrukcije

Ključne reči: Kuglični ležaj tipa ZKLF, trenje, temperaturno polje

UDK: 621.822.6:620.178.16(043.3)

CERIF klasifikacija: T 210

Tip licence
Kreativne zajednice: CC BY-NC-ND

Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor: dr Dragan Milčić, full professor,
University of Niš, Faculty of mechanical engineering

Title: Research of the constructive - tribological parameters of ZKLF-type ball bearing with angular contact according to the aspect of optimal basic function

Abstract: From modern machine systems is expected to increase productivity (as many processing units per unit of time). Accordingly, the processing speeds must be significantly increased. With the increase in processing speed, it is expected to increase the number of revolutions. Increasing the number of revolutions most affects the transmission system elements of the machine system. The thesis focuses on the mounting of the threaded spindle, which is carried out via bearings of type ZKLF, the world leading manufacturer Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG („INA“). The increased number of revolutions carries the increase of friction in the ball bearings itself, and with this the amount of newly created heat energy is higher. The created heat greatly affects deformations in the system itself. The aim of this dissertation is to study the constructive -tribological parameters of ball bearings with angular contact type ZKLF from the aspect of optimal basic function. These relevant influence parameters will then be identified, and then a mathematical model will be defined which will describe the behavior of the mentioned bearing type in real exploitation conditions, taking into account the thermal stability of the ball bearing. Given that this is a very complicated process occurring in the bearing when it is in operational state, the final result will be shown in the form of a temperature field which will be a sublimation image of the interaction of the constructive - tribological parameters for the aforementioned system of mounting. Due to the more pronounced nonlinearity between the influence parameters, the ANFIS network was used to define their functional dependence.

Experimental and numerical methods were used for the study to predict the behavior of ball bearings with angular contact in real exploitation conditions.

Scientific Field: Mechanical engineering

Scientific Discipline: General machine construction

Key Words: Ball bearing type ZKLF, friction, temperature field

UDC: 621.822.6:620.178.16 (043.3)

CERIF Classification: T 210

Creative Commons License Type: CC BY-NC-ND

Komisija za ocenu i odbranu doktorske disertacije

Mentor i predsednik:

Dr Dragan Milčić, redovni profesor
Univerzitet u Nišu - Mašinski fakultet
Uža naučna oblast: Mašinske konstrukcije

Član:

Dr Dušan Stamenković, redovni profesor
Univerzitet u Nišu - Mašinski fakultet
Uža naučna oblast: Saobraćajno mašinstvo

Član:

Dr Radivoje Mitrović, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu- Mašinski fakultet
Uža naučna oblast: Opšte mašinske konstrukcije

Član:

Dr Radoslav Tomović, vanredni profesor
Univerzitet Crne Gore- Mašinski fakultet
Uža naučna oblast: Mašinski elementi i konstruisanje mašina

Član:

Dr Mića Vukić, redovni profesor
Univerzitet u Nišu- Mašinski fakultet
Uža naučna oblast: Termotehnika, termoenergetika i procesna tehnika

Datum odbrane: 27. 09. 2018.

*Nek' poznaju da je ovo ruka tvoja
i da si ti ovo učinio, Gospode!*

(Ps 109:27)

*Mojim,
Mirjani, Aleksandri, Miroslavu*

Zahvalnost

Neki filozofi su bili tog stava da mišljenje nema za predmet svet, već sebe... i to je mišljenje o mišljenju.

Ovom prilikom želim da iskažem svoje mišljenje i potrebu da se zahvalim nekim ljudima, da iskažem posebnu zahvalnost gospodinu Jürgen Hilbinger-u na nesebičnoj pomoći. Zahvaljujem se i dr Oliver Koch-u i dr Reiner Patzwald-u koji su mi nesebično pomagali u samom postavljanju osnova ove disertacije. „Vetar u leđa“ imao sam naravno i od kolega u Nemačkoj čije mi je gostoprimstvo mnogo značilo i kao čoveku i kao profesionalcu.

Zahvaljujem se i gospodinu Ljuben Stančevu koji mi je omogućio da dosta toga postignem i uradim upravo radeći u matičnoj firmi. Zahvaljujem se i kolegama iz firme „Ljubex International“ iz Beograda, koji su sve vreme i na svakom koraku bili uz mene .

Naravno, svoju nesebečnu zahvalnost dužan sam da izrazim i svom mentoru, profesoru dr Draganu Milčiću. Značili su mi svi savet, uputstva i dobronamerne sugestije pri koncipiranju i stvaranju kompletne slike ove disertacije.

Takođe se zahvaljujem mojim najdražim prijateljima Jovanu Jovanoviću, profesoru dr Stanku Cvjetićaninu i Dragani Pešaković koji su svaki moj korak učvrstili i podržali.

Ali činjenica je da ništa od ovog ne bih postigao, u sve ovo se upustio, do ove tačke došao, da nisam imao dovoljno podrške, strpljenja i razumevanja od svojih najbližih porodice i prijatelja.

Na svemu ovom, neizmerno sam zahvalan!

U Nišu, 27. septembar 2018.

mr Vladislav Krstić, dipl.maš.inž.

Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Pregled stanja istraživanja i identifikacija područja istraživanja	3
2.1 Stanje istraživanja	3
2.2 Tačnost navojnih vretena.....	6
2.3 Greške pozicioniranja usled mehaničkih uticaja.....	7
2.3.1 Kinematske greške	7
2.3.2 Kompenzacija greške	7
2.3.3 Deformacija mehanizma za pomeranje i pogon usled sila	7
2.3.4 Sile rezanja	8
2.3.5 Sile ubrzanja.....	8
2.3.6 Sile trenja.....	8
2.3.7 Test kružnosti za ispitivanje mašina alata	8
2.4 Greška pozicioniranja usled zagrevanja navojnog vretena	9
2.4.1 Trenje u navrtki navojnog vretena.....	9
2.4.2 Razvijena toplota usled trenja u navrtki.....	11
2.4.3 Uticaj temperaturnog polja duž navojnog vretena	11
2.5 Preventivne mere.....	13
2.5.1 Hlađenje navojnog vretena.....	13
2.5.2 Softverska kompenzacija.....	14
2.6 Uležištenje navojnog vretena	15
2.7 Identifikacija područja istraživanja	19
3. Studija i analiza postojećih konstrukcijskih rešenja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom za uležištenje navojnih vretena	21
3.1 Opšta načela	21
3.2 Aksijalni kuglični ležajevi sa kosim dodirom za navojna vretena	24
3.2.1 Aksijalni kuglični ležajevi sa kosim dodirom serije „ZKLF“	24
3.2.2 Aksijalni kuglični ležajevi sa kosim dodirom serije „ZKLN“	25
3.2.3 Aksijalni kuglični ležajevi sa kosim dodirom serije „ZKLFA“	26
3.2.4 Aksijalni kuglični ležajevi sa kosim dodirom serije „DKLFA“	26
3.2.5 Nosači zaptivača i precizne navrtke - opšta načela	28
4. Teorijska identifikacija dominantnih konstrukciono-triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF	32
4.1 Trenje, temperatura i podmazivanje.....	33
4.1.1. Trenje.....	33
4.2 Moment trenja	37
4.2.1 Procena momenta trenja	38
4.2.2 Proračun momenta trenja	39
4.3 Temperatura.....	47
4.3.1 Visina radne temperature.....	47
4.3.2 Temperaturna razlika između unutrašnjeg i spoljnog prstena	50

5. Definisanje matematičkog modela za analizu toplotnog ponašanja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF	51
5.1 Opšta načela u oblasti kotrljajnih ležaja.....	51
5.2 Polazne osnove tehničkog rešenja.....	51
5.2.1 Model za istraživanje statičkog ponašanja	52
5.2.2 Model za istraživanje toplotnog ponašanja	53
5.2.3 Model za istraživanje dinamičkog ponašanja.....	54
5.3 Teorijske osnove za analizu ponašanja kugličnih ležaja	56
5.3.1 Matematički model za analizu kugličnih ležaja	56
5.3.2 Analiza statičkog ponašanja -teorijske osnove.....	57
5.3.2.1 Kontaktne sile, naponi i deformacije kugličnih ležaja	58
5.3.2.2. Određivanje ugla kontakta i aksijalnog pomeranja centraležaja usled sile prednaprezanja.....	60
5.3.2.3 Korelacija sila koje deluju na ležaj i geometrija ležaja	63
5.3.3 Analiza toplotnog ponašanja ležaja- osnove	70
5.3.3.1 Razvijena količina toplote u ležaju.....	70
5.3.3.2 Prostiranje toplote.....	71
5.3.3.3 Toplotno prednaprezanje	74
5.3.4 Teorijske osnove programskog rešenja za analizu dinamičkog ponašanja	75
5.3.4.1 Kinetička energija unutrašnje staze kotrljanja.....	76
5.3.4.2 Kinetička energija kotrljajnih tela	77
5.3.4.3 Potencijalna energija usled kontaktnih deformacija.....	79
5.3.4.4 Jednačine kretanja	79
5.3.5 Teorijske osnove programskog rešenja za određivanje radnog veka kugličnih ležaja.....	80
5.4 Programska rešenja za analizu ponašanja kugličnih ležaja.....	81
5.4.1 Program za analizu statičkog ponašanja.....	81
5.4.2 Program za analizu toplotnog ponašanja.....	84
5.4.3 Program za analizu dinamičkog ponašanja	86
5.4.4 Program za određivanje radnog veka kugličnih ležaja.....	87
6. Eksperimentalno ispitivanje konstrukciono-triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF.....	88
6.1 Definisanje protokola eksperimenta.....	88
6.2 Program ispitivanja	90
6.3 Definisanje uslova eksperimentalnog istraživanja	91
6.4 Rezultati eksperimentalnog ispitivanja	91
6.5 Diskusija rezultata eksperimentalnog istraživanja	97
7. Termička FEA analiza karakteristika aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF	99
7.1 Polazne osnove.....	99
7.2 Toplotni bilans.....	100
7.3 Termički referentni broj obrtaja	101

7.3.1 Odvedena toplota	102
7.3.2 Koeficijenti opterećenja i podmazivanja	104
7.3.3 Granični broj obrtaja	104
7.4 Mehanizmi prenosa toplote	104
7.5 Metodološki pristup	107
7.6 Numerička analiza.....	110
7.6.1 Testiranje modela.....	118
7.6.2 Simulacija aksijalno montiranog ležaja tipa ZKLF2575-2Z.....	124
8. Funkcionalna zavisnost uticajnih parametara	129
8.1 Adaptivni neuro-fazi sistem zaključivanja- ANFIS i Fuzzy logika	129
8.1.1 Fazi logika	129
8.1.2 Funkcije pripadnosti i njihova svojstva.....	130
8.1.3 Vrste funkcije pripadnosti	131
8.1.4 Dijagram fuzzy sistema s bazom znanja	133
8.2 Neuronske mreže.....	137
8.2.1 Biološke neuronske mreže	137
8.2.2 Veštačke neuronske mreže (engl. ANN-artificial neural networks)	139
8.2.3 Neuronske mreže- prednosti i nedostaci	139
8.2.4 Učenje (treniranje) neuronske mreže	140
8.2.5 Testiranje mreže.....	140
8.3 Struktura ANFIS (engl. adaptive neuro - fuzzy inference system) neuronske mreže.....	141
8.4 Određivanje funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara kod aksijalnih kugličnih ležaja tipa ZKLF	142
8.4.1 Definisane protokola ANFIS mreže	143
8.4.2 Rezultat ANFIS mreže	146
9. Diskusija rezultata i zaključna razmatranja	153
9.1 Diskusija dobijene funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara	155
Literatura.....	157
Biografija autora.....	164

Pregled korišćenih oznaka

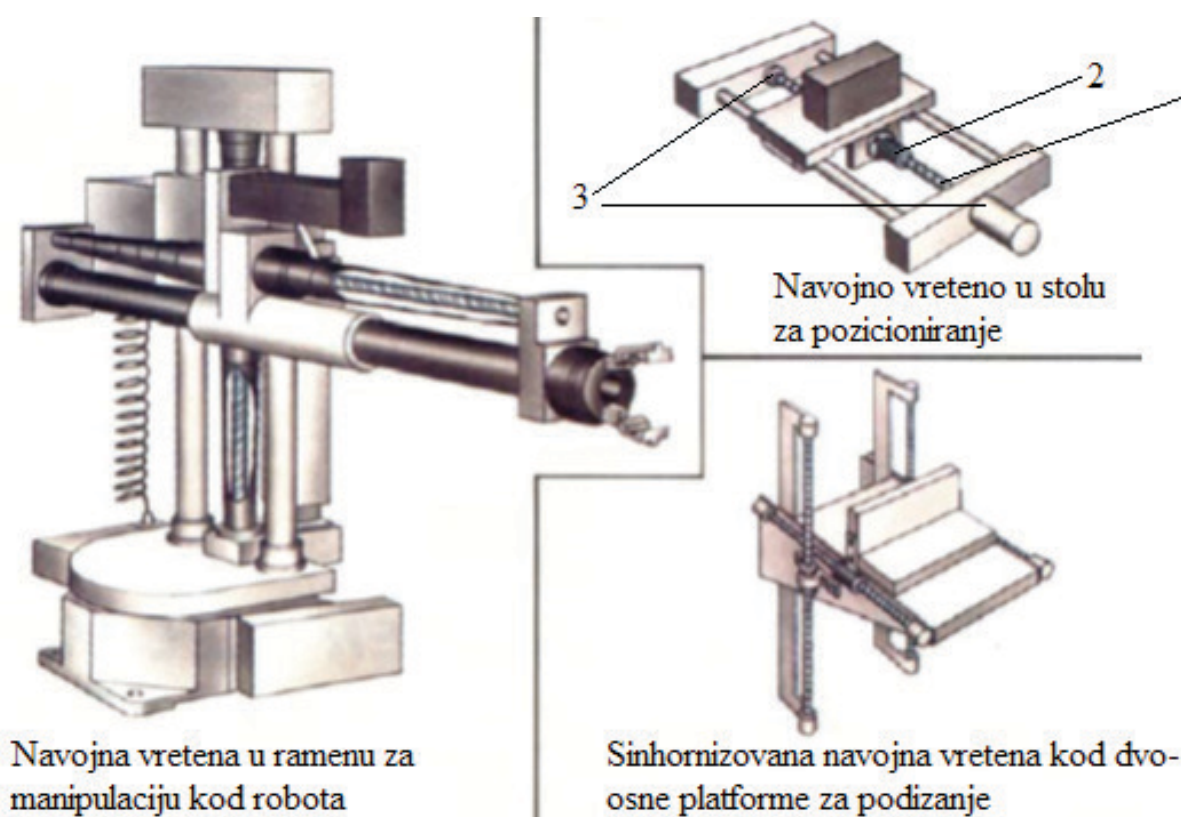
M	ukupni moment trenja ležaja u Nmm
μ	koeficijent trenja
F_r	radijalna komponenta opterećenja u N
F_a	aksijalna komponenta opterećenja u N
D	unutrašnji prečnik ležaja u mm
M_0	moment trenja nezavisan od opterećenja u Nmm
M_l	moment trenja zavisan od opterećenja u Nmm
N	broj obrtaja u min^{-1}
N	radna viskoznost ulja odnosno baznog ulja kod masti u mm^2/s
f_0	koeficijent koji uzima u obzir vrstu ležaja i način podmazivanja
f_l	koeficijent, koji uzima u obzir veličinu opterećenja
P_l	merodavno opterećenje za M_l u N
M_a	moment trenja zavisan od aksijalnog opterećenja u Nmm
f_a	parametar, zavisi od aksijalne sile F_a i stanja podmazivanja
Q_R	toplotni fluks usled trenja Q_R u W
Q_{ulje}	odvedena toplota u W
t_E	ulazna temperatura
q_{LB}	specifični toplotni fluks u kW/m^2
t_A	izlazna temperatura
P	gustina u kg/dm^3
C	specifični toplotni kapacitet u kJ/kgK
V_{ulje}	protok ulja u min^{-1}
Q_L	odvedeni toplotni fluks iz ležaja u W
D	spoljašnji prečnik spoljnog prstena u mm
Z	broj kotrljajnih tela
d_k	prečnik kotrljajnih tela u mm
d_m	srednji prečnik ležaja u mm
r_u	radijus staze kotrljanja unutrašnjeg prstena u mm
r_s	radijus staze kotrljanja spoljašnjeg prstena u mm
d_u	prečnik unutrašnje staze kotrljanja u mm
d_s	prečnik spoljašnje staze kotrljanja u mm
R_{Cu}	poluprečnik centra unutrašnje staze kotrljanja u mm
R_{Cs}	poluprečnik centra spoljašnje staze kotrljanja u mm
R_x	radijus zakrivljenosti u pravcu glavne ose u mm
R_y	radijus zakrivljenosti u pravcu pomoćne ose u mm
F', E'	eliptični integrali prve i druge vrste
E_p, E_k	modul elastičnosti prstena i kotrljajnog tela u N/mm^2
a, b	glavna i pomoćna osa eliptičnog kontakta
m_k	masa kotrljajnog tela u kg
$F_{(\rho)}$	razlika radijusa zakrivljenosti staza kotrljanja u mm
p_u	talasastost u radijalnom pravcu unutrašnje staze u μm
p_s	talasastost u radijalnom pravcu spoljašnje staze u μm

p_p	maks. amplituda talasa na stazama kotrljanja u μm
p_0	početna amplituda talasa na stazama kotrljanja u μm
q_u	talasastost u aksijalnom pravcu unutrašnje staze u μm
q_s	talasastost u radijalnom pravcu spoljašnje staze u μm
L	dužina luka talasa u μm
N_t	broj talasa
$J_r(\epsilon)$	Sjovall-ov integral opterećenja
G_a	aksijalni zazor u mm
G_r	radijalni zazor u mm
G	bočno ubrzanje integrisanog ležaja točka
U_u	kontaktna opterećenja sa unutrašnjom stazom kotrljanja u N
U_s	kontaktna opterećenja sa spoljašnjom stazom kotrljanja u N
F_r	spoljašnje radijalno opterećenje u N
F_a	spoljašnje aksijalno opterećenje u N
W_r	sila reakcije u radijalnom pravcu u N
W_t	sila reakcije u aksijalnom pravcu u N
E	ekscentričnost spoljašnjeg opterećenja u mm
F_p	sila prednaprezanja u N
F_c	centrifugalna sila u N
M_g	giroskopski moment u Nmm
M_u	moment trenja sa unutrašnjom stazom kotrljanja u Nmm
M_s	moment trenja sa spoljašnjom stazom kotrljanja u Nmm
Q_u	količina razvijene toplote na unutrašnjoj stazi kotrljanja u W
Q_s	količina razvijene toplote na spoljašnjoj stazi kotrljanja u W
$u_{cent.}$	centrifugalno širenje prstenova u μm
K_n	Hertz-ova kontaktna krutost u $\text{N}/\text{mm}^{1.5}$
K	krutost ležaja u $\text{N}/\mu\text{m}$
N_u	Nusselt-ov broj
P_r	Prantlov broj
Re	Rejnoldsov broj
$A_{u,s}$	površina kontakta sa stazama kotrljanja u mm^2
I_p	diametralni moment inercije
J_p	polarni moment inercije
L_v	vek ležaja u h, km
Q_e	ekvivalentno opterećenje u N
I	broj redova kotrljajnih tela
C_μ	dinamička nosivost unutrašnjeg prstena u N
C_v	dinamička nosivost spoljašnjeg prstena u N
f_s	frekvencija spoljašnjeg prstena u Hz
f_u	frekvencija unutrašnjeg prstena u Hz
f_c	frekvencija kaveza u Hz
$f_{k,t}$	frekvencija kotrljajnih tela u Hz
f	frekvencija vratila u Hz

α_o	nominalni ugao kontakta u $^\circ$
α_p	ugao kontakta nakon prednaprezanja u $^\circ$
α_u	ugao kontakta sa unutrašnjom stazom kotrljanja u $^\circ$
α_s	ugao kontakta sa spoljašnjom stazom kotrljanja u $^\circ$
α_T	koeficijent toplotnog širenja u W/mK
ρ_i	radijusi zakrivljenosti staza kotrljanja u mm
v_p, v_k	Paosonov koeficijent prstena i kotrljajnog tela
σ	naponi na stazama kotrljanja u Pa
χ	ugao punjenja u $^\circ$
λ	širina talasa u μm
ψ	ugao između kotrljajnih tela u $^\circ$
ω_c	ugaona brzina kaveza u rad/s
ω_k	ugaona brzina kotrljajnih tela u rad/s
ω_{sp}	ugaona brzina klizanja u rad/s
Ω	ugaona brzina vretena u rad/s
δ_n	normalna pomeranja kotrljajnih tela duž linije kontakta u μm
δ_u	kontaktne deformacije na unutrašnjoj stazi kotrljanja u μm
δ_s	kontaktne deformacije na spoljašnjoj stazi kotrljanja u μm
ε_k	toplotno širenje kotrljajnih tela u μm
λ (u termičkim jednačinama)	toplotna provodljivost materijala u W/mK
θ_r	referentna temperatura na spoljnjem prstenu u $^\circ$
θ_{Ar}	referentna temperatura okruženja u $^\circ$
P_{lr}	referentno opterećenje kotrljajnog ležaja u N
N_{Fr}	opterećenje od trenja u W
Q_r	ukupni toplotni fluks odveden iz ležaja za referentne uslove u kW
n_{0r}	termički referentni broj obrtaja u min^{-1}
M_{0r}	moment trenja nezavistan od opterećenja pod referentnim uslovima i pri termičkom referentnom broju obrtaja u Nmm
M_{lr}	moment trenja koji zavisi od opterećenja za referentne uslove u Nmm
f_{0r}	koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i podmazivanja za referentne uslove
ν_r	kinematska viskozinost ulja odnosno osnovnog ulja kod masti za referentne uslove i referentnu temperaturu ležaja θ_r u mm^2/s
f_{lr}	koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i opterećenja za referentne uslove
q_{Lr}	specifični toplotni fluks odveden iz ležaja za referentne uslove u kW/m^2
q_{Sr}	specifični toplotni fluks stvoren u ležaju za referentne uslove u kW/m^2
A_s, A_{Sr}	referentna površina, referentna površina za referentne uslove u mm^2
Q	odvedena toplota iz ležaja u kW
Q_s	odvedena toplota preko referentne površine u kW
Q_L	odvedena toplota preko sredstva za podmazivanje u kW
Q_E	suma dodatno dovedene ili odvedene toplote u kW
k_q	koeficijent prolaza toplote referentne površine u $\text{kW}/\text{m}^2\text{K}$
K_L	koeficijent podmazivanja
K_P	koeficijent opterećenja
f_n	koeficijent odnosa broja obrtaja

1. Uvod

Osnovna funkcija pokretnih navojnih spojeva u mašinskim sistemima je prenošenje opterećenja pri relativnom kretanju navojnih delova pri čemu se ostvaruje pretvaranje obrtnog kretanja u pravolinijsko, odnosno rad obrtnog momenta u rad aksijalne sile. Pokretni navojni spoj se sastoji iz dela sa spoljnim navojem - navojnog vretena (1), dela sa unutrašnjim navojem - navrtke (2) i ležaja, odnosno ležišta (3) za prenos sile sa obrtnog dela na oslonce (slika 1a). Za pokretne navojne spojeve upotrebljava se trapezni i kosi navoj.



Slika 1a. Primeri ugradnje navojnih vretena

Već je poznato da je uležištenje navojnih vretena jedan od najzahtevnijih zadataka u mašinstvu. Navojna vretena se ubrajaju u transmisionne mašinske elemente, preko kojih se rotaciono kretanje pretvara u linijsko. Kao takvi svoju primenu nalaze u jako složenim mašinskim sistemima projektovanih za serijsku i masovnu proizvodnju.

Od svih tih sistema se pre svega zahteva što je veća moguća produktivnost, da se u što kraćem vremenskom periodu izradi što veći broj gotovih proizvoda (bilo podsklopova ili krajnjih proizvoda). Da bi se ispunio ovaj zahtev potrebno je znatno povećati brzinu obrade.

Sa povećanjem brzine obrade, celokupna mašina će biti dodatno opterećena, a naročito obradne glave, transmisioni elementi kao i uležištenje. Dodatni uslov koji se postavlja pred navojna vretena je visoka tačnost vođenja.

Sumiranjem svih zahteva koji se odnose na navojna vretena i njihovo uležištenje, dolazi se do kompleksnog problema kojim se nauka bavi već duže vreme. Do sada je sprovedeno dosta istraživanja, koja su dala konkretna rešenja za poboljšanje radnih performansi pomenutih mašinskih elemenata. U svim analizama, posebno mesto zauzima uležištenje. Od njega se traži da prenese što veći broj obrtaja, i da pri tome primi jake aksijalne sile koje proizvodi odgovarajuća pripadajuća navrtka vretena. Iz tog razloga je razvijena široka lepeza raznih tipova ležaja koji su namenski projektovani za uležištenje navojnih vretena. Kao reprezent u ovoj disertaciji će biti analizirani ležaji tipa ZKLF, svetki vodećeg proizvođača ležaja Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG iz Nemačke. Treba napomenuti da je pomenuti tip ležaja u proizvodnom programu „INA“-e, koja je sastavni deo Schaeffler“ grupe. Pored nje u sastav koncerna su još i „FAG“ i „LUK“. „FAG“ se pretežno bavi proizvodnjom kotrljajnih ležaja (kugličnih, cilindrično valjčanih, konusno valjčanih), zatim veliko gabaritnih ležaja, ležaja za industrijsku primenu, dok je „LUK“ orjentisan na namenski program za automobilsku industriju i teretni program. „INA“ je specijalizovana za igličaste ležaje, linerano vođenje, mehatroničke sisteme, kao i ležaje za navojna vretena.

Na osnovu gore pomenutih uslova koji se postavljaju pred savremene proizvodne sisteme, dolazi se do zaključka da je neophodno značajno povećati brzine obrade. Sa povećanjem radnih brzina, neminovno je povećanje brojeva obrtaja koje direktno utiče na povećanje trenja. Sa povećanjem trenja će se uvećati i količina stvorene toplotne energije- toplote koja će dodatno opteretiti čitav mašinski sistem a naročito uležištenje (ležaje) i transmisionne elemente (navojno vreteno). Toplotna energija dalje utiče na pojačane temperaturne deformacije elemenata sistema koje u mnogome utiču na kvalitet obrade i dalje na kvalitet finalnog proizvoda.

Iz tog razloga je stvorena ideja ove disertacije, a to je istraživanje konstrukciono- triboloških parametara kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF sa aspekta optimalne osnovne funkcije.

Naime, koncept disertacije je da se pre svega identifikuju relevantni parametri koji utiču na termičku stabilnost ležaja, a potom sledi definisanje matematičkog modela koji će opisati toplotno polje ležaja.

Za istraživanje u radu iskorišćene su eksperimentalne i numeričke metode da bi se predvidelo ponašanje kugličnih ležaja sa kosim dodirom u realnim eksploatacionim uslovima.

Primenom teorijskih istraživanja izvršena je identifikacija konstrukciono - triboloških parametara (unutrašnja geometrija ležaja, unutrašnji zazor u ležaju, mazivo, sila prednaprezanja...) koji su značajni sa aspekta termičke stabilnosti aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF.

U okviru eksperimentalnog istraživanja izvršena su merenja sledećih parametara: učestanosti obrtanja (broj obrtaja), temperature spoljnjeg prstena, temperature okruženja, sile trenja tj. momenta trenja i aksijalne sile prednaprezanja.

Nakon eksperimentalnog istraživanja u programu Matlab je određena funkcionalna zavisnost uticajnih parametara: zaptivača, momenta trenja, temperature spoljnjeg prstena i broja obrtaja.

Numeričke metode su iskorišćene za simulaciju eksploatacionog ponašanja kugličnih ležaja tipa ZKLF. Termička analiza urađena je primenom software-a Pre.- Postprocessor: ABAQUS/ CAE, verzija 6.9-3.

Eksperimentalni deo kao i potrebne simulacije urađene su na institutu matične firme, Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG u Nemačkoj.

2. Pregled stanja istraživanja i identifikacija područja istraživanja

Dosadašnja istraživanja su mahom fokusirana na glavna vretena alatnih glava. Značajno manji broj istraživanja je na temi navojnih vretena i njihovih uležištenja. Sa druge strane trend u projektovanju mašinskih sistema za serijsku proizvodnju (automatski obradni centri, CNC mašine) ima izrazito rastući karakter.

Pri tome treba naglasiti da je kvalitet izlaznih proizvoda u mnogome zavistan od tačnosti vođenja obradka u toku procesa obrade, što dalje znači da će navojna vretena i njihovo uležištenje zauzeti posebno i jako važno mesto u celokupnom procesu projektovanja savremenih mašinskih sistema. Iz tog razloga će u ovom poglavlju biti prikazana dosadašnja istraživanja u oblasti uležištenja navojnih vretena kao i relevantni aspekti koji direktno utiču na radne performanse navojnog vretena i njegovog uležištenja. Svi prikazani aspekti su identifikovani i naučno dokazani kako u teoriji tako i u praksi. Sa druge strane će takođe biti prikazana konkretna aktuelna rešenja za poboljšanje radnih performansi sistema „navojno vreteno - uležištenje“, koja su takođe proizvod zajedničkog rada nauke i prakse.

2.1 Stanje istraživanja

Sa ekspanzijom CNC mašina povećano je obim istraživanje vezano za problem generisanja toplote usled trenja u pogonskom delu alatnih mašina (navojni prenosnik) i uticaj na preciznost alatnih mašina.

Mahmmod [1] se u svom radu fokusira na gensinju toplote usled indukovane sile trenja koja se javlja u navojnom vretenu i pripadajućoj navtki sa kuglicama. Rad daje objašnjenje fenomena akumulacije toplote koja bi mogla da utiče na pojavu greške pri pozicioniranju usled glavnog istežanja. Deformacije uzrokovane povećanjem temperature su procenjene na osnovu temperature raspodeleu navojnom vretenu i navrtci, i dobijena je konvencijalnom metodom konačnih razlika.

Zahedi i Movahhedy su u njihovom radu [2] dali doprinos u razvijanju sveobuhvatnog modela vretena za velike brzine koji uključuje održive modele za mehaničko i termičko ponašanje njegovih glavnih komponenti odnosno, ležaja, vratila/ osovine i kućišta. Kućište vretena i vratilo su modelovani kao Timošenkovi elementi u obliku grede sa šest stepeni slobode. Ležaji su modelovani kao dvo- čvorni elementi sa pet pomeranja i komponentom termičkog opterećenja u svakom čvoru. Interakcija između termičkog i strukturalnog ponašanja vretena, kućišta, ležaja i vratila, opisana je pomoću termičkog širenja i opsega prenosa toplote. Komponente su kombinovane u formi modela konačnih elemenata za termo - mehaničku analizu sistema vreteno - ležaj.

Sa ciljem dobijanja toplotnih karakteristika integrisanog sistema vratilo- ležaj, kod CNC mašina, Xiaolei, Jianzhong, Yuwen [3] su definisali matematički model, koristeći metod toplotnih izvora. Toplotne karakterstike sistema vreteno - ležaj identifikovane su pomoću izvedenih formula i kao takve su ubačene u model, koji je testiran metodom konačnih elemenata. Testirana su četiri različita slučaja sa različitim količinama toplote, različitim koeficijentima prenosa toplote kao i geometrijskim veličinama modela i položajem toplotnih izvora. Pomoću ovog modela na dva realna sistema u praksi, izvršeno je predviđanje toplotnog polja i kasnije su upoređeni rezultati dobijeni pomoću modela i konkretnim merenjem temperature.

Maksimalna relativna greška za oba sistema je bila 0,41% i 8,38% respektivno.

Takafumi i ostali [4] u svom radu daju analizu deformacije kotrljajnih tela tj. kuglice, kao i generisanja toplote koja se javlja u aksijalnom kugličnom ležaju sa kosim dodirom namenjenog za uležištenje navojnog vretena kod mašina alata. Oni su sprovedli trodimenzionalno merenje kretanja kuglice, i dali predlog konstrukcije aksijalnog kugličnog ležaja sa kosim dodirom, unutrašnjeg prečnika 70 mm, spoljnog prečnika 110 mm, za radni broj obrtaja $n = 30000 \text{ min}^{-1}$.

Xiao i ostali [5], se fokusiraju na istraživanju izvora toplote koja je generisana od vretena CNC mašine, koja radi sa velikim brojem obrtaja. Celo istraživanje je bazirano na modelu termo - mehaničke spojnice.

Yang i Wanhua u svom radu [6], razrađuju metode kompenzacije aksijalne greške uslovljene termičkim opterećenjem vretena kod alatne mašine.

Wang i ostali daju istraživanje [7] efekata pomeranja unutrašnjeg prstena usled dejstva centrifugalnih sila na dinamičke karakteristike kugličnih kotrljajnih ležaja sa kosim dodirom koji je namenjen za velike brojeve obrtaja.

Yasushi u svom radu [8] daje opis stanja i trendove za podršku i unapređenje velikih brzina kod mašina alata. Takođe je napravljen osvrt na nove keramičke materijale koji imaju jako dobra antifriksiona svojstva, što dalje ide u prilog povećanju broja obrtaja ležaja, uz smanjenje trenja u istom, pa se time smanjuje i generisano toplotno opterećenje.

Yukio i ostali [9] daju prezentaciju tzv. „Robust“ serije ležaja. Ovaj tip ležaja ima za cilj povećanje produktivnosti uz manju potrošnju energije, što je jako važno u smislu energetske efikasnosti koja je aktuelna teme već duži niz godina.

U daljem izlaganju će biti detaljnije objašnjena tačnost navojnih vretena i vrste grešaka pozicioniranja kao i aktuelne metode za kompenzaciju istih.

Zahvaljujući prednostima kugličnih ležaja sa kosim dodirom koje se odnose na mali utrošak energije i manje trenje, oni su našli široku primenu kod CNC alatanih mašina. Teng Hu [10] i ostali su u radu predviđeli i analizirali termičko prednaprežanje ležaja 70BNR10X proizvođača NSK. Termičko predopterećenje pomenutog ležaja je predviđeno i analizirano pomoću informaciono - interakcione mreže. Dodatno su analizirani efekti termičkog predopterećenja na operativnu krutost. Uz pomoć instrumenta za kontrolu temperature urađeni su temperaturni testovi na ležajskoj termo- mehaničkoj test platformi da bi se validirala interakciona mreža. Upoređivanjem rezultata dobijenih predikcijom pomoću interakcione mreže i eksperimenta nađeno je podudaranje u rezultatima. Predložena informaciona - interakciona mreža je pogodna za istraživanje ponašanja operativnih ležaja.

Moderna tehnologija sve više uključuje korišćenje visokobrzinskih „motorizovanih“ vretena (vretena koja su opremljena posebnim motorom). Time se značajno povećava produktivnost, a sa druge strane se smanjuju troškovi proizvodnje. U poređenju sa konvencionalnim vretenima, „motorizovana“ vretena su opremljena posebnim motorom koji optimizuje potrošnju energije a ujedno i povećava radnu brzinu kao i kvalitet proizvoda. Međutim ugrađeni motor stvara veliku toplotnu energiju u sistemu navojnog vretena, a ujedno i povećava masu samog navojnog vretena. Sve ovo u mnogome utiče na termo - mehaničko - dinamičko ponašanje sistema. Abuthakeer i ostali [11] su u svom radu eksperimentalno analizirali termičke i dinamičke karakteristike visoko brzinskog motorizovanog vretena. U radu je urađena i numerička analiza koja je kasnije validirana eksperimentalnim rezultatima.

Alatne mašine su od vitalnog značaja za modernu industriju. Performanse alatnih mašina se ocenjuju prema tačnosti dimenzija i kvalitetu završne obrade obradaka koji su u bliskoj vezi sa dinamičkim karakteristikama sistema vreteno - ležaj (uležištenje). Chi-Wei Lin i ostali [12] u svojoj studiji preispituju dinamičke modele i konstrukciju sistema vreteno - ležaj (uležištenje) kod alatnih mašina. Studije koje se odnose na dinamičke modele svrstane su u dve vrste prema fizičkim komponentama: vretena i ležaji. U zaključku rada su na osnovu sprovedene analize dosadašnjih radova u ovoj oblasti identifikovane linije (smernice) za buduća istraživanja.

Dinamičke performanse visoko brzinskih sistema vratilo - ležaj (SBS) se razlikuju od sistema koji su u stanju mirovanja. Razlika je u visoko brzinskim efektima (HSE) uključujući centrifugalnu silu vratila, žiroskopski moment i nelinearnu operativnu krutost ležaja. Teng Hu i ostali [13] su u svom radu fokusirani na poboljšanje operativne stabilnosti. Istraživana je dinamička performansa visoko brzinskih sistema vratilo- ležaj koji rade u polju velikih brzina. Istraživanje je bazirano na dinamičkom modelu sa konačnim elementima (FE). Najpre je napravljen (SBS FE) model pomoću Timoshenko - vih elemenata u obliku grede uzimajući u obzir visoko brzinske efekte (HSE). Potom je analitički i eksperimentalno dobijena frekventna funkcija odziva za stanje mirovanja da bi se validiralo da (FE) model može da predstavi dinamičko ponašanje sistema u statičkim uslovima. Konačno su na (FE) model primenjene različite brzine obrtanja i pri tome su analizirani visoko brzinski efekti (HSE) na sistemu prirodne (sopstvene) frekvencije, pojedinačno ali i zbirno gledano. Rezultati su pokazali da kod ležaja koji su izrazito blago prednapregnuti, frekvencija visokobrzinskog sistema (SBS) je pogođena visoko brzinskim efektima (HSE) vratila više nego ležaja, posebno u slučajevima gde je efekat žiroskopskog momenta najuticajniji. Štaviše analizirana je i nemonotona varijacija operativne krutosti ležaja. Fenomen „krutosti“ koji je objašnjen u ovom radu obezbeđuje sveobuhvatnije razumevanje nelinearne operativne krutosti ležaja.

Glavno vreteno kod alatnih mašina ima jak uticaj na količinu skinutog metala (materijala) kao i na kvalitet obradka pa stoga zahteva krutost i stabilno ponašanje u odnosu na termičko opterećenje. Udup i ostali [14] su u svom radu prikazali simulacioni model za predviđanje efekata temperaturne distribucije i vibracija u vretenu i kotrljajnim ležajima koji su generisani operativnim uslovima. Generisana toplota u ležajima i motoru će biti preneti kondukcijom i zračenjem na kućište motora i vreteno, vodeći pri tome do širenja delova vretena. Metoda konačnih elemenata pod kontrolom ANSYS programa je analizirala termo- dinamičko ponašanje u raznim slučajevima u toku obrade i u praznom hodu. Validacija rezultata numeričke simulacije, korišćene za determinisanje termičkog i dinamičkog ponašanja, je sprovedena putem eksperimenta.

Kolar i Holkup su u svom radu [15] predstavili termo - mehanički model vretena sa kotrljajnim ležajima. Generisana toplota u ležaju i motoru se distribuira na okruženje, sredstvo za hlađenje motora i vreteno. Ona zagreva vreteno i time uslovljava toplotne deformacije delova vretena. Toplotne deformacije značajno utiču na karakteristike kotrljajnih ležaja (unutrašnje opterećenje, krutost) i zato je potrebno da se one uzmu u obzir još u modelu za predviđanje dinamike vretena. Prelazni model sadrži termo - mehaničke “petlje” koje ažuriraju model u odnosu na trenutno stanje vretena. Promene unutrašnjeg (stanja) uslova ležaja i krutosti su izračunate pomoću Jone - ove nelinearne teorije. Termo- mehanički model vretena predviđa temperaturnu distribuciju, termički rast (širenje) delova vretena, prelazne promene u krutosti ležaja i kontaktno opterećenje pod datim operativnim uslovima. Predviđene osobine ležaja su potom iskorišćene za procenu (proračun) varijacije sopstvene (prirodne) frekvencije i dinamičke krutosti vretena.

2.2 Tačnost navojnih vretena

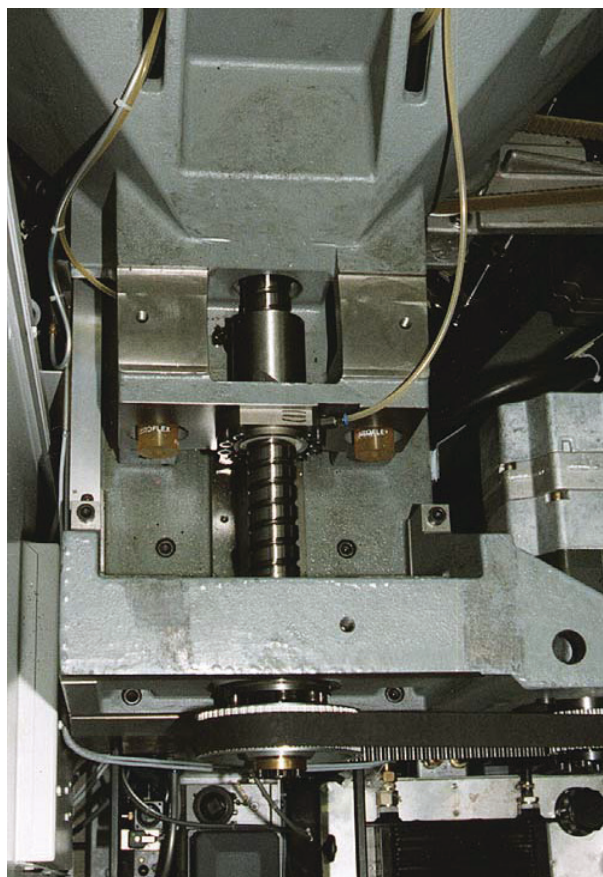
Godinu za godinom se kod alatnih mašina primećuje porast efikasnosti i poboljšanje radnih performansi. Sa povećanjem brzine i ubrzanja navojnih vretena će ukupno vreme obrade biti znatno skraćeno. Istovremeno je omogućeno stalno povećanje tačnosti izrade preko užih tolerancija obradka. Selektivna (delimična) ručna montaža i dodatna obrada često nisu potrebne. Povećana tačnost delova ima za posledicu povećanje funkcionalnosti podsklopova. Kroz to se povećava očekivani radni vek navojnog vretena uz istovremeno manji nivo buke (misli se na nivo buke pri radu navojnog vretena).

Kod alatnih mašina odlučujuću ulogu igra tačnost vođenja tj. tačnost pozicioniranja navojnog vretena. U daljem izlaganju će biti bliže razmotrene i druge greške koje su uočavaju a koje imaju efekte na tačnost vođenja. Pored toga se kao glavni problem javlja izduženje vretena usled toplotnog opterećenja. Pri tome prouzrokovana greška pozicioniranja često prevazilazi uslovne toplotne strukturne deformacije i geometrijske greške obradnih centara.

Veliki broj eksperimenata i istraživanja je predstavio uticaj zagrevanja navojnog vretena u zavisnosti od uležištenja na krajnje rezultate obrade. Iz tog razloga u slučajevima povišenih zahteva tačnosti i brzine mašina alata merne letve za snimanje i praćenje dobijaju dodatni značaj.

Danas se alatne mašine isporučuju sa dodatnim atestima koji su vezani za dodatna ispitivanja i testove koji garantuju kvalitet isporučene mašine.

Generalno gledano, glavni problem koji utiče na kvalitet izrađenog dela na jednoj alatnoj mašini tj. obradnom centru jeste zagrevanje navojnog vretena. Zato se ovaj problem između ostalog može preduprediti i kontrolisati određenim mernim uređajima [16].



Slika 1. Primer navojnog vretena obradnog centra za glodanje [16]

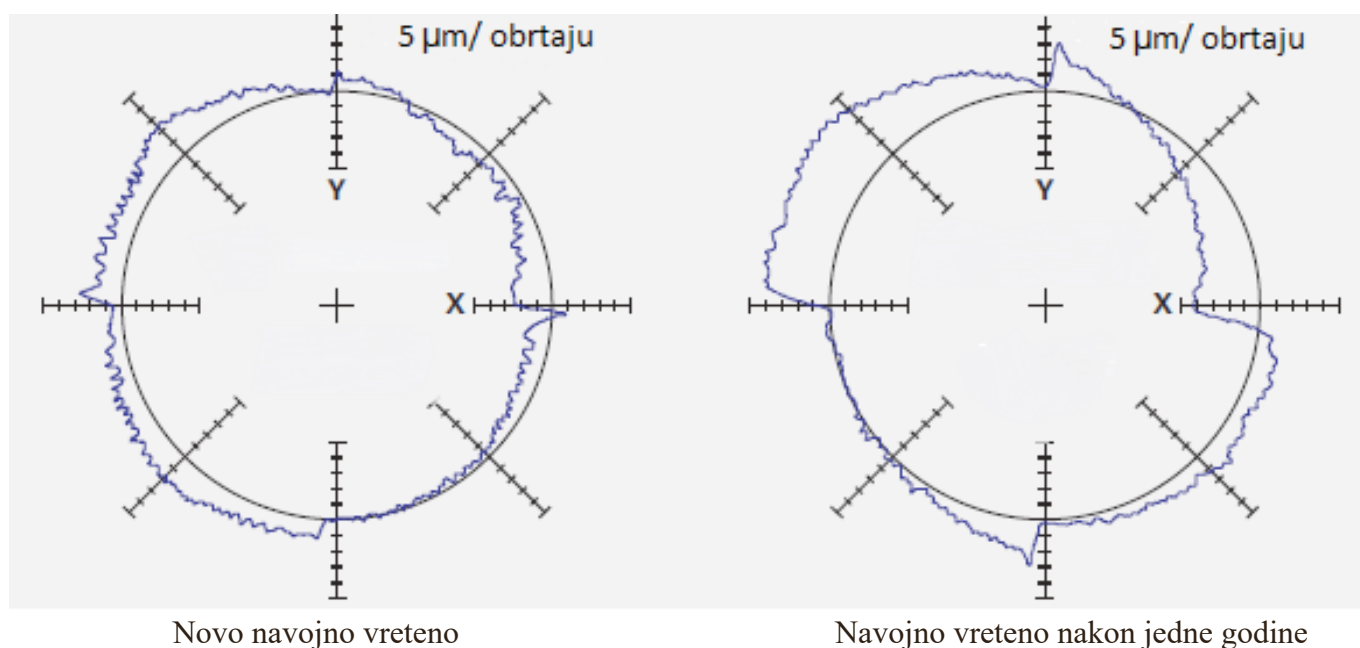
2.3 Greške pozicioniranja usled mehaničkih uticaja

2.3.1 KINEMATSKE GREŠKE

Kinematske greške koje se javljaju kod navojnih vretena nastaju usled greške koraka navoja koji pogoni kuglice u navrtki navojnog vretena kroz zazor u mehanizmu za pomeranje i pogon, kao i tzv. „gubitak koraka“. Greška koraka direktno utiče na vrednosti merenja, jer se korak navoja vretena uzima kao glavna veličina koju meri merna letva. Zazor u mehanizmu za pomeranje i pogon dovode do pojave „povratnih- inverznih napona“. „Gubitak koraka“ se javlja pri radu navojnog vretena koje pogoni navrtku koja u sebi ima kuglice i prednapon u dve tačke, gde u navrtki dolazi do pomeranja kuglica koje se proširuju (deformišu) i kroz to se uslovljava pojava „povratnih- inverznih napona“. Efekat „povratnih - inverznih napona“ može da dovede do greške veličine 1 do 10 μm [16].

2.3.2 KOMPENZACIJA GREŠKE

Kompensacija gore pomenutih grešaka moguća je preko upravljanja. Za merenje kompenzacionih vrednosti neophodna je skupa merna oprema sa eksternim mernim uređajima kao što su interferometri unakrsna „merna mreža“. Osim toga, povratni - inverzni naponi nisu često stabilni u toku dužeg vremenskog perioda, pa zbog toga moraju biti dodatno kalibrisani (slika 2) [16].



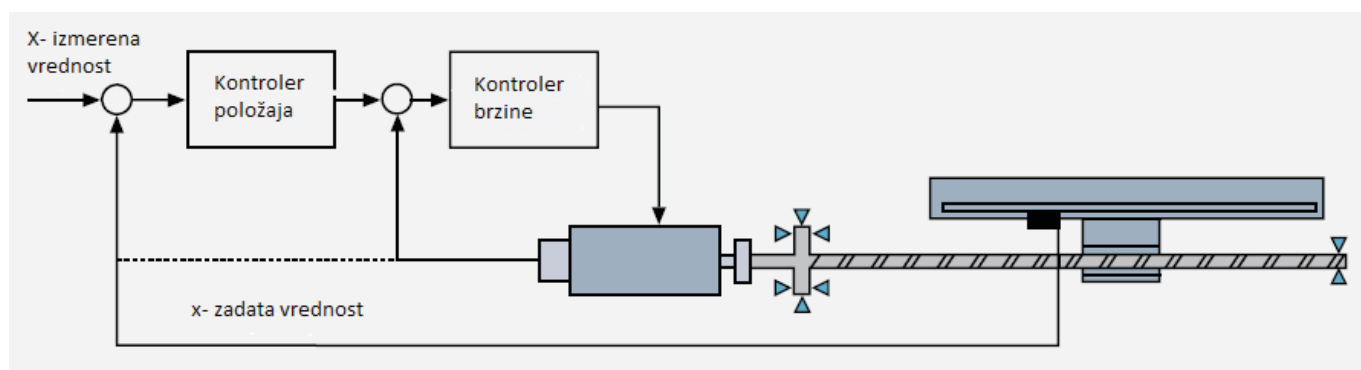
Slika 2. Prikaz testa kružnosti navojnog vretena [16]

Na slici 2. su prikazani rezultati testa kružnosti navojnog vretena nakon ugradnje i nakon jedne godine rada. Dobijeni rezultati ukazuju na značajno povećan zazor u pravcu x–ose usled pojačanih „povratnih - inverznih“ napona.

2.3.3 DEFORMACIJA MEHANIZMA ZA POMERANJE I POGON USLED SILA

Sile koje dovode do deformacije mehanizma za pomeranje i pogon uslovljavaju pomeranje klizača ose alata u odnosu na poziciju navojnog vretena i davača obrtnog momenta. Ove sile su pojačano izražajne pri ubrzanju klizača alata, pri pojavi sila otpora rezanja (u toku radnog hoda i zahvata), kao i prateće sile trenja u vođicama.

Srednja aksijalna krutost mehanizma za pomeranje i pogon kreće se u oblasti 100 do 200 N/ μ m (pri rastojanju navrtke navojnog vretena i fiksiranog ležaja uležištenja 0,5 m i prečniku navojnog vretena 40 mm) videti sliku 3 [16].



Slika 3. Prikaz sistema numeričke mašine alatke sa mernom letvom [16]

2.3.4 SILE REZANJA

Sile rezanja mogu bez daljeg da se izraze u kN i deluju ne samo na sistem za pozicioniranje već na celokupnu strukturu mašine između obradka i alata. Sa tim, deformacija sistema za pozicioniranje predstavlja samo jedan manji učinak u ukupnim deformacijama cele mašine.

Korišćenjem merne letve se svakako i ovaj mali učinak deformacija može detektovati i kompenzovati. Glavni podsklopovi mašine će zbog toga biti opterećeni malim silama pozicioniranja i sa tim će biti izloženi malim deformacijama [16].

2.3.5 SILE UBRZANJA

U slučaju klizača alata težine 500 kg i pri ubrzanju od 4 m/s² dobija se deformacija veličine 10 do 20 μ m, koja ne može biti identifikovana kod vretena i davača obrtnog momenta.

Treba napomenuti, da je opšti trend, pomeranje mogućih ubrzanja u još viši opseg, pa se sa tim mogu očekivati dodatne velike deformacije [16].

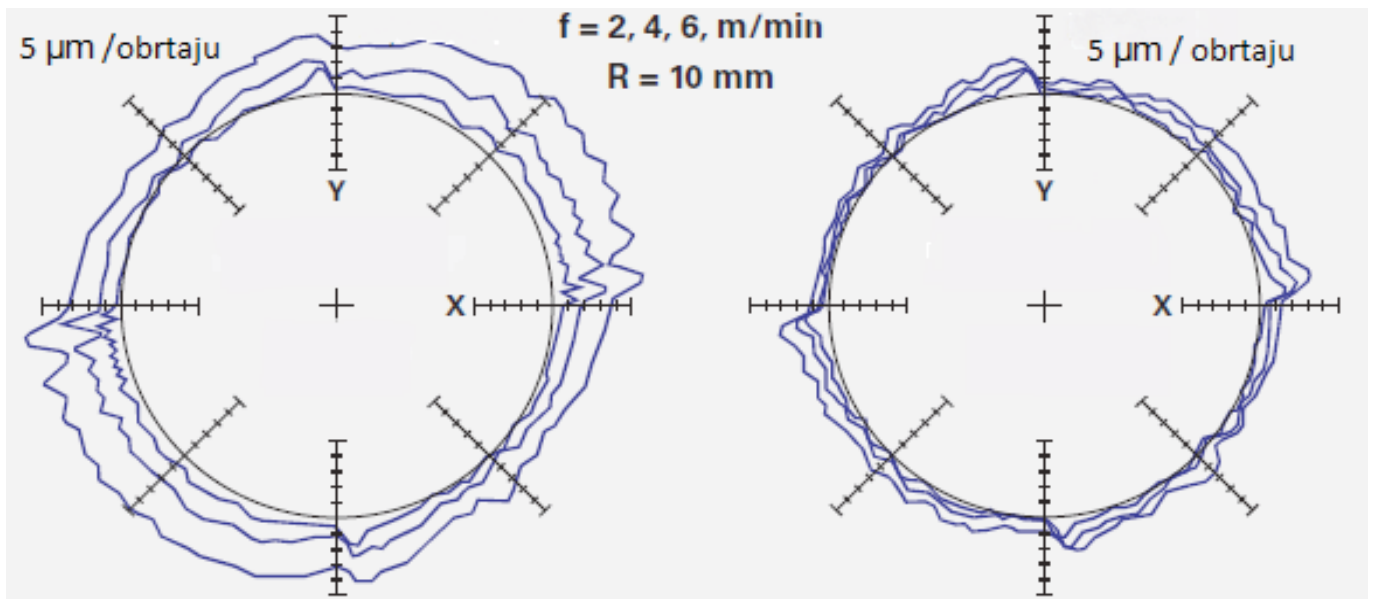
2.3.6 SILE TRENJA

Sile trenja u vođicama a u zavisnosti od vrste uležištenja mogu biti 1-2% od normalne sile koja se javlja kod vođice sa kotrljajnim elementima, i 3 - 12% normalne sile koja se javlja kod kliznih vođica.

Sa normalnom silom od 5000 N će se dobiti deformacija mehanizma za pozicioniranje od 0,25 do 6 μ m [16].

2.3.7 TEST KRUŽNOSTI ZA ISPITIVANJE MAŠINA ALATA

Test kružnosti je tipičan primer identifikacije i merenja deformacija nastalih dejstvom sila zavisnih od brzine i ubrzanja. Na slici 4 je prikazan rezultat jednog testa kružnosti koji je sproveden na vertikalnom obradnom centru. U slučaju kontrolera položaja sa vretenom i davačem obrtnog momenta, u oblasti većih brzina vođica, odstupanje kruga od idealnog oblika je izraženo. U slučaju korišćenja merne letve, isti obradni centar pokazuje mnogo bolje rezultate (konture su približnije idealnoj formi kruga), videti sliku 4 [16].



Kontroler položaja sa davačem obrtnog momenta Kontroler položaja sa mernom letvom
Slika 4. Prikaz rezultata testa kružnosti vertikalnog obrtnog centra (f-brzina vođica, R- korak navoja) [16]

2.4 Greška pozicioniranja usled zagrevanja navojnog vretena

Najveći problem kod pozicioniranja (preko vretena i davača obrtnog momenta) jesu greške koje se javljaju usled zagrevanja navojnog vretena.

Uzrok tome je dvostruka funkcija navojnog vretena; sa jedne strane ono mora da pretvori kružno kretanje servo motora (uz što veću krutost) u linerano kretanje, a sa druge strane treba služiti kao precizan transmisioni element. Dvostruka funkcija predstavlja problematičan kompromis jer i krutost i zagrevanje zavise od prednapona navrtke navojnog vretena kao i učvršćenih (fiksiranih) ležaja. U prvom približavanju (misli se na alat) je aksijalna krutost navrtke navojnog vretena proporcionalna ukupnom otporu trenja usled prednaprezanja u samoj navrtki.

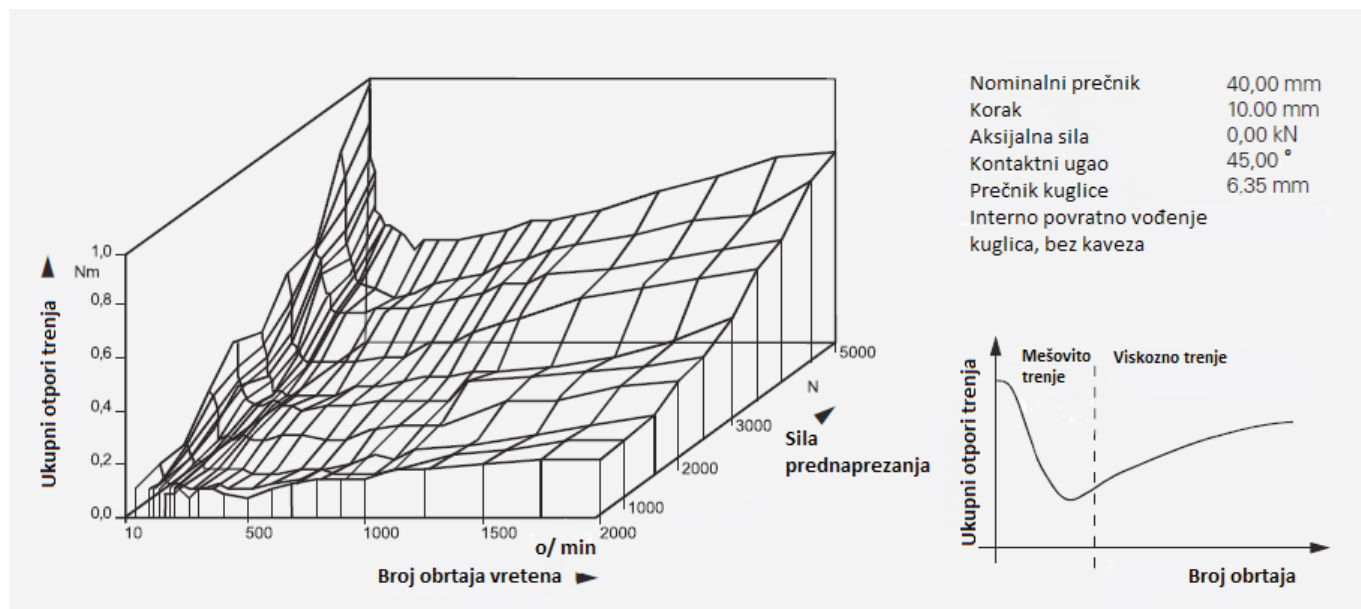
2.4.1 TRENJE U NAVRTKI NAVOJNOG VRETENA

Po pravilu će u navrtki navojnog vretena biti proizveden najveći deo trenja. Uzrok tome leži u kompleksnoj kinematici same navrtke sa kuglicama. Iako se na prvi pogled čini da kuglice u navrtki imaju čisto kotrljajno kretanje, u samoj navrtki je prisutan znatan deo trenja klizanja. Pored mikro - klizanja koje je posledica relativnog kretanja u kontaktnoj zoni pritiska (misli se na zonu staza kotrljanja - kuglice u samoj navrtki), pre svega se susreće i mikro - klizanje koje je nastalo kao posledica kinematskih ograničenja.

Kuglice u žlebu navrtke nisu potpuno implementirane, pa se zbog toga „teturaju“, tj. nemaju idelano kretanje kroz sam žleb tj. stazu kotrljanja. Razlog za to je stalni pritisak i „guranje“ sa povremenim klizanjem kuglice. Trenje između kuglica je izazvano velikim pritiskom između površina kuglica s obzirom da ne postoji kavez koji ih vodi i razdvaja. Analogija je slična kao i kod aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom gde se pojavljuje trenje na unutrašnjem prečniku ležaja zbog toga što osa obrtanja kugle nije ortogonalna na kontaktni prečnik kugle (misli se na prečnik kugle u ravni dodira sa stazom kotrljanja). Iz ovog razloga se svaka kuglica obrće oko kontaktnog prečnika. Nova istraživanja su pokazala da je dodatno klizanje kuglice moguće samo u jednom od koraka (ne mora se javiti klizanje celom dužinom navojnog vretena).

Povratni hod je posebno problematična zona kod navojnih vretena. Pri svakom povratnom hodu kao i pri svakom ulasku u radni hod, kretanje kuglica će biti potpuno promenjeno. Između ostalog, rotaciona energija kuglice, koja se u brzom hodu okreće sa 8000 obrtaja u minuti, treba u datom trenutku da primi ili preda istu rotacionu energiju (misli se na kuglicu pri zaustavljanju i promeni smera kretanja). U povratnom hodu kuglice nisu izložene prednaponu za razliku od navojnog vretena. Iz energetskih razloga je povratni hod unapred zahtevano mesto zaustavljanja kuglica. Izuzimajući moguće nepravilnosti, za ponovno uvođenje kuglica u navoj na kraju povratnog hoda, nastaje zastoje (nagomilavanje kuglica), koji može dovesti do tzv. kočenja navojnog vretena.

Na slici 5. prikazani su rezultati merenja ukupnih otpora usled trenja na navojnom vretenu sa navrtkom koja u sebi ima kuglice. Navojno vreteno je precizno brušeno, prečnika 40 mm i koraka 10 mm a merenja su rađena za razne prednapone i brojeve obrtaja. Sa dijagrama (broj obrtaja- ukupni otpori trenja) se jasno uočava *Stribeck*-ova kriva ukupnih otpora trenja. Ona potvrđuje da se pri malom broju obrtaja javlja veliko trenje koje se sastoji iz mešovitog trenja i trenja usled taranja čvrstih površina navojnog vretena i pripadajuće navrtke. Pri većem broju obrtaja dominira viskozno trenje (trenje unutar sredstva za podmazivanje). Interesantno je, da je za posmatrano navojno vreteno i pripadajuću navrtku a za normalne radne hodove, trenja daleko ispod minimuma u ukupnom bilansu trenja. Brzi hodovi međutim uslovljavaju trenje koje je daleko iznad minimalne granice u ukupnom bilansu trenja. Stoga optimalni stepen korisnog dejstva (efikasnost) navojnog vretena nije upotrebljiv. Ukupni otpori trenja su slabo zavisni od aksijalnog opterećenja pripadajuće navrtke navojnog vretena [16].



Slika 5. Rezultati merenja ukupnih otpora trenja navojnog vretena sa navrtkom koja u sebi ima kuglice (prednaprezanje u dve tačke) [16]

2.4.2 RAZVIJENA TOPLOTA USLED TRENJA U NAVRTKI

Pri sili prednaprezanja od 3 kN i uzimajući u obzir da nema kaveza unutar matice, dobija se moment trenja od 0,5 - 1 Nm. To znači da će se pripadajućoj navrtki, u brzom hodu pri broju obrtaja od 2000 o/min proizvesti toplota usled trenja od 100- 200 W.

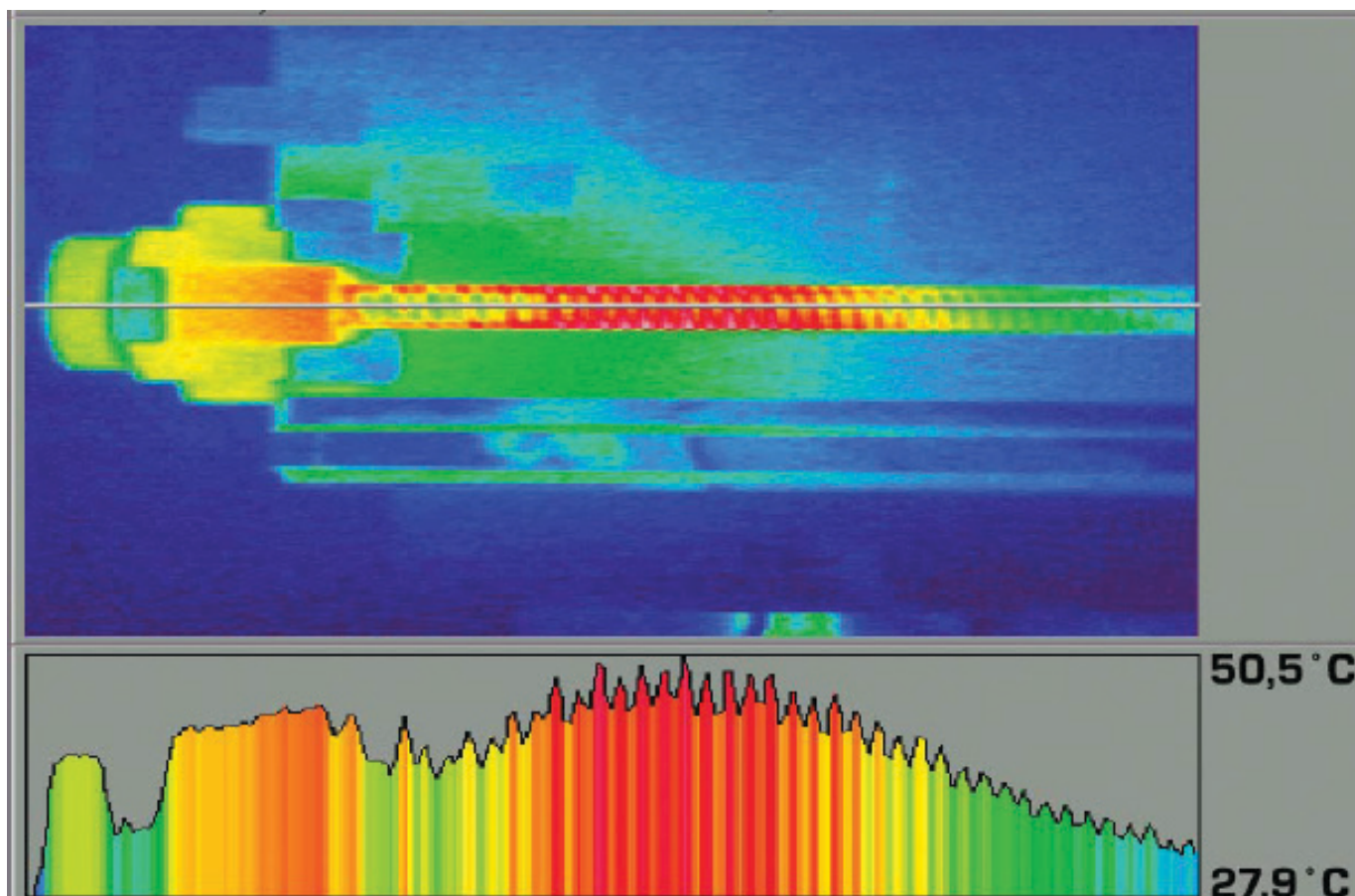
Sa povećanjem brzine brzog hoda se mora povećati ili korak navoja ili broj obrtaja navojnog vretena. Poslednjih par godina se maksimalni dozvoljeni broj obrtaja navojnih vretena udvostručio. U skladu sa tim, sile prednaprezanja a sa njima i trenje u navtki kao i stalni zahtev za povećanje ubrzanja ne mogu biti smanjeni. Iz tog razloga je razvijanje toplote značajno pojačano, a u budućnosti se očekuje rastući trend.[16]

2.4.3 UTICAJ TEMPERATURNOG POLJA DUŽ NAVOJNOG VRETENA

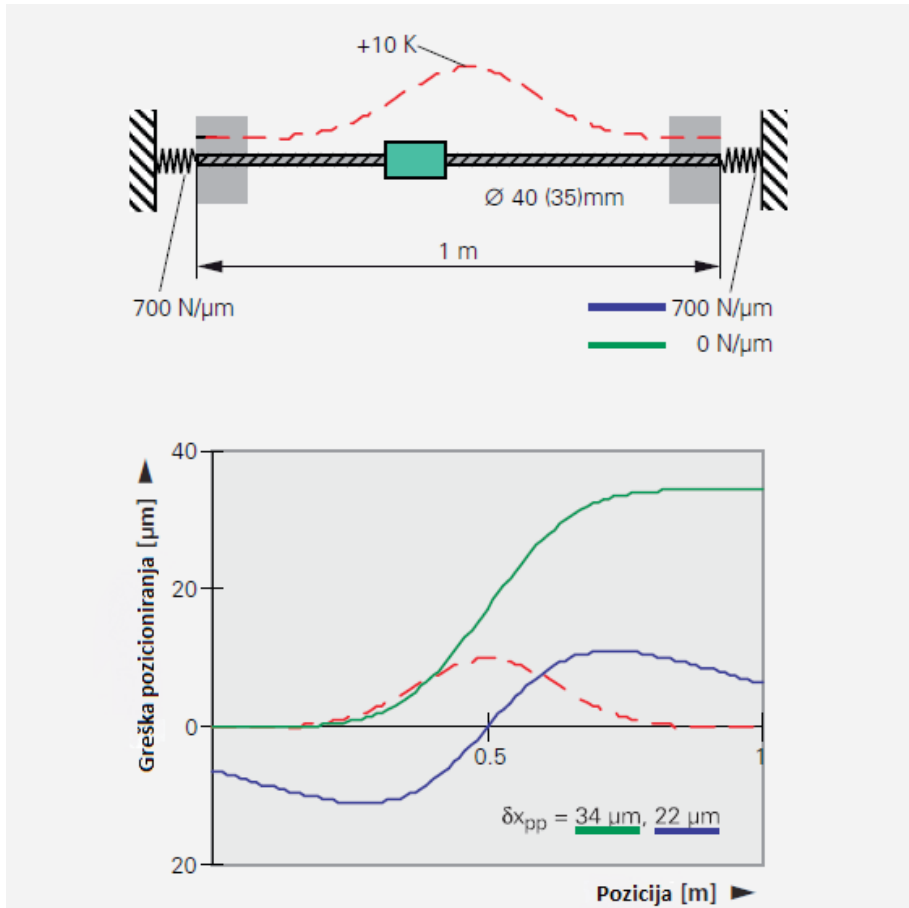
Položaj termičke nulte tačke navojnog vretena zavisi od odnosa krutosti ležaja i naročito od temperaturnog polja duž navojnog vretena.

Na slici 6. je prikazan termovizijski snimak navojnog vretena nakon višečasovnog reverzibilnog rada između dve tačke koje su međusobno udaljene 150 mm. Brzina pri radu je bila 24 m/min. Na snimku je prikazana remenica sa koje se dobija pogon, učvršćeni (fiksirani) ležaj kao i navojno vreteno sa pripadajućom navrtkom. Pri pravljenju snimka radni sto je bio pomeren u krajnji desni položaj.

Sa slike se jasno vidi da je pojačano zagrevanje nakon višečasovnog rada u zoni kroz koju prolazi pripadajuća navrtka u toku rada. Iz tog razloga je zagrevanje kao i termičko istežanje navojnog vretena lokalno ograničeno na gore pomenutu zonu.



Pošto se od ležaja navojnog vretena u najboljem slučaju može dobiti ravnomerno mehaničko naprezanje, to se preko toga može očekivati konstantno izduženje duž navojnog vretena, pa kompenzacija toplotnog izduženja koje je uslovljeno lokalnim zagrevanjem nije moguće. To jasno pokazuje i jednostavan računski primer na slici 7 [16].



Slika 7. Greška pozicioniranja poluzatvorenog sistema uzrokovana lokalnim zagrevanjem navojnog vretena [16]

Lokalno zagrevanje od oko 10 K odgovara crvenoj isprekidanoj liniji na slici 7. Ono bi na navojnom vretenu dužine 1 m sa učvršćenim ležajem na jednoj strani uslovlilo grešku pozicioniranja koje odgovara zelenoj krivi na istoj slici. U slučaju da je isto navojno vreteno uležišteno obostrano sa učvršćenim ležajima (fiksirani ležaji), sa krutošću ležaja od $700 \text{ N}/\mu\text{m}$, uslovlila bi se greška pozicioniranja koja odgovara plavoj liniji (slika 7). Sile koje uslovljavaju ležaji, će usloviti da se navojno vreteno „sabije“ na svojim krajevima koji nisu zagrejani. Srednji deo navojnog vretena će se izdužiti usled zagrevanja sa približno istim korakom, kao u slučaju fiksiranog / slobodnog uležištenja. Maksimalna greška pozicioniranja u slučaju uležištenja (fiksirani / fiksirani ležaj) dostiže sa $22 \mu\text{m}$ nešto oko 2/3 greške koja se javlja u slučaju uležištenja (fiksiran / slobodan ležaj).[16]

2.5 Preventivne mere

Rezultati eksperimenata su pokazali da zagrevanje uslovljeno trenjem u ležajima i pre svega navojnom vretenu u mnogome mogu da dovedu do greške u pozicioniranju, kada ose mašine rade u „polu- zatvorenom kolu“. Da bi se izbegle ove greške, pored korišćenja merne letve, može biti predviđeno i „šuplje“ navojno vreteno, čija je konstrukcija takva, da u toku rada ono može biti dodatno hlađeno određenim razhladnim medijumom koji cirkuliše kroz vreteno. Naravno, moguća je i softverska kompenzacija u toku samog procesa upravljanja mašine.[16]

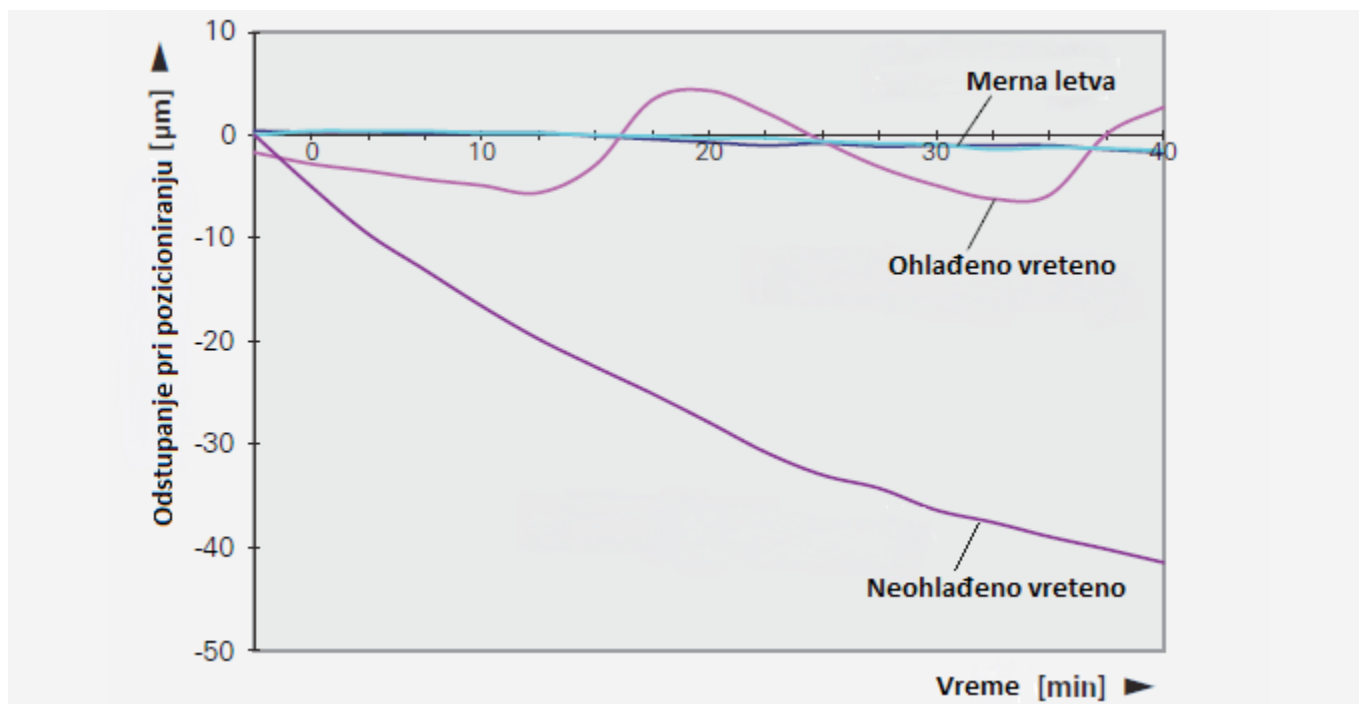
2.5.1 HLAĐENJE NAVOJNOG VRETENA

Cirkulacija rashladnog medijuma zahteva otvor u navojnom vretenu i vođicama koje su u blizini ležaja vretena. Problemi koji se mogu javiti u ovom slučaju su vezani za zaptivanje, ali ne treba zaboraviti da će zbog prisutnog otvora u vretenu biti oslabljena mehanička krutost u pravcu zatezanja i pritiska. Međutim najveći problem predstavlja temperaturno ponašanje razhladnog medijuma. Treba naglasiti, da će promena temperature od 1°C izmeniti dužinu navojnog vretena od 1m za oko 11µm. Iz razloga značajne količine toplote koja se odvodi preko medijuma je poštovanje i održavanje temperaturne konstante <1 K prilično teško. Ovo posebno važi u slučaju kada isti razhladni sistem hladi glavno vreteno, odnosno, njegovo uležištenje. Često puta je temperaturna konstanta već postojećeg hlađenja glavnog vretena znatno veća od 1K. Iz tog razloga je „temperiranje“ (kontrola i održavanje temperature na određenom nivou) navojnog vretena često puta nemoguće primeniti.

Sa ciljem smanjenja troškova, u sistemima za hlađenje se mogu primeniti regulatori. Pošto će svaki pomak biti pobuđen sa prekoračenjem temperature, to će svaki pomak kao i promena dužine ohlađenog navojnog vretena a sa tim i greška pozicioniranja ose biti blagovremeno identifikovana i uočena.

Na slici 8. je prikazan rezultat ispitivanja pozicioniranja jednog vertikalnog obradnog centra koji ima navojno vreteno i uležištenje (fiksiran / slobodni ležaj) koja su hlađena tečnošću.

Za vreme merenja se pokretna osa kretala brzinom od 2,5 m/min između dve tačke koje su bile na rastojanju od 500 mm. Maksimalna dužina putanje pokretne ose iznosi 800mm. Pri merenju je uočena greška pozicioniranja za tačku (poziciju) koja je udaljenija od fiksnog ležaja (bliža je slobodnom ležaju). Sa slike 8 je jasno uočljivo uključivanje temperaturnog regulatora. Njegova histereza je iznosila 1K. Nasuprot tome poluzatvoreni sistem upravljanja bez hlađenja će znatno smanjiti istu grešku. Primenom prekidača (regulatora) se relativno brzo mogu napraviti izmene u pozicioniranju (brže se otklanja nastala greška pozicioniranja) koje se pri obradi obradka sa kraćim vremenom zahvata (operacije) uočljivije za razliku od slučajeva gde postoji poluzatvoreni sistem bez hlađenja gde je pojava greške pozicioniranja daleko sporija.[16]



Slika 8. Rezultat merenja greške pozicioniranja u pravcu X- ose vertikalnog obradnog centra [16]

2.5.2 SOFTVERSKA KOMPENZACIJA

Trenutno se u mnogome radi na kompenzaciji toplotnih deformacija pomoću analitičkih modela, neuronskih mreža i empirijskih jednačina. Pri tome su najčešće od interesa strukturne deformacije alatne mašine koje su uslovljene unutrašnjim i spoljnim toplotnim izvorima. Istraživanje u polju kompenzacije grešaka na žalost nije u prioritetima. Danas je takav vid kompenzacije često precenjen. Za izradu jednog kvalitetnog softvera za kompenzaciju u laboratorijskim uslovima potrebne se specijalne test mašine koje su skupe. Prenos jednog softvera na drugu mašinu nije jednostavan, jer zahteva prateća i odgovarajuća podešavanja parametara. To se vidi na primeru pokretnih osa, gde se treba pri podešavanju podesiti koja varijacija ulaznih parametara treba biti korišćena pri radu date mašine.

Za kompenzaciju izduženja navojnog vretena potrebno je znati zavisnost temperature od položaja pokretne ose jer se kod svakog programa obrade susreću odgovarajuća lokalna zagrevanja. Treba napomenuti da je direktno merenje temperature navojnog vretena u toku rada jako skupo. Iz tog razloga se često pribegava proračunu temperaturnog polja. To je analitički moguće ako se može uspostaviti toplotni bilans za svaki pojedinačni segment navojnog vretena. Dovod toplote u svaki pojedinačni segment navojnog vretena se vrši preko trenja koje se javlja u pripadajućoj navrtki, provođenjem duž navojnog vretena kao i razmenom sa okruženjem. Trenje u pripadajućoj navrtki zavisi približno linearno od postojećeg prednapona u navrtki, ali isto i od načina podmazivanja, količine i temperature sredstva za podmazivanje. Prednapon u navrtki se obično menja (osciluje) oko ± 10 do 20% zavisno od dužine radnog hoda navojnog vretena. Obično se u toku rada (prvih šest meseci) javlja smanjenje prosečnog prednapona na 50% od početne zadate vrednosti. I ako je ugradbena situacija navojnog vretena statički više puta predimenzionisana, opet postoji mogućnost od kočenja navojnog vretena u slučaju pojave dodatnog trenja. Iz dosadašnjeg proučavanja, jasno se nameće zaključak, da je proračun toplote proizvedene usled trenja prilično problematičan. Proračun predate toplote ja takođe problematičan, jer u mnogome zavisi od često nepoznatih uslova okruženja. Tako je na primer temperatura vazduha u neposrednom okruženju navojnog vretena po pravilu nepoznata, ali

ima odlučujuću ulogu u proračunu predate količine toplote. Sve ukupno se može zaključiti, da softverska kompenzacija izduženja navojnog vretena bez dodatnih temperaturnih senzora već u jednostavnom slučaju uležištenja (fiksni/ slobodan ležaj) ne obećava puno. U slučaju uležištenja (fiksni/ fiksni ležaj) i (fiksni/ prednapregnuti ležaj) mora se dodatno uzeti u obzir krutost ležaja kao i trenje u ležaju koje je zavisno od prednapona u ležaju. Sa tim se kompenzacija izduženja dodatno otežava.

Iz navedenog se zaključuje da je glavni problem pri pozicioniranju termičko izduženje navojnog vretena. Pri tipičnoj vremenskoj konstanti od jednog do dva sata a u zavisnosti od vrste programa za obradu, javiće se greška reda veličine 0,1mm. Sa tim greška pozicioniranja često prevazilazi termičke uslovljene strukturne deformacije i geometrijske greške obradnog centra.

Nakon svake promene programa obrade, navojnom vretenu je potrebno oko 1 sata da bi dotiglo stanje termičke stabilnosti. Ovo isto važi i za pauze u toku samog obradnog procesa. Po pravilu za termičko izduženje navojnog vretena dužine 1m koje je u hladnom stanju, i koje ima na jednoj strani fiksiran ležaj važi, da će se ukupna dužina nakon duplog hoda (radni i povratni hod) uvećati za 0,5 do 1 μ m. Ukupno izduženje se dobija sumiranjem pojedinačnih izduženja za vreme trajanja vremenske konstante.

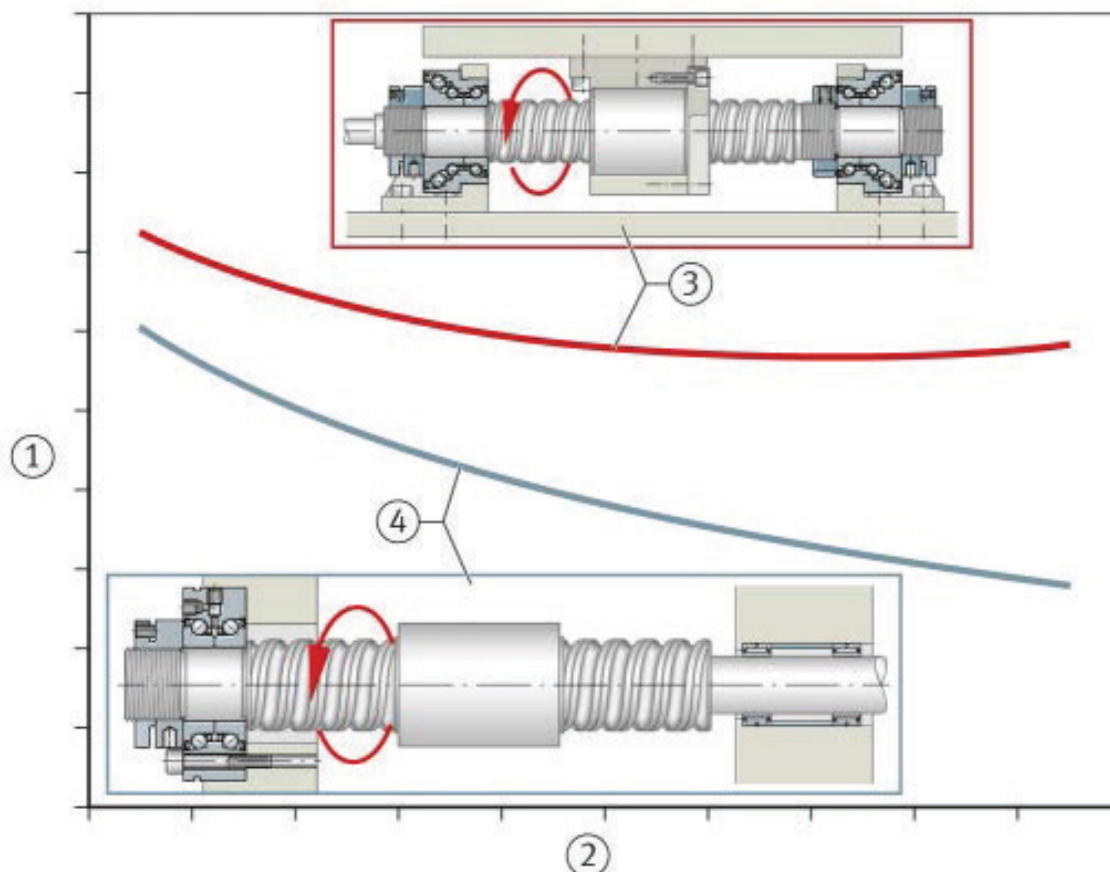
U slučaju povećanih zahteva vezanih za brzinu i tačnost alatne mašine, tačnost i kontrola pozicioniranja je težišni zadatak, a za njegovo rešenje će merne letve dobiti posebno na značaju kao i definisanje optimalnog mernog koncepta za zadati program obrade.[16]

2.6 Uležištenje navojnog vretena

Uležištenje navojnih vretena predstavlja jako osetljivo i delikatno pitanje u mašinstvu. Od njega se očekuje da primi i prenese što veći broj obrtaja ali pri tome se treba održati zahtevana tačnost vođenja navojnog vretena.

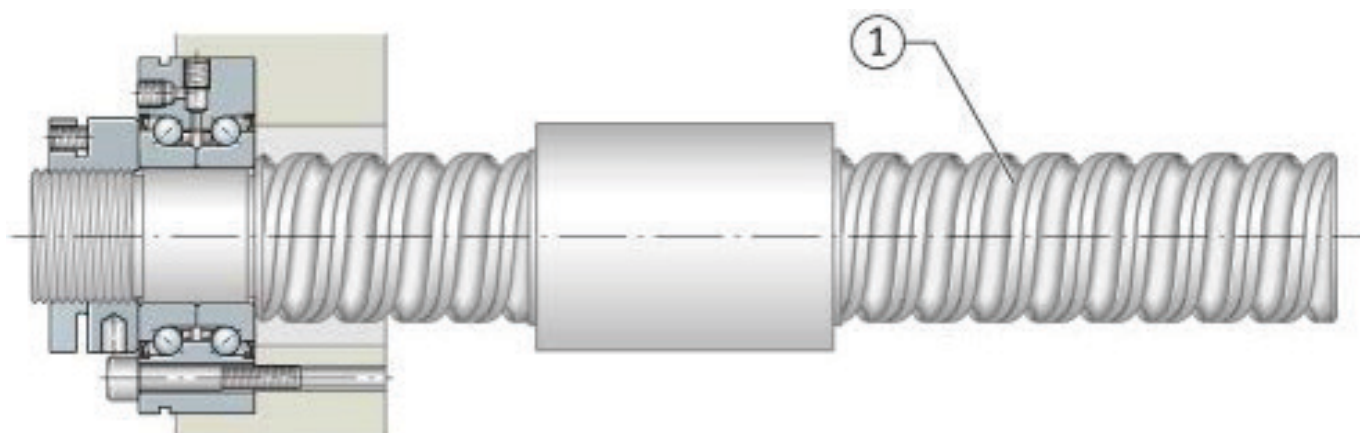
Vodeći svetski proizvođači ležaja su sa tim ciljem razvili različite vrste ležaja za ovu namenu. U velikom broju slučajeva to su kuglični ležaji sa kosim dodirom, ali isto tako postoje i varijante sa iglicama kao kotrljajnim elementom.

Treba napomenuti da se ovde radi o aksijalnim ležajima. Naime kod alatnih mašina sama konstrukcija je projektovana tako da radni sto prihvata sva opterećenja koja se javljaju kao posledica sila rezanja (obrade), tako da navojno vreteno a sa njim i njegovo uležištenje prima samo opterećenje koje se javlja od pripadajuće navrtke vretena. Po prirodi same konstrukcije opterećenje koje se javlja na navojnom vretenu od navrtke će biti preko izrazitih aksijalnih sila. Naravno, usled obrtnog momenta će biti prisutne i radijlane sile, ali u ukupnom opterećenju, one su jako mali – neznatni deo. Iz tog razloga su ležaji za uležištenje navojnih vretena klasifikovani u grupu aksijalnih ležaja [17].



Slika 9. Ukupna aksijalna krutost [17]

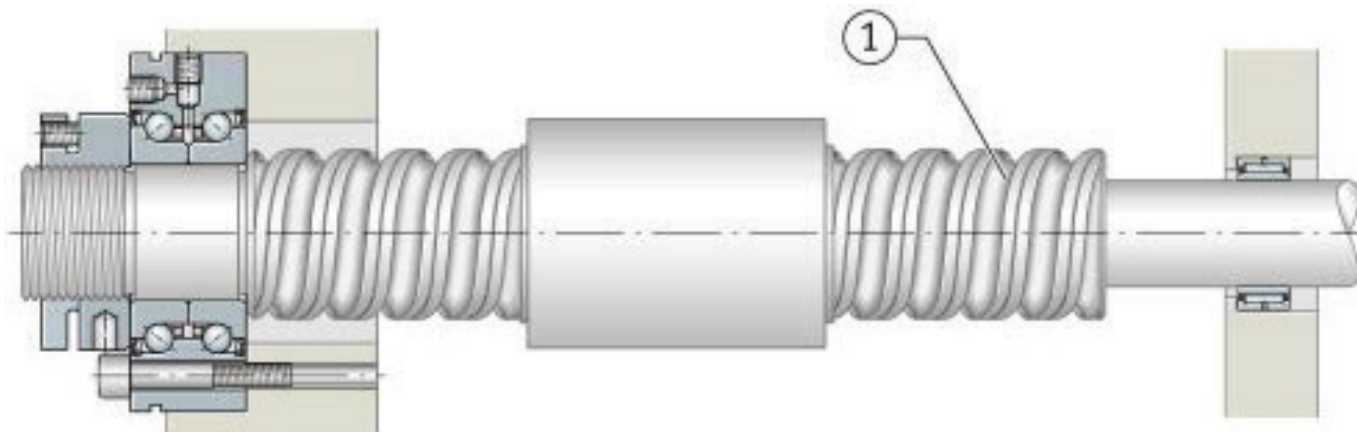
Zbog izrazitih aksijalnih sila, od uležištenja se traži dovoljna krutost. Da bi se ostvarila potrebna krutost, ležaji se obavezno dodatno prednaprežu preciznom navrtkom za prednaprezanje, a neke od konstrukcija predviđaju i dodatnu zavrtnajsku vezu koja služi za dodatno pričvršćenje ležaja za kućište mašine. Na slici 9 dat je prikaz ukupne krutosti uležištenja i navojnog vretena. Osa „1“ predstavlja ukupnu aksijalnu krutost, osa „2“ aksijalni položaj pripadajuće navrtke, kriva „3“ odgovara uležištenju (fiksiran - fiksiran) ležaj, a kriva „4“ odgovara uležištenju (fiksiran - slobodan) ležaj. Ista slika jasno pokazuje da je ukupna aksijalna krutost veća kod uležištenja sa obostrano fiksiranim ležajima. U nastavku će biti prikazani različiti slučajevi uležištenja, kao i osnovne smernice gde će se koje primeniti.



Slika 10. Primer uležištenja (fiksiran ležaj sa jedne strane), 1- navojno vreteno [17]

Slučaj jednostrano fiksiranog uležištenja (slika 10) se preporučuje u sledećim slučajevima:

- kod kratkih navojnih vretena
- u slučaju da se primenjuje kod dužih navojnih vretena, polazi se od pretpostavke da nije potrebna veća aksijalna krutost i da je kritični broj obrtaja dovoljno velik

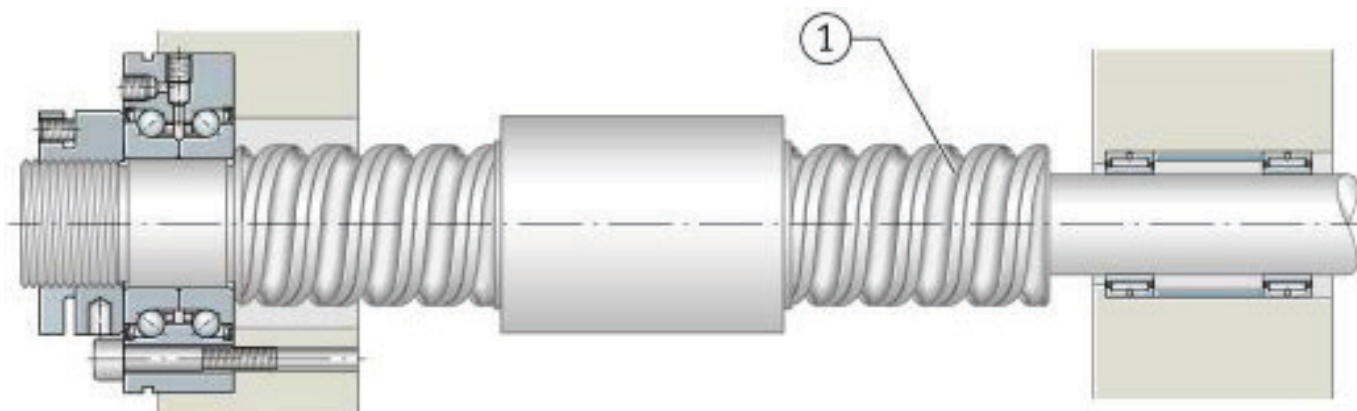


Slika 11. Primer uležištenja (fiksiran - slobodan) ležaj, 1- navojno vreteno [17]

Slučaj uležištenja (fiksiran - slobodan) ležaj (slika 11) se preporučuje u sledećim slučajevima [17]:

- kod dužih navojnih vretena
- kada se ne zahteva povećana aksijalna sistemska krutost
- kada je kritični broj obrtaja navojnog vretena dovoljno velik.

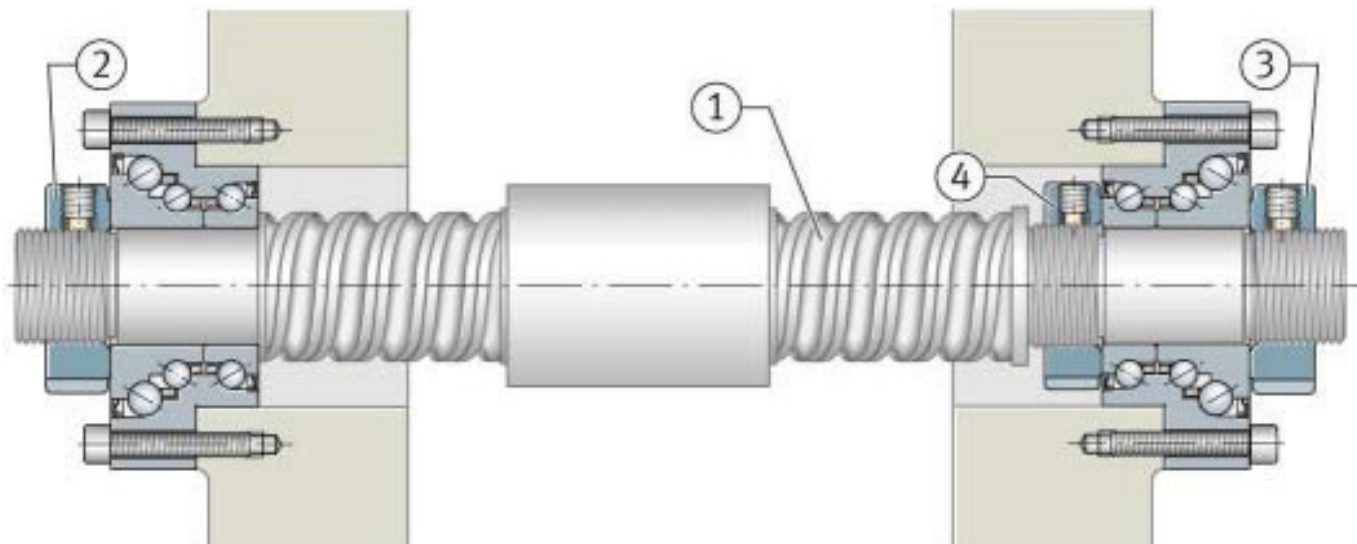
U ovom slučaju uležištenja se krutost u odnosu na „naginjanje“ ležaja sa strane slobodnog ležaja povećava pomoću drugog ležaja. Ovom kombinacijom ležaja može se podići kritičan broj obrtaja navojnog vretena. Na slici 12. prikazan je slučaj kombinacije ležaja na strani slobodnog ležaja. Najčešće korišćeni ležaji u ovoj kombinaciji su kruti kuglični ili igličasti ležaji.



Slika 12. Primer uležištenja (fiksiran- slobodan) ležaj sa povećanom krutošću na „naginjanje“ sa strane slobodnog ležaja, 1- navojno vreteno [17]

Na slici 13. je prikazan primer uležištenja (fiksiran- fiksiran) ležaj koji se preporučuje u sledećim slučajevima:

- kod srednjih i dužih navojnih vretena
- kada se zahteva visoka sistemska aksijalna krutost
- kada je kritičan broj obrtaja navojnog vretena velik
- kada se očekuje slabije dejstvo promene dužine usled zagrevanja na pozicioniranje [17].



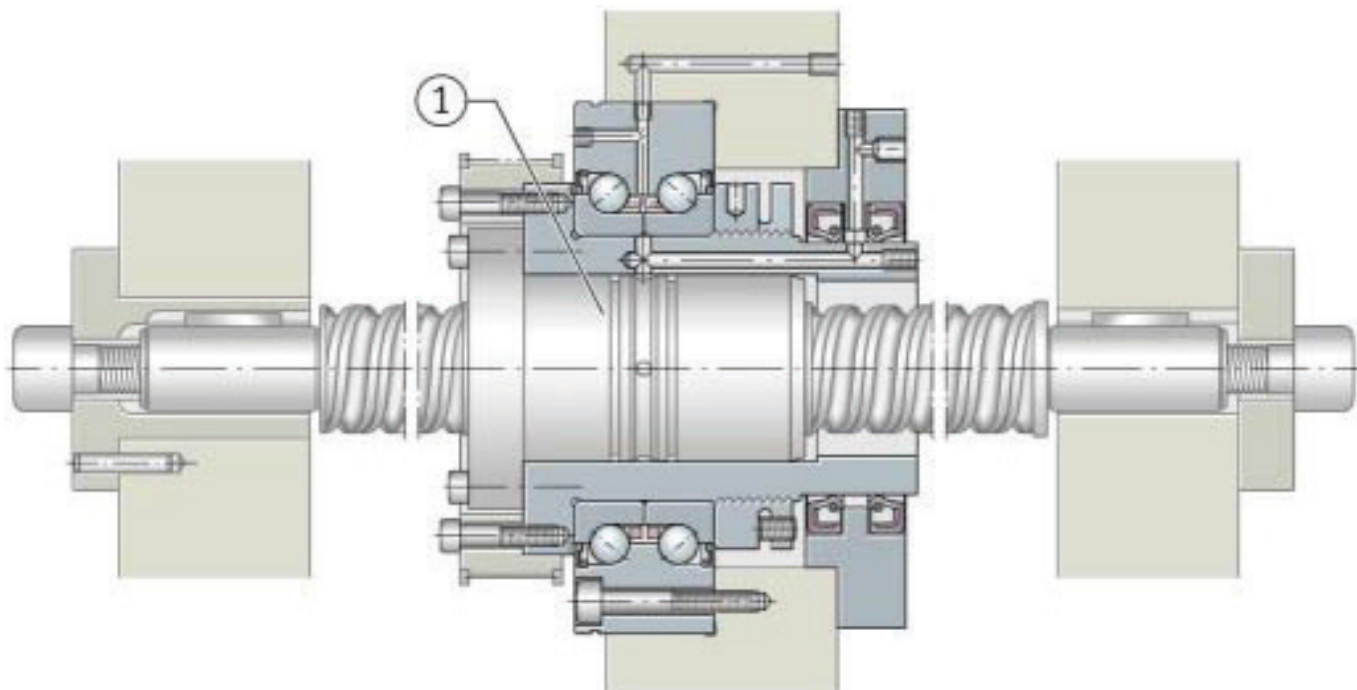
Slika 13. Primer uležištenja (fiksiran- fiksiran ležaj), izduženje navojnog vretena regulisano preko pripadajuće navrtke [17]

Oznake na slici 13.

- 1 - Navojno vreteno
- 2 - Precizna navrtka za prednaprezanje levog ležaja
- 3 - Navrtka za izduženje (prednaprezanje) navojnog vretena
- 4 - Precizna navrtka za prednaprezanje desnog ležaja

Na slici 14. dat je prikaz uležištenja (fiksiran- fiksiran) ležaj i obostrano prednapregnutog navojnog vretena. Ovaj način uležištenja biće iskorišćen u sledećim slučajevima:

- kod dugačkih navojnih vretena
- kod visokodinamičkih navojnih vretena
- kada je moguće jače istežanje navojnog vretena
- kada istežanje navojnog vretena neće uticati na radni vek ležaja.



Slika 14. Primer uležištenja (fiksiran- fiksiran ležaj), obostrano prednapregnuto navojno vreteno, 1- rotirajuća pripadajuća navrtka navojnog vretena [17]

U slučaju uležištenja (fiksiran- fiksiran) ležaj, pored aksijalne krutosti se aksijalno poboljšava i dinamika navojnog vretena. U ovom slučaju uležištenja, se kritični broj obrtaja navojnog vretena, a u poređenju sa uležištenjem (fiksiran- slobodan) ležaj može povećati za oko 40%. Sledeći aspekt je tačnost pozicioniranja. Kod ove vrste uležištenja nije potrebna merna letva, jer će greška pozicioniranja biti kompenzovana preko zagrevanja navojnog vretena, i to važi za sve vreme dok je vreteno u izduženom stanju.

U slučaju da je navojno vreteno obostrano prednapregnuto, moguće je pojačano izduženje vretena koje neće uticati na radni vek ležaja. Ovo je iskorišćeno posebno kod dugih navojnih vretena kod kojih su izražene dinamičke performanse [17].

2.7 Identifikacija područja istraživanja

Iz dosadašnjeg izlaganja, jasno se vide trendovi kao i problemi koji se javljaju u podsklopu „navojno vreteno - uležištenje“. Nauka i praksa intenzivno rade na iznalaženju rešenja kako bi pomenuti podsklop pokazao optimalne radne performanse a u zavisnosti od unapred postavljenih radnih uslova.

Pošto se još u fazi projektovanja postavlja uslov većih brojeva obrtaja, to će trenje u uležištenju biti veće. Iz tog razloga se posebno mora obratiti pažnja na termičku stabilnost ležaja, jer se proizvedena količina toplotne energije stvorena u ležaju dalje širi na navojno vreteno, koje je već opterećeno trenjem u

pripadajućoj navrtki. Iz tog razloga se nesumnjivo kao težišni zadatak pri analizi podsklopa „navojno vreteno- uležištenje“ nameće temperaturno polje uležištenja.

Shodno tome, kao i na osnovu dosadašnjih istraživanja, je izvršena identifikacija područja istraživanja ove disertacije. Celokupno istraživanje je podeljeno u sledeće celine:

- prikaz konstrukcionih rešenja aksijalnih kugličnih ležaja za uležištenje navojnih vretena
- teorijska identifikacija dominantnih konstrukciono- triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF
- definisanje matematičkog modela za analizu toplotnog ponašanja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF
- eksperimentalno ispitivanje konstrukciono- triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF
- termička FEA analiza karakteristika aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF
- definisanje funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara
- diskusija rezultata i zaključna razmatranja.

Svaka od gore navedenih tačaka će biti obrađena kroz posebno poglavlje ove disertacije.

3. Studija i analiza postojećih konstrukcijskih rešenja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom za uležištenje navojnih vretena

Za pravilno sagledavanje temperaturnog polja uležištenja navojnog vretena koje je izvedeno pomoću aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom, najpre se treba upoznati sa njihovom konstrukcijom i specifičnostima koje ovu vrstu ležaja čine jako posebnim. Sve pomenute konstrukcijske specifičnosti zahtevaju posebnu pažnju u sagledavanju i analizi temperaturnog polja ovih ležaja. U daljem izlaganju biće prezentovana konstrukcijska rešenja svetski vodećeg proizvođača Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG („INA“) iz Nemačke.

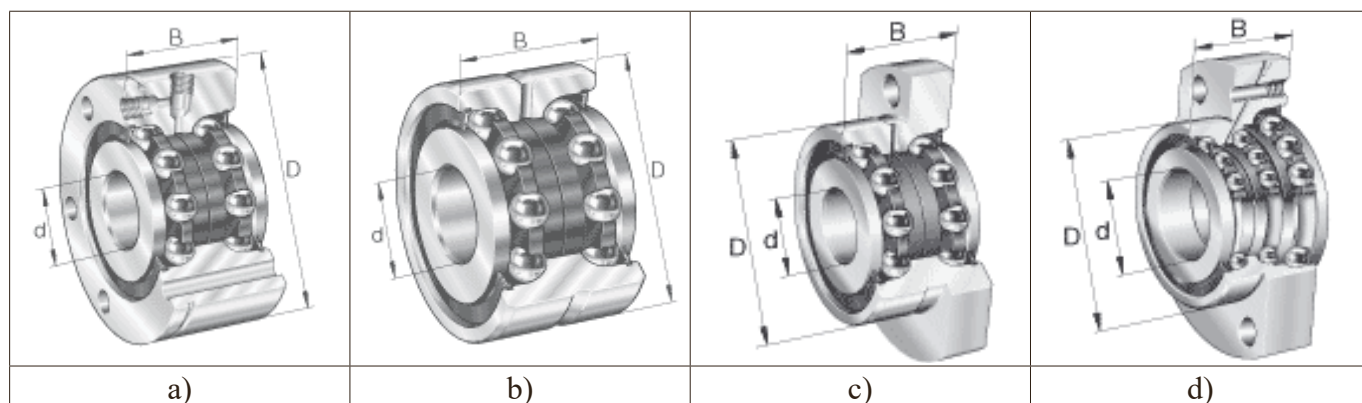
3.1 Opšta načela

Sve je više mašinskih sistema koji su orjentisani poluatomatskoj ili automatskoj proizvodnji i radu. Shodno tome sve je veći broj mašina koje u sebi imaju alate, pokretne stolove ili neke druge delove koji se pokreću preko navojnih vretena. Uležištenje svih tih vretena obavlja se preko specijalnih ležajeva od kojih se zahteva visok nivo performansi, koje oni uspešno ispunjavaju.

Poznato je da je uležištenje navojnih vretena jedno od najzahtevnijih i najtežih zadataka, tim pre što se u tim slučajevima traži visok stepen tačnosti vođenja, dok sa druge strane imamo i pojačana opterećenja u radijalnom i aksijalnom pravcu.

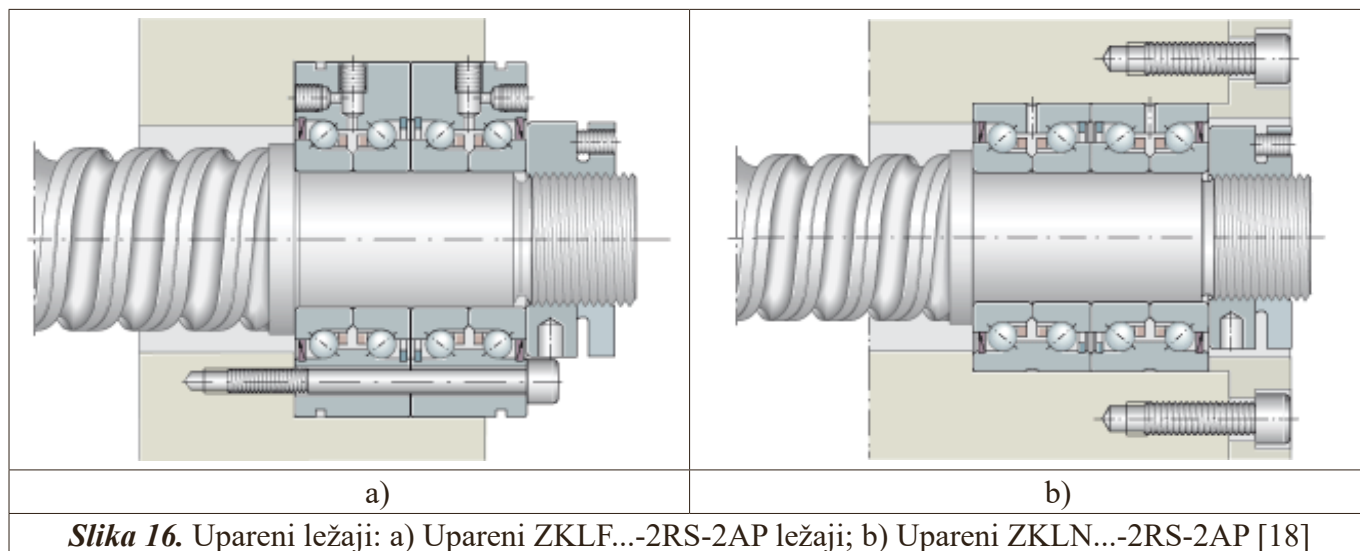
Kroz dugogodišnje inženjersko iskustvo došlo se do realnih rešenja za ovu grupu ležaja. S obzirom da se ovde javljaju veći brojevi obrtaja (naročito kod bušilica, brusilica i sl.) a pri tome imamo i pojačane aksijalne sile, došlo se do zaključka da se kao kotrljajni elementi ugrade kuglice koje su pogodne za veće brojeve obrtaja. Pošto se javljaju i aksijalna opterećenja, morao se rešiti problem prijema, distribucije i kompenzacije aksijalnih sila. To je rešeno preko kosih dodira kuglica sa stazama kotrljanja, kao i preko prednapona koji je ubačen u sam ležaj. Prednapon se realizuje preko dvodelnog unutrašnjeg prstena koji predviđa određeni zazor između delova prstena koji ima ulogu amortizera aksijalnih sila koje se javu u ležaju.

Na slici 15. prikazani su ležaji za navojna vretena sa naznačenim osnovnim dimenzijama.



Slika 15. Ležaji za navojna vretena: a) Ležaj serije ZKLF ...-2RS, ZKLF...-2Z; b) Ležaj serije ZKLN...-2RS, ZKLN...-2Z; c) Ležaj serije ZKLFA...-2RS, ZKLFA...2Z; Ležaj serije DKLFA...-2RS; d- unutrašnji prečnik ležaja; D- spoljni prečnik ležaja; B- ukupna širina ležaja [18]

U nekim slučajevima je moguće upariti dva ležaja tako da se dobija par uparenih ležaja koji omogućuju veću nosivost kao i veću krutost. Na slici 16. su dati primeri uparenih ležaja.



Slika 16. Upareni ležaji: a) Upareni ZKLF...-2RS-2AP ležaji; b) Upareni ZKLN...-2RS-2AP [18]

U načelu ležaji za uležištenje navojnih vretena spadaju u grupu visoko preciznih ležaja. To se odnosi prvenstveno na kvalitet izrade svih sastavnih delova ležaja. Klase tačnosti izrade su višlje a sa tim dobijamo jako kvalitetne obrađene površine.

Zavisno od reda (ovde se misli na veličinu ležaja tj. dimenzije) oni primaju kako radijalne tako i velike aksijalne sile što ih i izdvaja od ostalih vrsta ležaja. Unutrašnji prsten, venac sa kuglicama i spoljni prsten su poredani jedan na drugo i pri tome čine jednu usaglašenu celinu. Pomoću takve konstrukcije je moguće ove ležaje tačno aksijalno prednapregnuti.

Zaštita od ulaza nečistoća i vlage postiže se preko zaptivnih prstenova od gume. Ako imamo slučaj većih brzina preporučuje se zaptivanje metalnim prstenovima.

Ovi ležaji se rade sa i bez otvora za pričvršćenje (ovde se misli na vijčanu vezu) na spoljnjem prstenu. Ležaji koji imaju otvor za pričvršćenje na spoljnom prstenu mogu se direktno preko vijaka pričvrstiti na mašinu na mestu gde je predviđeno uležištenje. Otvori za pričvršćenje su čisto industrijsko rešenje jer se sa njima smanjuju troškovi dodatne obrade poklopca i otvora na mašini i ležaja.

Kod mašina koje se koriste u drvenoj industriji ili transportnih uređaja koji imaju navojna vretena pribegava se manje preciznim ležajima, tako da postoje i izvedbe ležaja sa grubljim tolerancijama [18].

U nastavku sledi tabela 1 koja daje prikaz za grub izbor odgovarajućih ležaja.

Tabela 1. Izbor ležaja za navojna vretena [18]

Primena	Tip ležaja	Naznaka	Visoka tačnost plan-paralelnog pomeranja	Veliki broj obrtaja i malo trenje	Velika krutost i opterećenje	Trošak za naknadnu obradu uređaja i montažu	Manji utrošak sredstva za podmazivanje
Standardna primena	ZKLF...-2Z	Spoljni prsten sa prirubnicom Obostrano zaptiven Podmazan sa mogućnošću podmazivanja	++	+++	+	+++	++
	ZKLF...-2RS		++	++	+	+++	++
Standardna primena ZKLF...-2RS-2AP		Kao ZKLF ali uparen Veća nosivost i krutost u odnosu na ZKLF	++	++	++	++	
Standardna primena	ZKLN..-2Z	Obostrano zaptiven Podmazan sa mogućnošću podmazivanja	++	+++	+	+	++
	ZKLN..-2RS	Jednostavan za montažu	++	++	+	+	++
Standardna primena	ZKLN..-2RS-2AP	Kao ZKLN ali uparen Veća nosivost i krutost u odnosu na ZKLN	++	++	++	+	++
Standardna primena	7602	Otvoren ili obostrano zatvoren Univerzalna ugradnja pri različitim uparivanjem u raznim poretcima	++	+++	+	-	++
	7602-2RS		++	++	+	-	++
	7603		++	+++	+	-	++
	7603-2RS		++	++	+	-	++
	BSB BSB...-2RS		++	+++	+	-	++
Specijalna primena	ZKLR...-2Z	Specijalna alternativa za rešenja pojedinih ležaja Obostrano zaptiven Jednostavan za montiranje	+	+++	-	+++	++
	ZKLR...-2RS	Za primene sa uporedljivo malim opterećenjima, ali sa visokom tačnošću pozicioniranja	+	++	-	+++	++
Specijalna primena	ZKLFA...-2Z	Spoljni prsten sa flanšnom Skinuti spoljni prsten je obostrano poravnan	+	+++	+	+++	++
	ZKLFA...-2RS	Obostrano zaptiven	+	++	+	+++	++
Specijalna primena	DKLFA-2RS	Velika nosivost u jednom smeru Spoljni prsten sa flanšnom Obostrano zaptiven Za vertikalne ose Za obostrano fiksirano uležištenje	+	++	++	+++	++

Značenje simbola u tabeli: +++ - vrlo dobro + - zadovoljavajuće ++ - dobro - - nezadovoljavajuće

3.2 Aksijalni kuglični ležaji sa kosim dodirom za navojna vretena

Zahtevi uležištenja navojnih vretena su postavljeni tako da ih ležaji svojom konstrukcijom često ne mogu optimalno ispuniti. Zato su „INA“ i „FAG“ ponudili veliku paletu aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom koji svojom konstrukcijom mogu odgovoriti na zahteve u pogledu nosivosti, krutosti, malog trenja pri visoko dinamički opterećenom pogonu navojnih vretena. Ovaj spektar proizvoda uspešno rešava sve industrijske zahteve koje postavlja uležištenje navojnih vretena.

Aksijalni kuglični ležaji proizvode se kao jednodredni, dvoredni ili troredni. Oni se sastoje od spoljnog prstena velike debljine, venca sa kuglicama i jednodelnog ili dvodelnog unutrašnjeg prstena.

Jednodelni prsten se javlja kod serija 718...-B, 70...-B, 72...-B, 73...-B, kao i kod serija B719, B70, B72, HCB719, HCB70, HCB72, HSS719, HSS70, HCS719, HCS70. Sve navedene serije su u proizvodnom programu „FAG“-a. Serije B..., HCB..., HSS..., HCS..., namenjene su za uležištenje vretena uopšte. Uglovi dodira kuglica kod njih može biti 15° ili 25°. Serija HCB u sebi ima keramičke kuglice. Serija HSS namenjena je za vretena sa velikim brojem obrtaja a serija HCS ima istu primenu kao i HSS samo što u sebi ima keramičke kuglice.

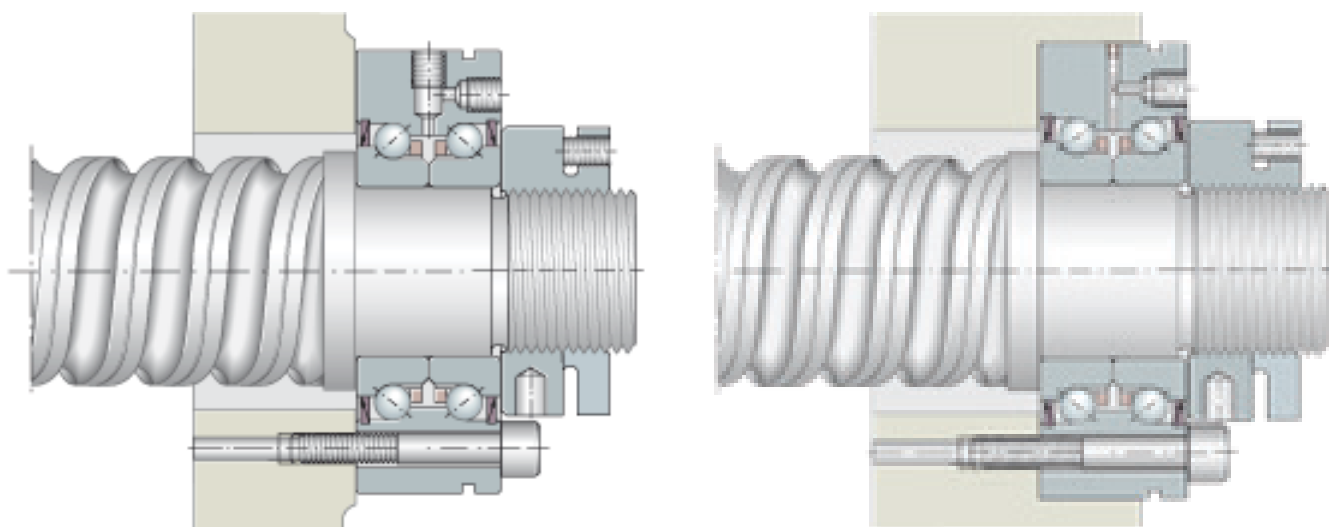
U daljem izlaganju biće opisane serije ZKLN, ZKLF, ZKLFA i DKLFA, koje su u proizvodnom programu „INA“-e, a koje su namenjene za uležištenje navojnih vretena i koje imaju dvodelni unutrašnji prsten.

Serije koje su u proizvodnom programu „INA“-e imaju kod velikog broja tipova otvore koji služe za direktno pritezanje na mašinu na kojoj se vrši uležištenje vretena. Prstenovi kod ovih ležaja su napravljeni tako da se pomoću preciznih navrtki može tačno podesiti prednapon u samom ležaju.

Važno je napomenuti da ovi ležaji zbog pritisknog ugla (ugla dodira) od 60° pored radijalnog mogu primiti i veliko aksijalno opterećenje.

3.2.1 AKSIJALNI KUGLIČNI LEŽAJI SA KOSIM DODIROM SERIJE „ZKLF“

Aksijalni kuglični ležaj sa kosim dodirom serije ZKLF se direktno vezuje za mašinu preko vijaka (slika 17).



Slika 17. Spoljni prsten ležaja fiksiran za ravno čelo mašine i prednapregnut preko precizne navrtke [18]

Demontaža ležaja se vrši preko žleba za izvlačenje (skidanje) koji se nalazi na spoljnom prstenu po celom obodu.

Podmazivanje ležaja se vrši preko aksijalnih i radijalnih navojnih veza putem navojnih čivija.

Aksijalno kuglični ležaji sa kosim dodirom serije ZKLF...-2RS-PE odgovaraju seriji ležaja ZKLF ali se razlikuju u pogledu tolerancije i kvaliteteta. Kod njih je klasa tačnosti izrade P5 prema DIN 620 a samim tim i tolerancije prečnika se malo šire. Oznaka „PE“ upravo označava da je kvalitet niže klase tačnosti. Oni se primenjuju kada tačnost pozicioniranja može biti manja. Sa tim su i zahtevi ostalih delova u konstrukciji manji po pitanju tačnosti.

Aksijalni kuglični ležaji sa kosim dodirom serije ZKLF...- 2RS i ZKLF...-2Z su takođe dostupni i u većim dimenzijama. Sa većim poprečnim presecima, razumljivo je da dobijamo veću nosivost.

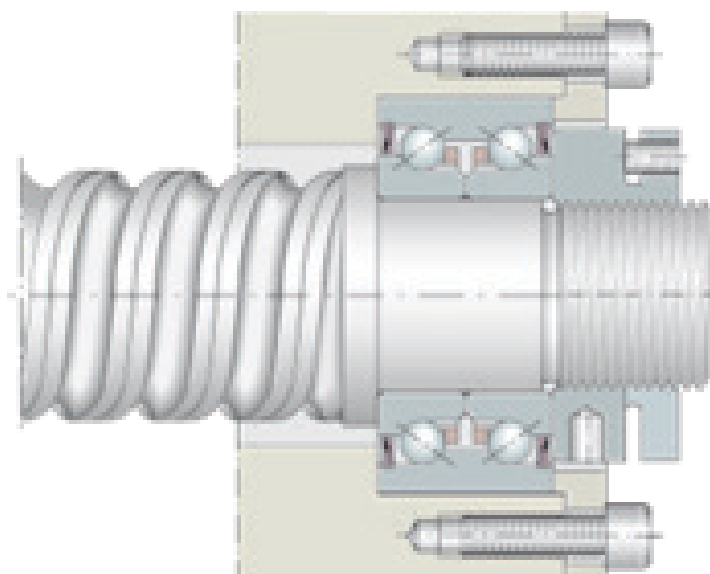
Ležaji iz serije ZKLF-...2RS-2AP, sastoje se iz dva uparena ležaja ZKLF...- 2RS, (slika 16 a). Upareni ležaji na spoljnoj površini spoljnog prstena u ovom slučaju imaju oznaku u obliku strelice, koja pomaže oko definisanja tačnog poredka ležaja u paru. Kod pravilne montaže i pravilnog poredka uparenih ležaja, zaptivači trebaju biti okrenuti ka spoljnoj strani (slika 16 a i b). Pri montaži paketa oba ležaja moraju biti potpuno saosna tj. da se njihove ose u potpunosti poklapaju sa osom navojnog vretena. Kao što je prikazano na slici (slika 16 a i b), upareni ležaji se vijkom učvršćuje za kućište mašine, dok se prednapon podešava preko precizne navrtke.

Ležaji sa sufiksom „2RS“ su obostrano zaptiveni gumenim zaptivačema, koji su pogodni na mestima gde ima sitne prašine, ili tečnosti, dok su ležaji sa sufiksom „2Z“ obostrano zaptiveni metalnim zaptivačima koji su pogodni u slučajevima gde imamo veliki broj obrtaja.

Svi ležaji su fabrički podmazani mašću na bazi litijumovih sapuna prema GA28, ali imaju mogućnost dodatnog podmazivanja koje se ostvaruje preko otvora za podmazivanje koji se nalaze na spoljnom prstenu. U većini slučajeva fabričko podmazivanje je dovoljno za celokupni predviđeni radni vek ležaja [18].

3.2.2 AKSIJALNI KUGLIČNI LEŽAJI SA KOSIM DODIROM SERIJE „ZKLN“

Aksijalni kuglični ležaji serije ZKLN se pričvršćuju u otvor kućišta predviđenog za uležištenje. Obzirom da ova serija nema otvore za pričvršćenje to se fiksiranje ležaja u kućištu vrši preko poklopca kućišta u aksijalnom pravcu. Prednapon se opet podešava preko precizne navrtke (slika 18.).



Slika 18. Uležišten ležaj serije ZKLN..-2RS, ZKLN..-2Z. Fiksiranje spoljnog prstena izvršeno je preko poklopca kućišta mašine [18]

I serija ZKLN se može izrađivati sa širim tolerancijama i u slabijem kvalitetu. U tom slučaju je oznaka te serije ZKLN..-2RS-PE. Sufiks „PE“ označava da je ležaj urađen u širim tolerancijama koje odgovaraju klasi tačnosti P5 prema ISO 620. Ova serija se koristi u slučajevima kada tačnost vođenja može biti manja. Sa tim su i zahtevi ostalih delova u konstrukciji manji po pitanju tačnosti .

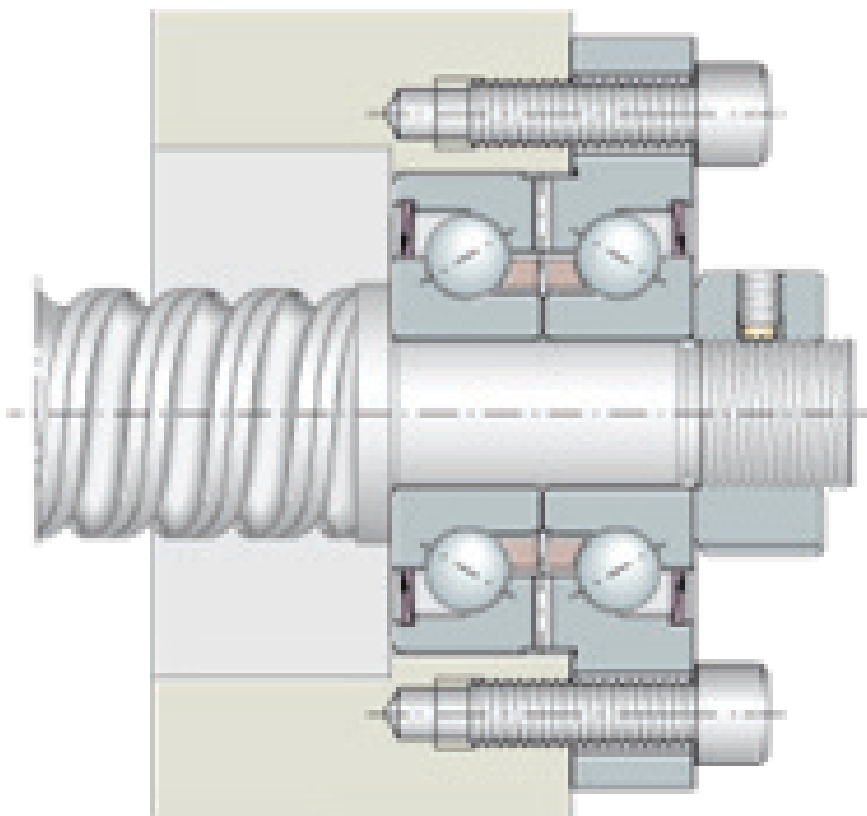
I ovi ležaji su takođe dostupni u većim dimenzijama, koje povećavaju poprečni presek a sa tim dobijamo i veću nosivost.

U određenim slučajevima je takođe moguće upariti ležaje serije ZKLN. U tom slučaju na spoljnim prstenovima se nalazi oznaka u obliku strelice koja pomaže pravilnom definisanju poredka ležaja u paru. Spoljni prstenovi će opet biti fiksirani pomoću poklopca kućišta mašine, a prednapon definiše precizna navrtka (slika 16b).

Sufiksi „2RS“ i „2Z“ imaju potpuno isto značenje kao i kod serije ZKLF [18].

3.2.3 AKSIJALNI KUGLIČNI LEŽAJI SA KOSIM DODIROM SERIJE „ZKLFA“

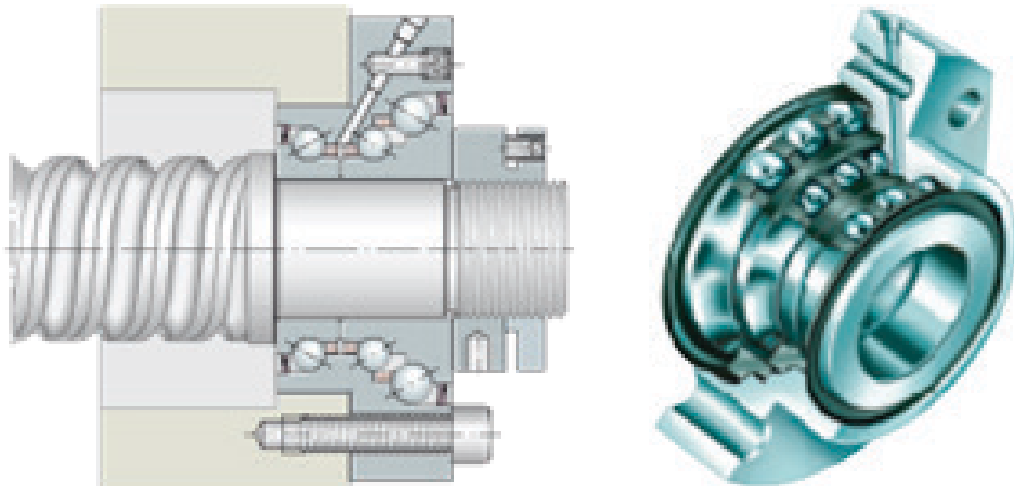
Seriya ZKLFA je potpuno identična seriji ZKLF s tim što ona ima unapređenu konstrukciju u smislu da spoljni prsten poseduje obod- prirubnicu koja na sebi ima otvore za pričvršćenje ležaja za kućište mašine. Iz razloga obostrano ravne prirubnice na spoljnjem prstenu, potreban je minimalni radijalni prostor u kućištu mašine kako bi se ležaj namontirao (slika 19).



Slika 19. Ležaj ZKLFA ...-2RS, ZKLFA...-2Z, fiksiran preko prirubnice na spoljnjem prstenu za kućište mašine i prednapregnut putem precizne navrtke [18]

3.2.4 AKSIJALNI KUGLIČNI LEŽAJI SA KOSIM DODIROM SERIJE „DKLFA“

Seriya DKLFA spada u trorede aksijalne kuglične ležaje sa kosim dodirom. Pored dva reda kuglica koje su poredane u „O“ poredku postoji još jedan red kuglica, dok je ugao dodira za sva tri reda kuglica 60° (slika 20).



Slika 20. Ležaj serije DKLFA fiksiran za kućište mašine preko otvora na prirubnici na spoljnjem prstenu i prednapregnut preciznom navrtkom [18]

Ova vrsta ležaja se obično koristi kod vertikalnog uležištenje vretena i kada se zahteva uležištenje „fiksiran-fiksiran“ ležaj (slučaj obostarno uklještenog vratila- oba oslonca su kruta).

Predviđena radna temperatura gore pomenutih serija ležaja je od -30° do $+120^{\circ}$ i ona je ograničena vrstom masti za podmazivanje, vrstom materijala od kojih su napravljeni zaptivači kao i plastičnim kavezima za kuglice (misli se na ograničenje maksimalne temperature).

Radna temperatura utiče na svojstva uležištenja. Sve navedene vrednosti u katalozima se odnose tj. podrazumevaju sobnu temperaturu od $+20^{\circ}$.

Aksijalni ležaji sa kosim dodirom imaju plastične kaveze i oni nisu posebno naznačeni u nomenklaturi svake serije.

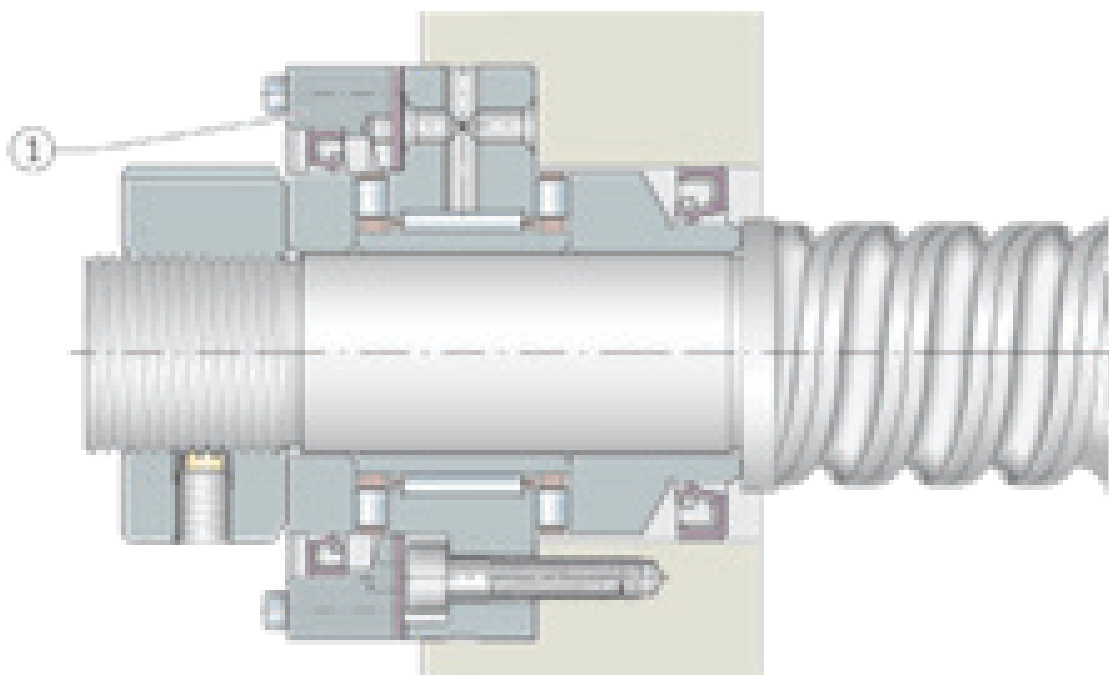
Kod serija 7602, 7603 i BSB kavezi su od poliamida i posebno su naznačeni u samoj oznaci ležaja oznakom „TVP“ ili „T“ [18].

U tabeli 2 data su značenja sufiksa tj. dodatnih oznaka u nomenklaturi ležaja.

Tabela 2. Dodatne oznake u nomenklaturi ležaja [18]	
Dodatna oznaka	Opis
PE	izvedba sa manjom klasom tačnosti
T,TVP	poliamidni kavez, vođenje preko kuglica
2AP	upareni aksijalni kuglični ležaj sa kosim dodirom (ZKLN,ZKLF)
2RS	obostrano zaptivanje gumom
2Z	obostrano zaptivanje metalom

3.2.5 NOSAČI ZAPTIVAČA I PRECIZNE NAVRTKE- OPŠTA NAČELA

Nosač zaptivača DRS se navrće na igličasti aksijalni cilindrično-valjkasti ležaj serije ZARF (L) i time vrši tačno centriranje ležaja (slika 21).



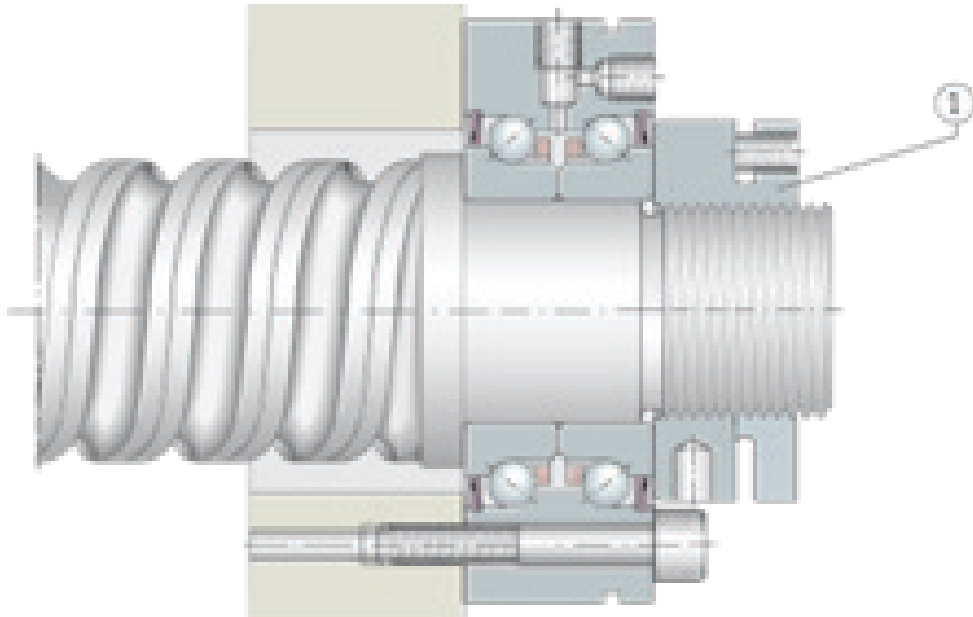
Slika 21. Sklop ležaja ZARF, precizne navrtke i nosača zaptivača: 1- nosač zaptivača [18]

Nosač zaptivača zaptiva ležaj sa spoljnje strane. Ceo nosač zaptivača se isporučuje kao jedinica koja se sastoji iz: prirubnice za zaptivanje sa integrisanim radijalnim zaptivačem za vratilo, prirubnice za zaptivanje sa cilindričnim prstenom koji ima navoj za pričvršćenje nosača za distantni prsten ležaja. Radna temperatura je predviđena u intervalu od -30° do $+120^{\circ}$ [18].

3.2.5.1 PRECIZNE NAVRTKE

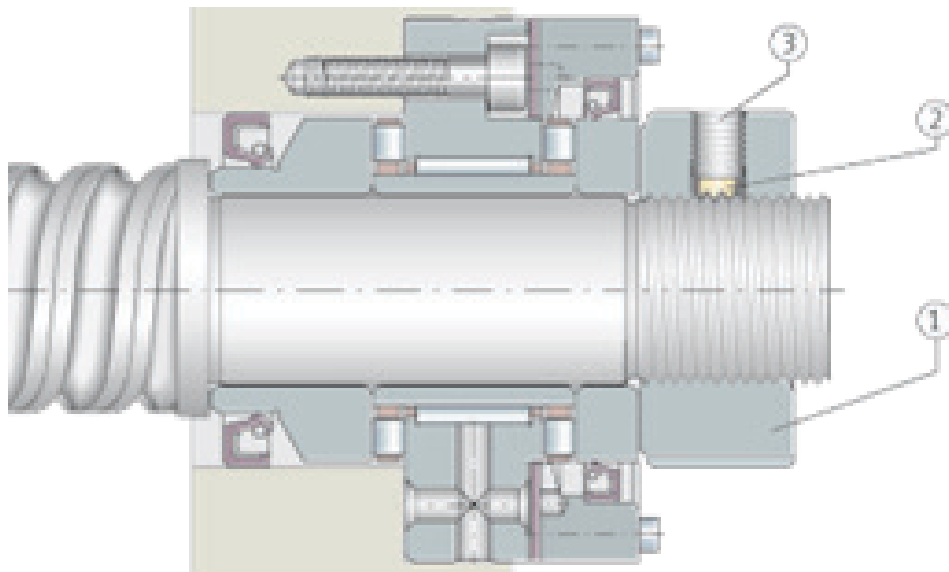
Precizne navrtke se upotrebljavaju kada se vrši prenos velikog aksijalnog opterećenja, kao i za povećanje krutosti i tačnosti plan-paralelnog pomeranja ležaja. Navoj kao i plan-paralelna površina navrtke koja naleže na ležaj su prednapregnute. Navrtke se prave u izvedbama AM, ZM i ZMA i imaju višestruku namenu.

Navrtke serije AM su urađene iz segmenata i služe za stvaranje sile pritezanja. Uvrtanjem šestougone navojne čivije se ovi segmenti elastično deformišu. Navoj se pri elastičnom deformisanju segmenata takođe deformiše te se tako optimalno preoblikuje prema navoju vretena. Pri tome se javlja velika sila trenja koja istovremena osigurava navrtku od odvrtanja.



Slika 22. Sigurnosna navrtka AM – pozicija jedan na slici [18]

Ovim načinom osiguranja navrtke izbegava se uticaj ravnog kretanja navrtke u odnosu na ležaj. Navrtke serije ZM i ZMA biće osigurane od odvrtanja preko dve radialne blokirajuće čivije (slika 23).



Slika 23. Sigurnosna navrtka tipa ZM i ZMA: 1 - precizna navrtka; 2 - blokirajuća čivija; 3 - čivija sa kontra navojem [18]

Blokirajuća čivija je izrađena zajedno sa unutrašnjim navojem navrtke. Unutrašnji navoj obuhvata navoj vretena kao „češalj“ tako da se ne pojavljuje oštećenje navoja vretena a ne dolazi ni do promene ravnih udara unutar navojne veze.

Blokirajuća čivija je postavljena centrično sa čivijom sa kontra navojem tako da je na taj način osigurana blokirajuća čivija.

Navoj na samom vretenu treba biti fino obrađen zbog precizne navrtke. U tabeli 3 date su preporučene tolerancije za navoj na samom vretenu.

Tabela 3. Preporučene tolerancije za navoj na samom vretenu [18]	
Navoj vretena	
Klasa tolerancije „srednja“	Klasa tolerancije „fina“
6g DIN 13 T21-24	4h DIN 23 T21-24

Važno je napomenuti da navoj na vretenu mora pratiti navoj navrtke celom širinom.

Za pritezanje navrtki date su preporučene vrednosti momenta za pritezanje pod oznakom M_{AL} .

Isto tako su navedeni i momenti razaranja navrtki koji su proračunati u odnosu na momente pritezanja za već postavljene navrtke. Momenti razaranja dati su pod oznakom M_L .

Aksijalno opterećenje na razaranje F_{ab} važi za navoj na samom vretenu i podrazumeva toleranciju 6g ili višlju kao i minimalnu čvrstoću od 700 N/mm². Kod dinamičkog opterećenja maksimalno aksijalno opterećenje iznosi 75% od aksijalnog opterećenja na razaranje.

Za montažu navrtki serije AM koriti se ključ prema DIN 1810B koji obuhvata jednu od četiri, šest ili osam rupa po obodu. Navojne čivije se montiraju preko krstastih upusnih ključeva i pritežu se do propisanog momenta pritezanja M_m . Demontaža se odvija istim putem, počevši sa ravnomernim odvrtnjem navojnih čivija svih segmenata, sa tim da ni jedan segment ne sme biti napregnut više od drugog.

Važno je napomenuti da nije dozvoljena montaža preko jednog segmenta. Zato se za montažu može koristiti upusni ključ serije AMS koji garantuje ravnomerno opterećenje svih segmenata ili specijalni ključ prema DIN 1810A ili DIN 1810B. Ako se montira navrtka serije AM ključem serije AMS maksimalni moment pritezanja je dvostruka vrednost preporučenog momenta pritezanja.

Bitno je znati da se segmenti mogu deformisati u aksijalnom pravcu, i ako navojne čivije nisu ravnomerno pritegnute tj. ako navrtka AM nije potpuno pričvršćena na navoj vretena, pa stoga obavezno treba obratiti pažnju na propisane momente pritezanja M_m .

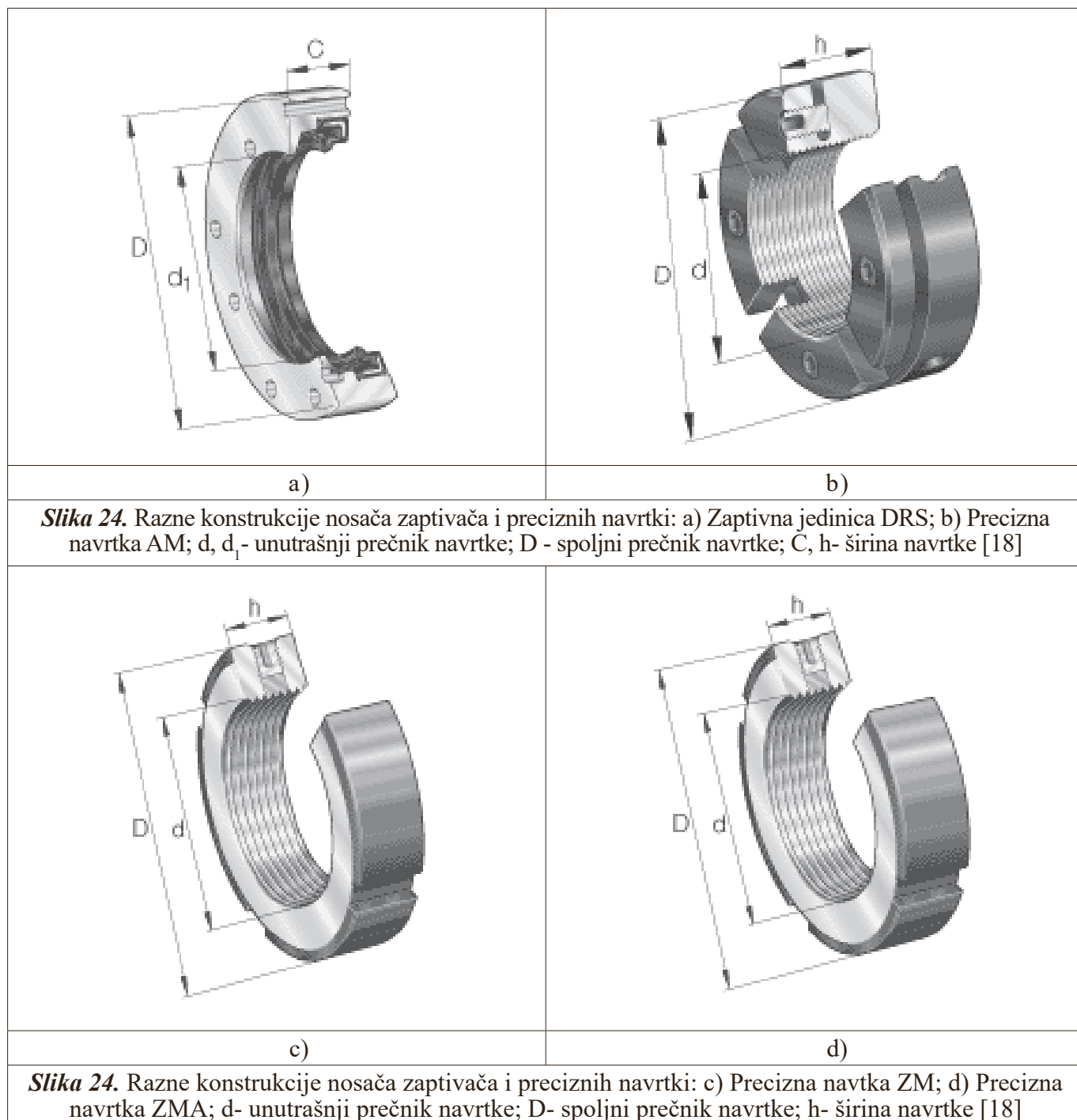
Za montažu navrtki serije ZM i ZMA se koristi ključ prema DIN 1810A koji hvata jedan od četiri žleba po obodu. Nakon montaže navrtke se upusnim ključem sa šestougonom glavom pričvršćuju susedne čivije sa kontra navojem do vrednosti propisanog momenta pritezanja M_m .

Pri demontaži se najpre odvrću čivije sa kontra navojima a nakon toga se laganim udarcima plastičnim čekićem izbijaju - odvrću blokirajuće čivije na spoljnoj površini navrtke. Nakon toga se navrtka vrlo lako može odvrnuti sa vretena bez ikakvog oštećenja navoja na samom vretenu [18]. Tačnost preciznih navrtki prikazuje tabela 4.

Tabela 4. Tačnost preciznih navrtki [18]	
Ravno kretanje između ravnih površina (za navoj)* [μm]	Metrički ISO - navoj „fina navoj“
5	5H, DIN 13 T21-24

*Pod ravnim kretanjem se podrazumeva dozvoljeno odstupanje tj. ugibanje navoja vretena na kome je pričvršćena precizna navrtka u odnosu na čeonu površinu ležaja (unutrašnjeg prsten) koji učvršćuje (tabela 4).

Na slici 24 date su razne konstrukcije nosača zaptivača i preciznih navrtki.



4. Teorijska identifikacija dominantnih konstrukciono-triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirrom tipa ZKLF

U oblasti primene ležaja u osnovi ima jako puno uticajnih i ograničavajućih parametara. Uopšteno možemo reći da je svaki ležaj predmet razmatranja za sebe a u zavisnosti od mesta ugradnje i uslova eksploatacije. U načelu ležaji se još u fazi konstruisanja prilagođavaju budućim uslovima eksploatacije, ali pri samoj eksploataciji se javljaju dodatni uticaji koji u određenoj meri utiču na sam rad ležaja i kao takvi nisu uzeti u razmatranje u fazi konstruisanja.

Performanse su određene samom konstrukcijom i tipom ležaja. Naravno ovde treba pomenuti i kvalitet izrade i materijal ležaja kao i način i vrsta podmazivanja koje će biti primenjeno u konkretnom slučaju.

Radni uslovi koji se postavljaju mogu biti različiti, od jednostavnijih pa do vrlo zahtevnih. U savremenoj proizvodnji gde imamo potpuno automatizovane procese, zahtevi su prilično visoki tim pre što se zahteva pojačana tačnost rada samog sistema kao i brzina izvođenja operacija. Često se nailazi i na jako komplikovane radne uslove koji istovremeno zahtevaju veći broj obrtaja, veću tačnost vođenja priprema npr. a da pri tome postoje veće radne temperature ili oscilatorno kretanje pa čak i jače potrese i vibracije.

U širokom spektru uslova treba izabarati, po mogućstvu još u fazi projektovanja merodavne tj. ograničavajuće parametre koji će odrediti performanse ležaja.

Kao što je poznato sama efikasnost ležaja direktno je zavisna od gubitaka energije koji se neminovno pojavljuju u toku rada. Polazeći od toga možemo za zadate uslove rada identifikovati ograničavajuće parametre.

Najmerodavniji i opšte prihvaćeni ograničavajući uslov za ležaje jeste maksimalna tj. dozvoljena temperatura ležaja. Nju možemo u većini slučajeva eksploatacije stalno kontrolisati i preko nje lako dijagnosticirati trenutno stanje ležaja. Sama temperatura vezana je za energetske gubitke u ležaju, trenje između kotrljajnih tela i staze kotrljanja, trenje unutar samog maziva, trenje na graničnim površinama ležaja itd. Pored toga ona služi i za određivanje referentnog nivoa-stanja u ležaju što je jako bitno pri ispitivanjima, jer se dostizanjem ovog nivoa omogućava merenje određenih parametara koji dalje služe za dobijanja veličina bitnih za proračun ležaja.

Sledeći ograničavajući parametar je vezan isto za gubitke energije u ležaju a to je maksimalna dozvoljena brzina klizanja na ivicama zaptivača. Ovaj ograničavajući parametar je izraženiji kod konstrukcionih izvođenja ležaja koji su obostrano ili jednostrano zaptiveni gumenim zaptivačima.

Naime sama konstrukcija zaptivača je takva da se zaptivanje vrši preko tzv. "kontaktnih zaptivača". Pri radu ležaja sredstvo za podmazivanje se zajedno sa kavezom i kotrljajnim telima kreće kroz unutrašnjost ležaja i pri tome sredstvo za podmazivanje nailazi i na kontakte zaptivača gde se javljaju određeni gubici u ležaju zbog nastalog trenja između sredstva za podmazivanje i „kontakta“ tj. ivice zaptivača. Samo trenje se sada pretvara u toplotnu energiju koja se sada razvija u ležaju i koja dodatno povećava temperaturno opterećenje ležaja. Ove gubitke je jako teško kvantifikovati ali se moraju uzeti u razmatranje kao ograničavajući faktor.

Shodno gore navedenom kao sledeći ograničavajući parametar se nameće rast momenta trenja u ležaju. Za njega se vezuje i broj obrtaja. Unapred se zna, da se sa povećanjem broja obrtaja povećava moment trenja u ležaju a sa njim automatski raste i temperatura u ležaju. Ukupni moment trenja u ležaju sastoji se iz dva dela :

- momenta trenja nezavisnog od opterećenja
- momenta trenja zavisnog od opterećenja

Obe pomenute veličine su kompleksne prirode te će kao takve biti obrađene u posebnom poglavlju [19].

Iz pomenutog izlaganja se prirodno nameće zaključak da je temperatura glavni ograničavajući parametar za različite vidove eksploatacije.

Drugi parametar, jako bitan za radne performanse ležaja, jeste učestanost obrtanja tj. broj obrtaja. Broj obrtaja direktno utiče na temperaturu u ležaju i dalje na sam rad ležaja. Iz tog razloga svi proizvođači kao obavezan podatak navode granični broj obrtaja za svaki pojedini tip ležaja. Sa tim podatkom i pod normalnim uslovima rada i uslovima okruženja može se dostići radni vek određenog ležaja.

Međutim u teoriji ležaja se kao pomoćna veličina uvodi tzv. „termički- referentni broj obrtaja tj. termički dozvoljeni radni broj obrtaj. Termički dozvoljeni- referentni radni broj obrtaja ne mora biti iste vrednosti kao granični broj obrtaja koji je naveden u katalogu. On služi da dodatno opiše ležaj u odnosu na tempereturno opterećenje. Preko njega se mogu sagledati mogućnosti da određeni tip ležaja bude prerađen na neke druge uslove rada koji nisu predviđeni standardnom izvedbom, npr. povećana temperatura okoline.

4.1 Trenje, temperatura i podmazivanje

Prednosti kotrljajnih ležaja su malo trenje i sa tim mali zahtevi za podmazivanjem. Odnosi trenja su različiti zavisno od vrste ležaja pošto se pored trenja kotrljanja pojavljuje i značajno trenje klizanja. Uz sve to treba uzeti u obzir i trenje u samom sredstvu za podmazivanje. Toplota koja se javlja usled trenja utiče na samu radnu temperaturu uležištenja.

Podmazivanje ima za zadatak da spreči ili da smanji dodir između kotrljajne i klizne površine i time da trenje kao i habanje smanji što je moguće više. Osim toga sredstvo za podmazivanje treba da štiti ležaj od korozije kao i da odvodi toplotu iz ležaja.

4.1.1. TRENJE

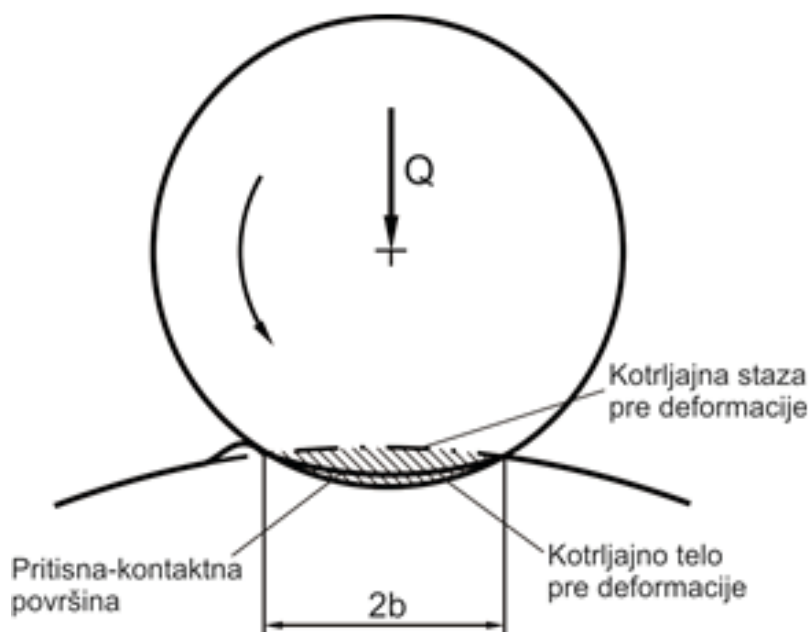
Otpor koji stvara ležaj u odnosu na okretanje sastoji se iz trenja kotrljanja, trenja klizanja i trenja unutar sredstva za podmazivanje.

Trenje kotrljanja se javlja pri kotrljanju kotrljajnog tela na stazi kotrljanja, trenje klizanja na vodećim površinama kotrljajnog tela u kavezu, kao i na vodećim graničnim površinama kaveza (kod valjčanih ležaja postoji i trenje između čeonih površina valjka i graničnih površina ležaja).

Trenje u sredstvu za podmazivanje se dobija iz unutrašnjeg trenja na kontaktnim površinama kao i iz procesa unutar sredstva za podmazivanje za vreme „kretanja sredstva za podmazivanje“ podsredstvom kotrljajnih tela. Ukupni otpori kretanja u ležaju su zanemarljivi u odnosu na sile koje se prenose, tako da se gubici od trenja u procesu projektovanja mašine mogu zanemariti. Pravo značenje trenja vezuje se za toplotu koju trenje stvara u ležaju i koja se dalje prenosi na delove ležaja i sredstvo za podmazivanje [19].

4.1.1.1 TRENJE KOTRLJANJA

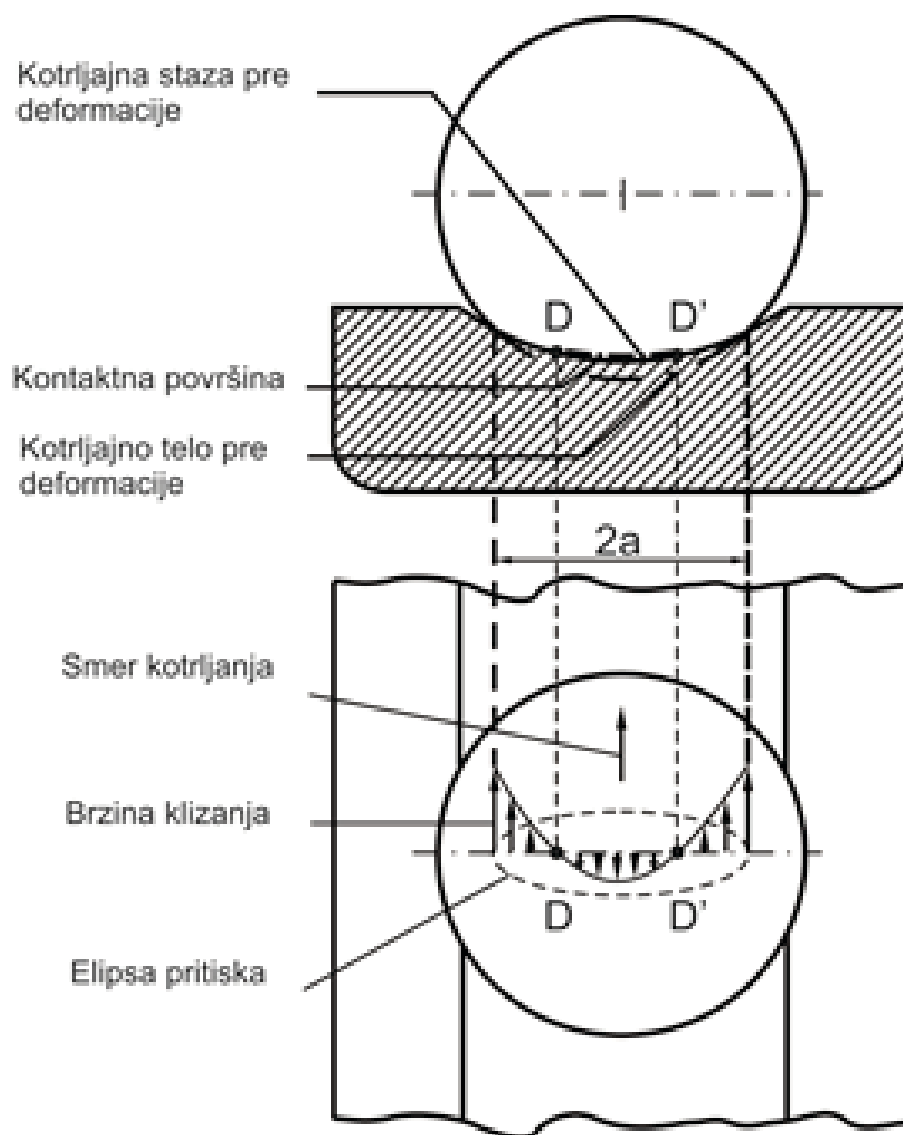
Trenje kotrljanja koje se javlja u opterećenom ležaju između kotrljajnog tela i staze kotrljanja je dosta kompleksno. Trenje kotrljanja se jednim delom vezuje za različite vrste otpora klizanja, a jedan deo se vraća u elastičnu histerezu. Na slici 25 prikazan je kontakt između kotrljajnog tela i staze kotrljanja. Obe deformacije se nalaze u oblasti širine dodira tj. kontakta s tim što je kotrljajno telo izloženo pritisku dok je staza kotrljanja izložena istežanju- izduženju.



Slika 25. Deformacija kotrljajnog tela i kotrljajne staze [19]

Trenje u ležaju se javlja kao posledica raznih deformacija koje se javljaju pri kotrljanju i kliznom kretanju. Dodatno klizno kretanje se javlja kada kotrljajno telo u toku rada odstupi od staze kotrljanja i uslovno se prepreči u polju kontakta, što dalje utiče na povećanje trenja tj. temperature u ležaju (slika 26).

Pošto su rastojanja pojedinačnih tačaka kontaktne površine u odnosu na osu obrtanja kuglice (kotrljajnog tela) različita, to su različite i obimne brzine. Stoga središnji deo površine kuglice (kotrljajnog tela) klizi u suprotnom smeru od smera kotrljanja dok spoljni delovi površine kuglice klize u smeru kretanja tj. kotrljanja. U tačkama D i D' ne postoji klizanje. Klizanje i iz toga proisteklo trenje između kotrljajnog tela i staze kotrljanja se uvećava sa porastom opterećenja i pojačanim podmazivanjem.



Slika 26. Klizno kretanje izazvano odstupanjem kotrljajnog tela od staze kotrljanja [19]

Jedan važan deo trenja kotrljanja je takođe vraćanje histereze osnovnog materijala ležaja. Pri kotrljanju će mali deo kontaktne površine biti deformisan. Rad tj. energija za to se dobija sa zadnje strane kotrljajnog tela dok se ostatak energije pretvara u toplotnu energiju tj. toplotu.

Opisani efekti trenja nalaze se kod ležaja sa uglom dodira $\alpha > 0$, ali oni ne važe kod konusno-valjčanih ležaja, kugličnih ležaja koji su aksijalno opterećeni, samoudesivih valjčanih ležaja i aksijalnih valjčanih ležaja. Oni se odnose samo na klizanje koje se dobija okretanjem kotrljajnog tela gledano u pravcu normale na kontaktnu površinu. Navedeni otpori pri kretanju su sakupljeni u jedan termin- trenje kotrljanja [19].

4.1.1.2 TRENJE KLIZANJA

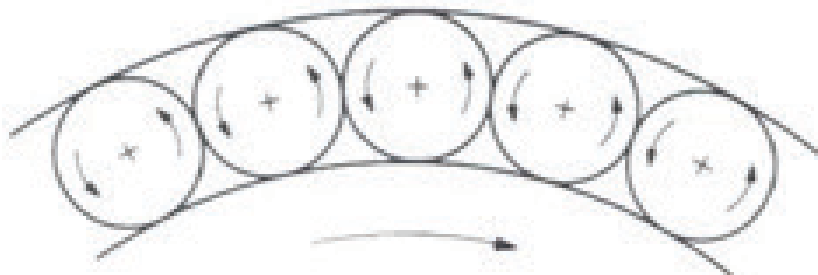
Klizno kretanje se javlja na vodećim površinama kaveza, odnosno na dodirnim tj. čeonim površinama kotrljajnih tela kod ležaja koji nemaju kavez tj. kod punovaljčanih ležaja. Kod punovaljčanih ležaja koji imaju uslovno rečeno prstenove koji ga zatvaraju postoji i klizanje između čeonih površina kotrljajnih tela i prstena koji zatvara ležaj.

Vodeće površine kod kaveza su najpre otvori u kojima se nalaze kuglice, odnosno spoljne tj. čeone

površine kaveza ako se radi o ležaju sa graničnicima (ramenima). Ponekad će se čeonu površine kaveza iskoristiti za aksijalno vođenje, kao što je na primer slučaj kod nekih konstrukcionih izvođenja igličastih i valjanih ležaja.

Sile koje deluju na vodeće površine nastaju od težine kaveza, onda od samog pomeranja unutar otvora za kotrljajno telo koje dalje zavisi od samog položaja težišta uležištenja i koje zavisno od broja obrtaja utiče kao centrifugalna sila i na kraju od ubrzanja i usporenja koje deluje na kotrljajna tela. Uz ovo treba dodati još i sile inercije koje se javljaju pri kretanju i promeni broja obrtaja. Ostale sile koje se javljaju kod kugličnih ležaja potiču od zakretanja unutrašnjeg prstena u odnosu na spoljni pa se time menja i ugao dodira po obimu ležaja a sa tim dolazi do relativnog ubrzanja ili usporenja pojedinačne kuglice.

Pod normalnim uslovima rada i sa dobrim podmazivanjem sve sile koje deluju na kavez su male i sa tim su takođe i mali otpori na trenje. Kod nedostatka ili lošeg podmazivanja, prisutne nečistoće i kod povećanja broja obrtaja značajno se uvećava trenje. Ovo je jako izraženo npr. u slučaju kada postoji jako zakretanje unutrašnjeg prstena u odnosu na spoljni prsten ležaja.



Slika 27. Kretanje kotrljajnih tela u ležaju bez kaveza – punovaljkasti i punokuglični ležaji [19]

Umesto trenja između kotrljajnog tela i odgovarajućeg otvora u kavezu, kod punovaljčanih i punokugličnih ležaja trenje klizanja se javlja na dodirnim površinama kotrljajnih tela. Ovo trenje je veće od trenja u otvoru kaveza gde se smešta kotrljajno telo jer se klizanje u tačkama dodira suprotstavlja tj. deluje u suprotnom smeru od smera okretanja unutrašnjeg prstena (slika 27). Kod punovaljčanih ležaja koji imaju graničnike, sile trenja klizanja se javljaju između čeonih površina valjaka i graničnika [19].

4.1.1.3 TRENJE U SREDSTVU ZA PODMAZIVANJE

Trenje u sredstvu za podmazivanje se javlja unutar samog sredstva na kontaktnoj površini. U slučaju da postoji višak sredstva za podmazivanje i veći broj obrtaja dolazi do dodatnih procesa unutar sredstva za podmazivanje na nivou njegove mikrostrukture.

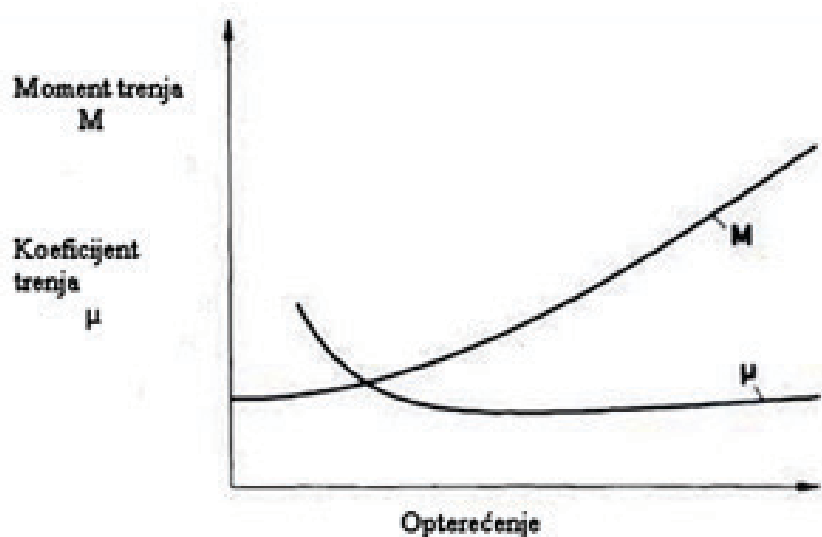
Ukupno trenje u sredstvu za podmazivanje u osnovi zavisi od njegove količine i osetljivosti. Pored toga uticaj ima i geometrija ležaja (veličina kotrljajnih tela, veličina kanala za vođenje između kaveza i granica kotrljajne staze, prostora za slobodni prolaz od jedne strane ležaja do druge).

Pri malom broju obrtaja ovo trenje je malo. Međutim ono se povećava sa povećanjem broja obrtaja, a u zavisnosti od viskoznosti ulja tj. postojanosti masti. Trenje u sredstvu za podmazivanje je veće ako se npr. upumpa veća količina ulja u ležaj da bi se odvela toplota.

Kod podmazivanja mašću mora se računati na povećano trenje naročito ako je prazan prostor unutar ležaja potpuno ispunjen mašću i ako ne postoji dovoljno praznog prostora u kome se višak masti može premestiti. Postojeća količina masti se kreće između kaveza i kotrljajnih tela što vodi do povećanja trenja unutar same masti. Koliko će biti trenje zna se po tome da kod prekomerno podmazanih ležaja postoji opasnost od prekomernog zagrevanja ležaja. Međutim ako se višak masti koja je istisnuta od kaveza i kotrljajnih tela izvuče iz ležaja, može se postići slična mala vrednost trenja kao i kod uljnog podmazivanja sa minimalnom količinom ulja [19].

4.2 Moment trenja

Ukupno trenje u ležaju tj. zbir svih trenja kotrljanja, klizanja i trenja u sredstvu za podmazivanje je otpor koji se suprotstavlja kretanju ležaja. Ovaj otpor predstavlja jedan obrtni moment koji se naziva moment trenja i označava se sa M . Na slici 28. su prikazane osnovne krive momenta trenja i odgovarajućeg koeficijenta trenja.



Slika 28. Dijagrami za moment trenja M i koeficijent trenja μ [19]

4.2.1 PROCENA MOMENTA TRENJA

Za grubo dobijanje ukupnog momenta trenja može se koristiti jednačina 1 i koeficijent trenja μ iz tabele

5. Jednačina važi pod sledećim uslovima:

- srednje opterećenje ($P/C \approx 0,1$)
- nema dodatnog opterećenja od izvrtanja unutrašnjeg prstena kao ni aksijalnog i radijalnog napona
- ugao opterećenja β (slika 29) je pretežno isti kod pojedinačnih serija ležaja. Radijalni ležaji su pretežno opterećeni radijalnim silama, cilindrično valjčani i igličasti ležaji su samo radijalno opterećeni, a aksijalni ležaji primaju samo aksijalnu silu
- dobro stanje podmazivanja ($k = v/v_f \approx 1$), srednji opseg-područje broja obrtaja (0,3...0,7 puta od kinematski dozvoljenog broja obrtaja)
- bez zaptivača.

$$M = \mu F \frac{d}{2} \quad (1)$$

gde je :

M - ukupni moment trenja ležaja u Nmm

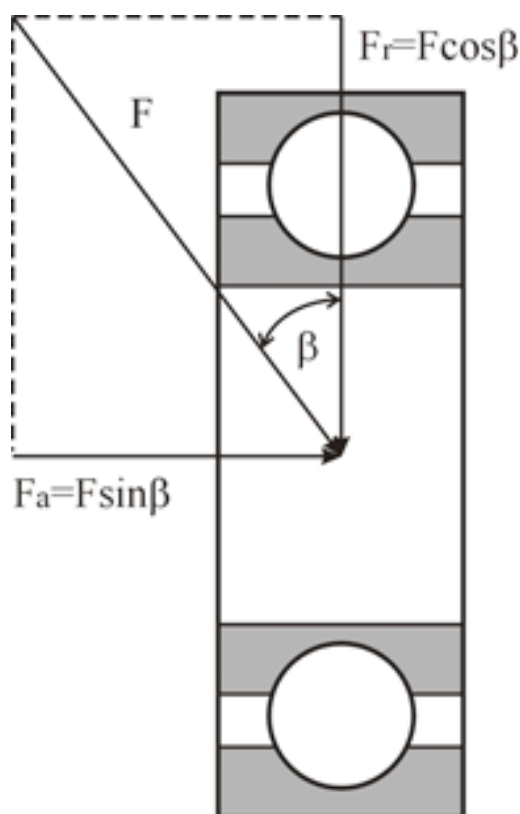
μ - koeficijent trenja (tabela 5)

$F = \sqrt{F_r^2 + F_a^2}$ - rezultujuće opterećenje ležaja u N

F_r - radijalna komponenta opterećenja (slika 29) u N

F_a - aksijalna komponenta opterećenja (slika 29) u N

d - unutrašnji prečnik ležaja u mm



Slika 29. „Kombinovano opterećenje“ radijalnog ležaja [19]

Koeficijent trenja μ zavisi od mnogih uticaja. Važni uticaji su: vrsta ležaja i njegova veličina, podmazivanje, ugao opterećenja β , opterećenje (manje utiče kod cilindrično valjčanih i igličastih ležaja), učestanost obrtanja.

Tabela 5. Koeficijent trenja „ μ “ za različite tipove ležaja pri $\frac{P}{C} \approx 0,1$ [19]

Tip ležaja	Koeficijent trenja μ
Kruti kuglični ležaj	0,0015
Samoudesivi kuglični ležaj	0,0013
Jednoredni kuglični ležaj sa kosim dodirom	0,0020
Dvoredni kuglični ležaj sa kosim dodirom	0,0024
Kuglični ležaj sa dodirom u četiri tačke	0,0024
Cilindrično valjčani ležaj	0,0013
Cilindrično valjčani ležaj- punovaljčani	0,0020
Igličasti ležaj	0,0025
Samoudesivi cilindrično valjčani ležaj	0,0020
Konusno valjčani ležaj	0,0018
Aksijalni kruti kuglični ležaj	0,0015
Aksijalni samoudesivi valjčani ležaj	0,0020
Aksijalni cilindrično valjčani ležaj	0,0040
Aksijalni igličasti ležaj	0,0050

Kod ubrzavanja mašine vrednosti momenta trenja mogu da budu i dva do tri puta veće od navedenih vrednosti datih u tabeli 5. U ostalim slučajevima koji nisu kao napred pomenuti (opterećenje, učestanost obrtanja, viskoznost) koeficijent trenja može da bude i višestruko veći od navedenih vrednosti iz tabele 5. Tačan proračun momenta trenja dat je u poglavlju „Proračun momenta trenja“.

4.2.2 PRORAČUN MOMENTA TRENJA

Kao što je prikazano na slici 30 moment trenja M u ležaju zavisi od opterećenja, učestanosti obrtanja i viskoznosti sredstva za podmazivanje. Prikazani uticajni parametri su različite veličine za različite tipove ležaja. Crni trouglovi sa leve strane isprekidane linije pokazuju da pri maloj učestanosti obrtanja i većem opterećenju može doći do pojave znatnog mešovitog učinka momenata trenja nezavisnih od opterećenja M_0 i zavisnih od opterećenja M_1 . Ovo se objašnjava činjenicom da u ovom području kontaktne površine kotrljajnog tela još nisu razdvojene nosećim filmom- slojem sredstva za podmazivanje. Područje desno od isprekidane linije prikazuje da se pri nosećem filmu sredstva za podmazivanje, koji se formirao pri normalnim radnim uslovima, ukupni moment trenja M sastoji samo iz M_0 i M_1 [19].

$$M = M_0 + M_1 \quad (2)$$

M - ukupni moment trenja ležaja u Nmm

M_0 - moment trenja nezavisan od opterećenja (jednačina 4) u Nmm

M_1 - moment trenja zavisano od opterećenja (jednačina 5) u Nmm

Mešovito trenje se može javiti na stazama kotrljanja, na graničnim površinama (ivice ležaja) i na kavezu. Kod nepovoljnih uslova rada ono može biti jako veliko. Pošto je ono teško za kvantifikovanje ovde neće biti bliže uzeto u razmatranje. Treba napomenuti da ovo trenje može da dostigne višestruku vrednost ukupnog momenta trenja M prema jednačini 2. Kod radijalnih kugličnih ležaja i kod cilindrično valjčanih ležaja koji su samo radijalno opterećeni, mešovito trenje je zanemarljivo malo (slika 30.).

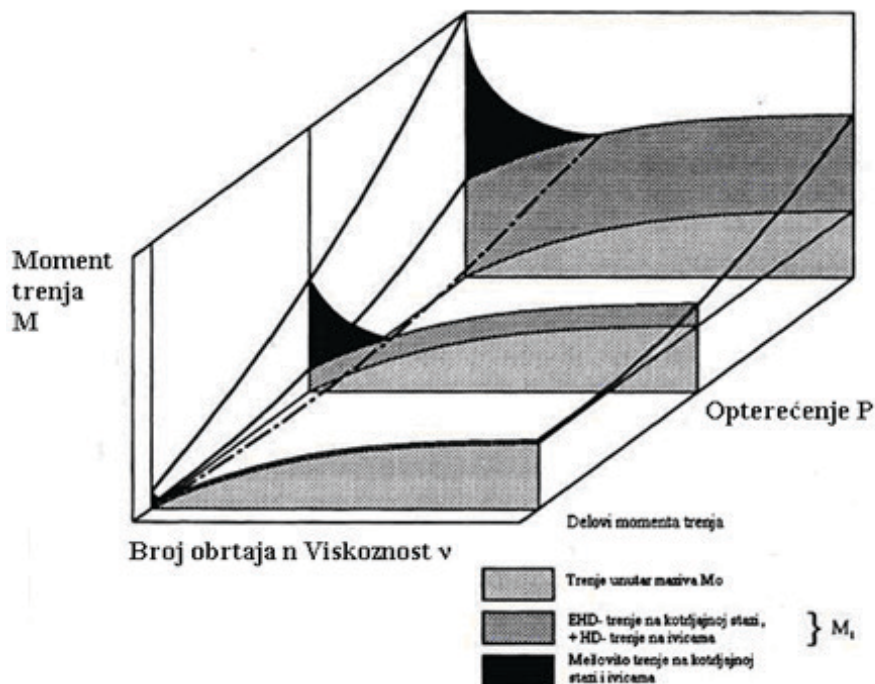
Ležaji sa velikim udelom klizanja kao što su konusno valjčani, samoudesivi valjčani, punovaljčani i svi aksijalni ležaji rade nakon početne faze (faza ubrzavanja) van područja mešovitog trenja ako je ispunjen sledeći uslov:

$$\frac{nv}{\left(\frac{P}{C}\right)^{0,5}} \geq 9000 \quad (3)$$

gde je:

n - broj obrtaja u min^{-1}

v - radna viskoznost ulja odnosno baznog ulja kod masti (slika 31) u mm^2/s



Slika 30. Dijagram zavisnosti momenta trenja od broja obrtaja, viskoznosti sredstva za podmazivanje i opterećenja kod ležaja [19]

Moment trenja nezavistan od opterećenja M_0 zavisi od radne viskoznosti sredstva za podmazivanje ν i od učestanosti obrtanja. Njegov uticaj se ispoljava preko trenja u ležaju i preko temperature koja se javlja u ležaju. Na veličinu momenta trenja nezavisnog od opterećenja utiče veličina ležaja (srednji prečnik) i posebno širina kontaktne površine između kotrljajnog tela i kotrljajne staze koja je različita od tipa do tipa ležaja. Sa ovakvim pristupom i uz pomoć eksperimentalnih rezultata moment trenja nezavistan od opterećenja može se opisati sledećom jednačinom [19]:

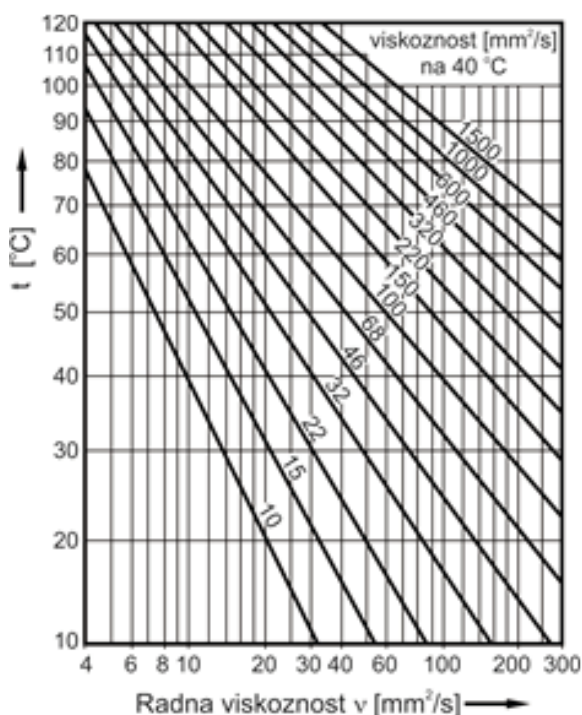
$$M_0 = f_0 \cdot 10^{-7} \cdot (\nu \cdot n)^{\frac{2}{3}} \cdot d_m^3 \text{ u Nmm} \quad (4)$$

gde je:

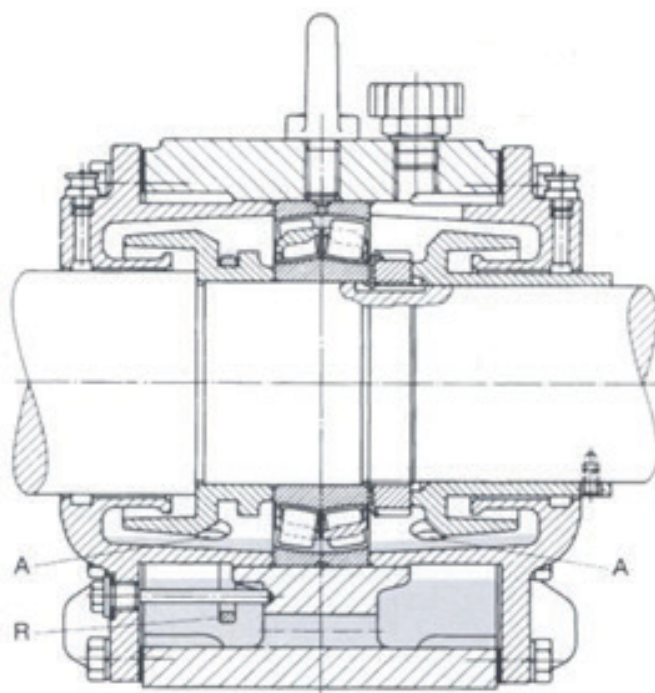
- f_0 - koeficijent koji uzima u obzir vrstu ležaja i način podmazivanja
- ν - radna viskoznost ulja odnosno baznog ulja kod masti (slika 31) u mm^2/s
- n - broj obrtaja u min^{-1}

$$d_m = \frac{(d + D)}{2} \text{ - srednji prečnik ležaja u mm}$$

Vrednosti koeficijenta f_0 date su u tabeli 6 i važe za podmazivanje u uljnom kupatilu pri čemu se podrazumeva da je nivo ulja do polovine visine kotrljajnog tela gledano od ose okretanja kotrljajnog tela pa do spoljne ivice (slika 32).



Slika 31. Dijagram ν/T [19]



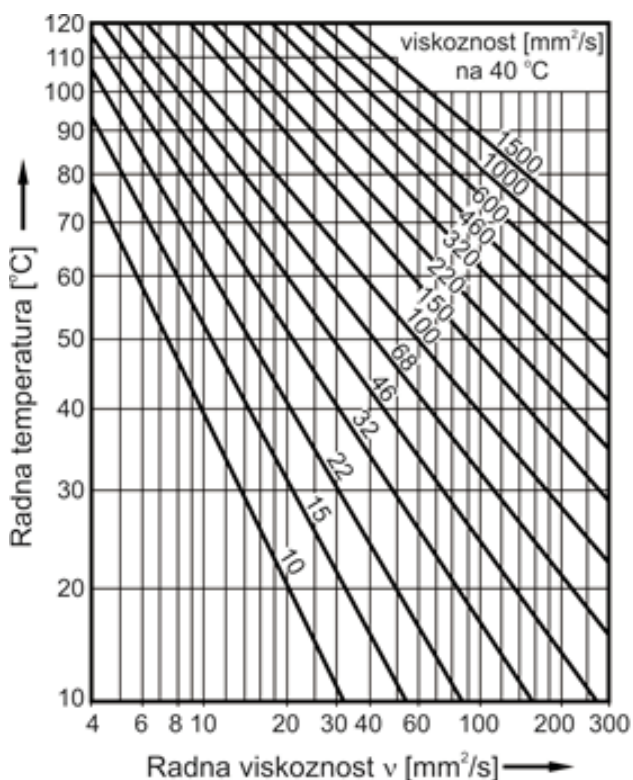
Slika 32. Uljno podmazivanje [19]

Koeficijent f_0 se povećava sa povećanjem poprečnog preseka ležaja tj. sa povećanjem veličine kuglice ili dužine valjčića. U tabeli 6 date su vrednosti za koeficijent f_0 . Iz toga se vidi da većim ležajima odgovaraju veće vrednosti koeficijenta f_0 . Za radijalne ležaje koji su postavljeni upravno na vratilo mora se uzeti za proračun dvostruka vrednost iz tabele 6. Dvostruka vrednost iz tabele 6 će se uzeti za proračun i kod ležaja sa velikom propusnom moći hladnog ulja ili u slučajevima gde imamo veći stepen napunjenosti mašču

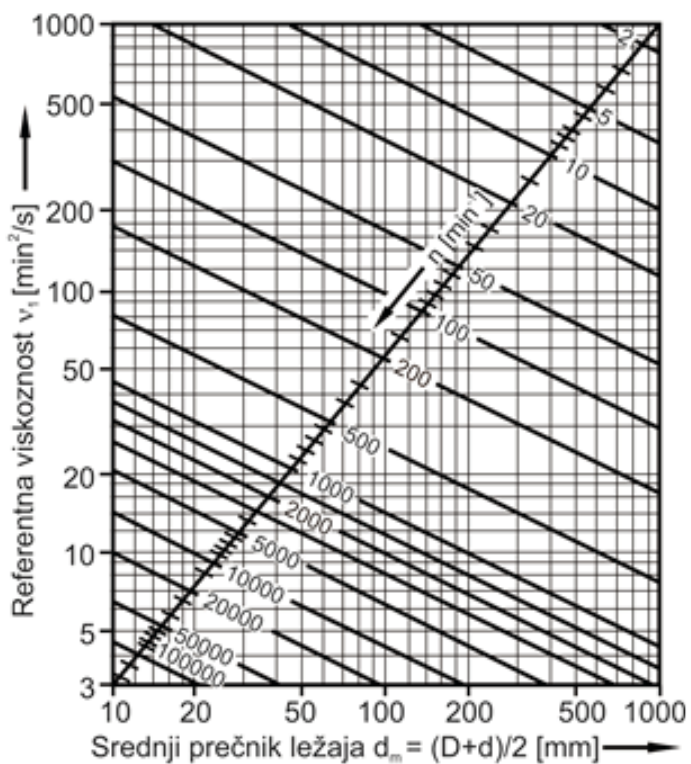
(postoji više masti nego što može biti raspoređeno sa strane unutar ležaja). Sveže podmazan ležaj mašću u fazi ubrzavanja ima vrednost koeficijenta f_0 kao ležaj koji se podmazuje u uljnom kupatilu (slika 32). Nakon raspodele masti unutar ležaja upotrebljava se vrednost koeficijenta f_0 upola manje od vrednosti iz tabele 6. U tom slučaju je on smanjen i odgovora slučaju podmazivanja sa minimalnom količinom ulja. Pri pravilnom izboru ulja koje je adekvatno za dati slučaj rada, moment trenja nezavistan od opterećenja proizilazi samo od unutrašnjeg otpora trenja osnovnog ulja masti.

Moment trenja zavistan od opterećenja M_f dobija se iz trenja kotrljanja i trenja klizanja na ivicama ležaja. On se računa prema jednačini 5 i pomoću koeficijenta f_l iz tabele 6.

U fizičkom smislu ovaj proračun predstavlja film maziva za podmazivanja između površina kotrljanja $k = \frac{v}{v_1} \geq 1$ (slike 33a i b) i jednačina 3. Pod ovim uslovima M_f se jako malo menja sa učestanošću obrtanja a znatnije sa veličinom kontaktne površine (kotrljajno telo/ staza kotrljanja) i podmazivanjem isto kao i sa opterećenjem ležaja. Ostale veličine koje utiču na moment trenja zavistan od opterećenja su vrsta tj. tip i veličina ležaja [19].



a)



b)

d - prečnik provrta ležaja, D - spoljni prečnik ležaja

Slika 33. a) Dijagram za određivanje radne viskoznosti v za mineralna ulja
b) Dijagram za određivanje referentne viskoznosti v_1 [19]

Tabela 6. Koeficijent f_0 za proračun momenta trenja M_0 nezavisnog od opterećenja zavisno od vrste i reda ležaja za podmazivanje u uljnom kupatilu; kod podmazivanja mašću, nakon raspodele masti unutar ležaja kao i u slučaju podmazivanja sa minimalnom količinom ulja uzimati 50% od vrednosti navedenih u tabeli [19]

Vrsta ležaja i red	Koeficijent f_0 za podmazivanje u uljnom kupatilu	Vrsta ležaja i red	Koeficijent f_0 za podmazivanje u uljnom kupatilu
Kruti kuglični ležaj	1,5...2	Igličasti ležaji NA48,NA49 NA69	5...5,5 10
Samoudesivi kuglični ležaj 12 13 22 23	1,5 2 2,5 3	Konusno valjkasti ležaj 302, 303,313 329, 320, 322, 323	3 4,5
Jednoredni kuglični ležaj sa Kosim dodirom 72 73	2 3	Samoudesivi valjkasti ležaj 213, 222 223, 230, 239 231, 232	3,5...4 4,5 5,5...6
Dvoredi kuglični ležaj sa Kosim dodirom 32 33	3,5 6	240, 241	6,5...7
Kuglični ležaj sa dodirom u četiri tačke	4	Aksijalni kruti kuglični ležaj 511, 512, 513, 514 522, 523, 524	1,5 2

Vrsta ležaja i red	Koeficijent f_0 za podmazivanje u uljnom kupatilu	Vrsta ležaja i red	Koeficijent f_0 za podmazivanje u uljnom kupatilu
Cilin.valjk. ležaj sa kavezom 2,3,4,10 22 23 30	2 3 4 2,5	Aksijalni cilind. valjkasti ležaj 811 812	3 4
Punovaljkasti ležaj NCF18V NCF18V NCF22V NCF29V NCF30V NNC48V,NNCL48V NNC49V,NNCL49V NJ23VH NNF50V	5 5 8 6 7 9 11 12 13	Aksijalni igličasti ležaj Aksijalni samoudesivi valjkasti ležaj 292E 293E 294E	5 2,5 3 3,3

Moment trenja zavistan od opterećenja izračunava se po sledećoj jendačini:

$$M_1 = f_1 P_1 d_m \quad \text{u Nm} \quad (5)$$

f_1 - koeficijent, koji uzima u obzir veličinu opterećenja (tabela 7)

P_1 - merodavno opterećenje za M_1 (tabela 7) u N

$$d_m = \frac{(d + D)}{2} \quad \text{- srednji prečnik ležaja u mm}$$

Koeficijent f_l je kod kugličnih i samoudesivih valjčanih ležaja izražen zbog zakrivljenosti dodirnih površina (kotrljajno telo- staza kotrljanja) i iskazuje se $\left(\frac{P_{0^*}}{C_0}\right)^s$; kod cilindrično valjčanih i konusno valjčanih ležaja koeficijent f_l je konstantan. P_0 predstavlja statičko ekvivalentno opterećenje pri radnom opterećenju dok je C_0 statička nosivost.

Veličina eksponenta s kod kugličnih ležaja zavisi od trenja između kotrljajnog tela i kotrljajne staze; za kuglične ležaje sa manjim trenjem „spin efekat“ $s=0,5$; kod kugličnih ležaja sa izraženim „spin efektom“ kao npr. kod kugličnih ležaja sa kosim dodirom sa uglom dodira $\alpha_0=40^\circ$ ili $\alpha_0=60^\circ$, $s=0,33$. Što su ležaji veći to su kotrljajna tela manja u odnosu na srednji prečnik ležaja d_m . Merodavno opterećenje P_l uzima u obzir da se moment trenja M_l menja sa uglom opterećenja po sledećoj formuli:

$$\beta = \arctan\left(\frac{F_a}{F_r}\right) \quad (6)$$

Zbog pojednostavljenja proračuna uvodi se pomoćni aksijalni faktor Y , koji isto tako zavisi od $\frac{F_a}{F_r}$ kao i od ugla dodira α . [19].

Tabela 7. Faktori za proračun momenta trenja zavisnog od opterećenja M_l [19]		
Vrsta ležaja, red	f_{l^*}	P_l^1
Kruti kuglični ležaji	$0,0005...0,0009 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	Fr ili $3,3F_a - 0,1Fr^2$
Samoudesivi kuglični ležaji	$0,0003 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,4}$	Fr ili $1,37 F_a / e - 0,1Fr^2$
Kuglični ležaji sa kosim dodirom		
jednoredni , $\alpha=15^\circ$	$0,0008 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	Fr ili $3,3F_a - 0,1Fr^2$
jednoredni , $\alpha=25^\circ$	$0,0008 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	Fr ili $1,9F_a - 0,1Fr^2$
jednoredni , $\alpha=40^\circ$	$0,001 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,33}$	Fr ili $1,0F_a - 0,1Fr^2$
dvoredni ili uapareni jednoredni	$0,001 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,33}$	Fr ili $1,4F_a - 0,1Fr^2$
Kuglični ležaji sa dodirom u četiri tačke	$0,001 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,33}$	$1,5 F_a + 3,6Fr$
Cilindrično valjčani ležaji sa kavezom	$0,0002...0,0004$	Fr^3
Cilindrično valjčani ležaji punovaljčani	$0,00055$	Fr^3
Igličasti ležaj	$0,00055$	Fr
Konusovaljčani ležaji jednoredni	$0,0004$	$2YF_a$ ili Fr^2
Konusovaljčani ležaji dvoredni, ili dva jednoredna postavljena u „X“ ili „O“ poredku	$0,0004$	$1,21F_a / e$ ili Fr^2
Samoudesivi ležaji		
Reda 213,222	$0,0005 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,33}$	$1,6 F_a / e$, ako je $F_a / Fr > e$
Reda 223	$0,0008 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,33}$	ili
Reda 231,240	$0,0012 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	$Fr \{1 + 0,6[F_a / (e \cdot Fr)]^3\}$
Reda 230,239	$0,00075 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	ako je
Reda 232	$0,0016 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	$F_a / Fr \leq e$
Reda 241	$0,0022 \cdot (P_{0^*} / C_0)^{0,5}$	
Aksijalni kruti kuglični ležaji	$0,0012 \cdot (F_a / C_0)^{0,33}$	F_a
Aksijalni cilindrično – valjčani ležaji	$0,0015$	F_a
Aksijalni igličasti ležaji	$0,0015$	F_a
Aksijalni samoudesivi valjčani ležaji	$0,00023...0,00033$	F_a (gde je $Fr \leq 0,55 F_a$)

Fusnota za tabelu 7

P_{0^*} statičko ekvivalentno opterećenje pri radnom opterećenju u N

C_0 statička nosivost u N

F_a aksijalna komponenta dinamičkog opterećenja ležaja u N

Fr radijalna komponenta dinamičkog opterećenja ležaja u N

Y, e faktori

^{*}) veća vrednost za šire redove

¹⁾ ako je $P_l < Fr$ onda se računa sa $P_l = Fr$

²⁾ upotrebiti veću vrednost

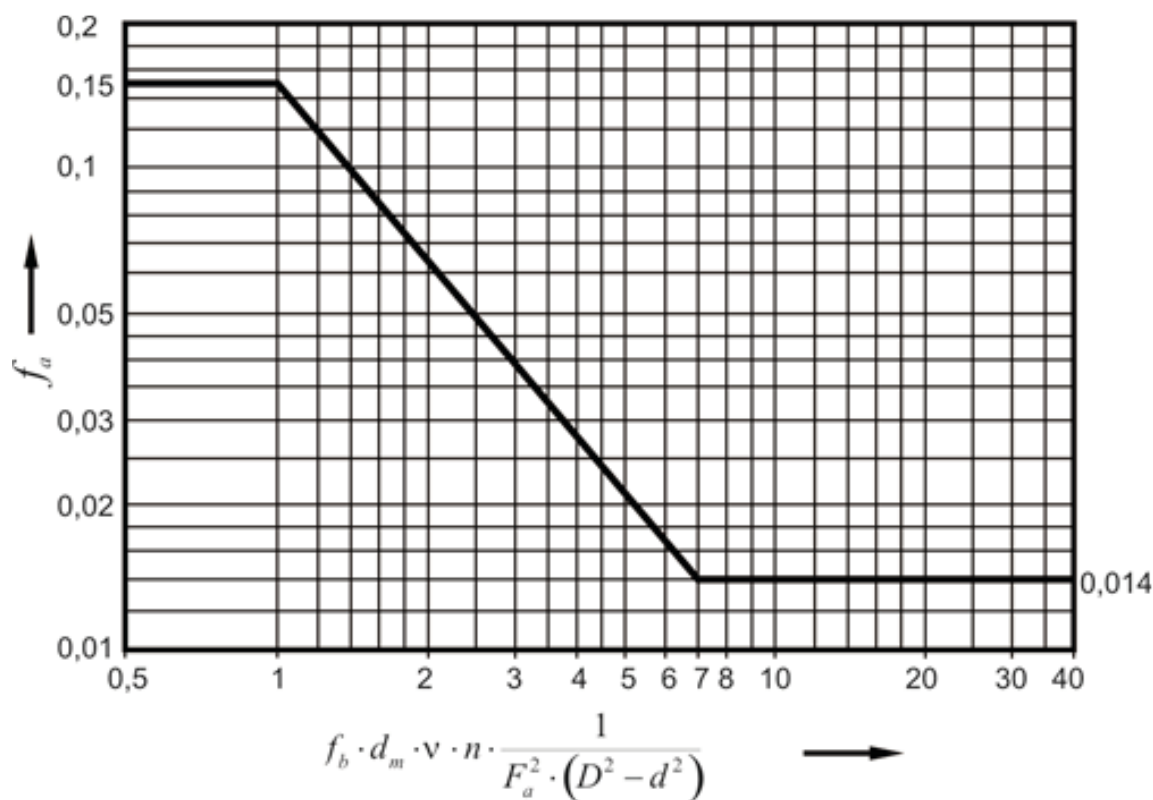
³⁾ Samo radijalno opterećeni ležaj. Kod cilindrično valjčanih ležaja koji su dodatno aksijalno opterećeni treba još dodati M_a pri proračunu momenta trenja: $M = M_0 + M_l + M_a$

Pri izračunavanju momenta trenja kod cilindrično-valjčanih ležaja koji će biti takođe i aksijalno opterećeni treba dodati još i moment trenja zavistan od aksijalnog opterećenja M_a , tako da dobijamo sledeću jednačinu:

$$M = M_0 + M_1 + M_a \text{ u Nmm} \quad (7)$$

$$M_a = f_a \cdot 0,06 \cdot F_a \cdot d_m \text{ u Nmm} \quad (8)$$

f_a - parametar, zavisi od aksijalne sile F_a i stanja podmazivanja (slika 34.)



Slika 34. Dijagram za određivanje parametra trenja f_a za izračunavanje momenta trenja M_a zavisnog od aksijalnog opterećenja kod cilindrično-valjčanih ležaja koji su aksijalno opterećeni [19]

$f_b d_m v n \frac{1}{F_a^2 (D^2 - d^2)}$ dobija sa sledećim veličinama:

$$f_b = \begin{cases} 0,0048 & \text{za ležaje sa kavezom i} \\ 0,0061 & \text{za punovaljčane ležaje bez kaveza} \end{cases}$$

$$d_m = 0,5(D + d) \quad - \text{ srednji prečnik ležaja u mm}$$

v - radna viskoznost ulja odnosno osnovnog ulja masti (slika 35) u mm^2/s

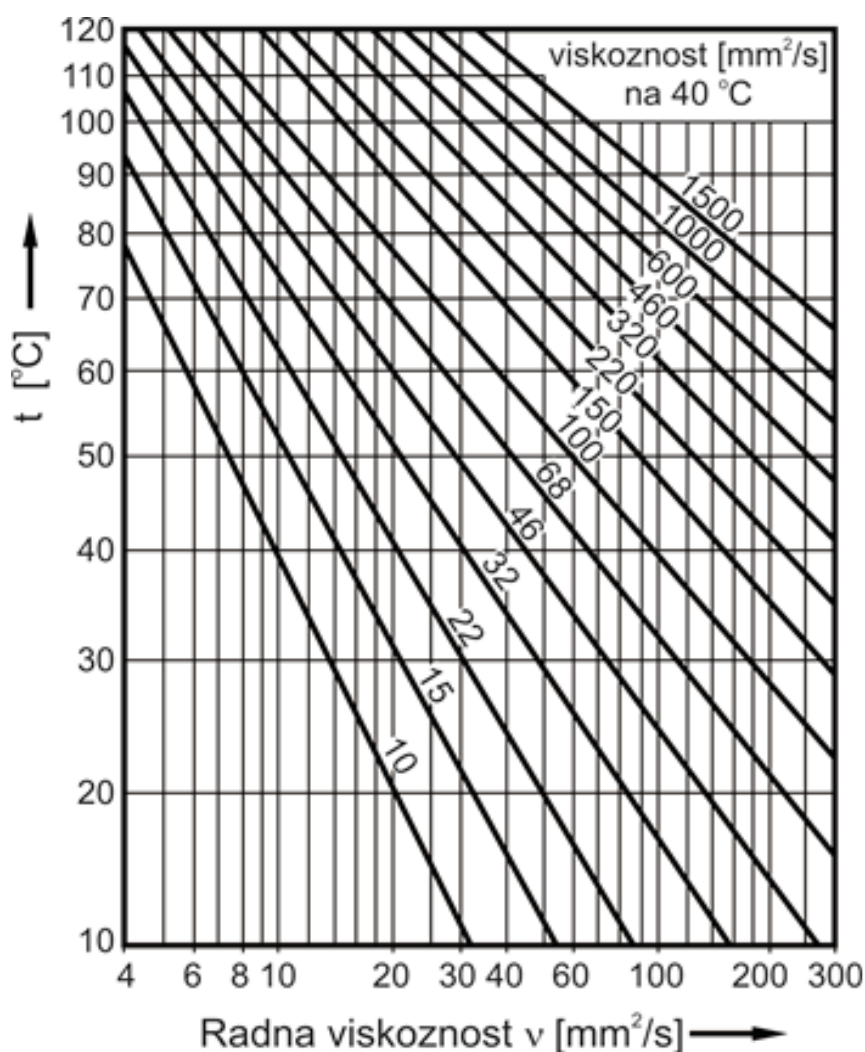
n - učestanost obrtanja unutrašnjeg prstena u min^{-1}

F_a - aksijalna sila u N

Sa navedenim izrazima se može tačno odrediti moment trenja u uležištenju. U praksi su moguća odstupanja ako se ne održi potrebni određeni nivo podmazivanja ili ako dođe do pojave mešovitog trenja. Optimalno stanje podmazivanja u radnim uslovima neće biti uvek dostignuto.

Moment koji se javlja u ležajima pri samom uključivanju mašine i njenom ubrzavanju može značajno da bude preko proračunatih vrednosti. Pre svega se ovo javlja u slučajevima kada je prisutna hladnoća i kada je ležaj zatvoren gumenim zaptivačima.

Kod ležaja sa gumenim zaptivačima treba uzeti u obzir i dodatni moment trenja koji se javlja na zaptivačima i koji treba dodati na proračunati moment trenja u ležaju. To se obično postiže preko faktora koji uzima u obzir trenje na zaptivačima. Tako npr. kod malih ležaja koji su podmazani mašću ovaj faktor može biti veći od 4 (npr. kod ležaja 6201 podmazan standardnom mašću), kod većih ležaja ovaj faktor može biti približno 1,5 (npr. kod ležaja 6216 podmazan standardnom mašću). Moment trenja zaptivača jako zavisi od konzistencione klase masti kao i od učestanosti obrtanja. Kod podmazivanja uljem ovaj faktor je značajno manji [19].



Slika 35. Dijagram za određivanje radne viskoznosti ulja v/t [19]

4.3 Temperatura

Radna temperatura uležištenja odnosno ležaja zavisi od trenja u ležaju, trenja na zaptivačima, eventualnog stranog izvora toplote, kao i od odvoda toplote kroz postojeće delove na okolinu. Nakon ubrzavanja (startovanja mašine) temperatura raste i ostaje konstantna čim se uravnoteži nastala i odvedena toplota (temperatura uravnoteženja-bilansa).

4.3.1 VISINA RADNE TEMPERATURE

Radna temperatura najpre zavisi od eventualnog postojećeg izvora toplote koju uležištenje odnosno ležaj pri srednjem broju obrtaja i opterećenju prima, zato što trenje u ležaju nije tako veliko. U tabeli 8. su navedene prosečne temperature uležištenja.

Tabela 8. Radna temperatura uležištenja kod različitih mašina, pri temperaturi okruženja 20°C. [19]

Uležištenje	Radna temperatura ≈ °C	Uležištenje	Radna temperatura ≈ °C
Vratilo na kome je nož kod mašine za hoblovanje	40	Ravne brusilice	55
Stona bušilica	40	Vagoni putničkog voza	60
Horizontalna bušilica	40	Mlinovi čekićari	60
Vratilo kružne testere	40	Vibro-motori	70
Vreteno struga	50	Vibro-sita	80
Karusel strug	50	Mlin	80
Vreteno kod mašine za obradu drveta	50	Potisni ležaj propelera broda	80
Mašina za hartiju	55	Vibracioni valjci	90
Potporne rolne traka kod mlinova	55		

Temperatura koju može da primi kotrljajni ležaj je ponekad znatno veća. Kao primer za to u tabeli 9. su dati primeri uležištenja koja se dodatno zagrevaju iz spoljne sredine [19].

Tabela 9. Radne temperature uležištenja koja se dodatno zagrevaju spolja [19]

Uležištenje	Izvor zagrevanja spolja	Radna temperatura ležaja ≈ °C
Elektro motor	Električno zagrevanje ankera Hlađenje kućišta cirkulacijom vazduha	80...90
Cilindar za sušenje kod mašine za papir	Vrela para 140..150°C koja prolazi kroz klinove za pričvršćivanje ležaja	120...130
Ventilatori vrelog gasa	Provođenje vrelog gasa od turbine kroz vratilo do ležaja	90
Turbo-kompresori	Odvod kompresovane toplote kroz vratilo	120
Radilica kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem	Odvod toplote nastale unutrašnjim sagorevanjem kroz radilicu (ohladoeno kućište)	120
Mašina za brizganje plastičnih masa	Dovod 200...240 °C koji potiču od otopljene plastične mase, kroz klinove ležaja	180
Ležaj točka kolica kod peći	Zračenje i provođenje toplote u samoj topionici	200...300

Očekivana radna temperatura je važna za tumačenje uležištenja, podmazivanja, zaptivanja itd. Temperatura u ležaju t u stanju ravnoteže se može izračunati iz jednačine za proizvedeni toplotni fluks (toplotna struja) Q_R u W u ležaju i odvedeni toplotni fluks iz ležaja u okolinu (toplotna struja) Q_L u W. Temperatura ležaja u mnogome zavisi od odnosa prenosa toplote između ležaja, elemenata konstrukcije i spoljne sredine tj. okoline. Ako su poznati zahtevani koeficijenti K_t (faktor hlađenja) i q_{LB} (specifična gustina toplotnog fluksa) koji se eventualno mogu dobiti eksperimentalno, onda se temperatura u ležaju može sračunati iz toplotnog bilansa.

Toplotni fluks stvoren u ležaju zbog trenja Q_R u W sračunava se iz momenta trenja u ležaju M u Nmm i broja obrtaja n u min^{-1} . Moment trenja u ležaju definisan je jednačinom 2.

$$Q_R = 1,047 \cdot 10^{-4} n \cdot M \quad (9)$$

Odvedeni toplotni fluks iz ležaja u spoljnu okolinu Q_L u W se proračunava iz razlike temperatura u ležaju t i temperature okoline t_u kao i iz veličine površina preko kojih se vrši prenos toplote a to su spoljna površina spoljnjeg prstena ($D \cdot \pi \cdot B$) i unutrašnja površina unutrašnjeg prstena ($d \cdot \pi \cdot B$) uzimajući u obzir uobičajnu gustinu toplotnog fluksa za normalne uslove rada q_{LB} (slika 36), kao i faktor hlađenja K_t .

$$Q_L = q_{LB} \left[\left(\frac{t - t_u}{50} \right) ^\circ\text{C} \right] K_t \cdot 2 \cdot 10^{-3} d_m \pi B \quad (10)$$

q_{LB} - specifični toplotni fluks (slika 36) u kW/m^2

$d_m = \left(\frac{D + d}{2} \right)$ - srednji prečnik ležaja u mm

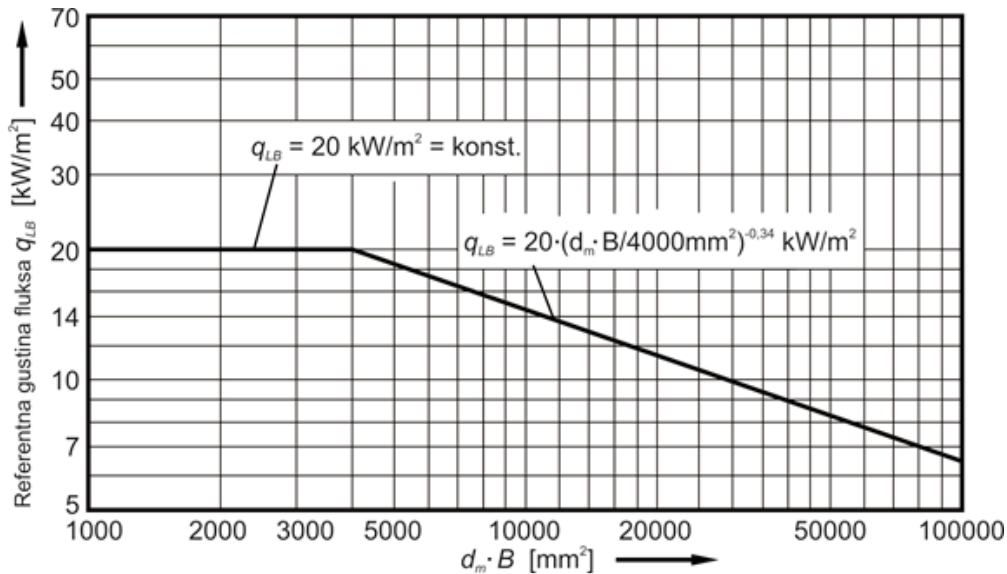
B - širina ležaja u mm

faktor hlađenja (0,5...2,5)

$K_t =$ 0,5- pri lošem odvodu toplote (toplo okruženje, dodatni izvori toplote)
1 - pri normalnom odvodu toplote
2,5- pri jako dobrom odvodu toplote (vazdušno hlađenje) [19]

Kod cirkulacionog uljnog podmazivanja ulje odvodi dodatnu toplotu. Odvedena toplota Q_{ulje} dobija se iz ulazne temperature t_E , izlazne temperature t_A , gustine ρ , specifičnog toplotnog kapaciteta c ulja i iz protoka ulja u jedinici vremena m [cm^3/min]. Gustina ulja normalno iznosi 0,86 do 0,93 [kg/dm^3], dok je specifična entropija c zavisno od tipa ulja između 1,7 i 2,4 [kJ/kgK].

$$Q_{ulje} = \frac{m \rho c (t_A - t_E)}{60} \text{ u W} \quad (11)$$



Slika 36. Dijagram specifičnog toplotnog fluksa kod ležaja za slučaj temperature spoljnjeg prstena ležaja 70 °C, pri temperaturi okruženja 20 °C i opterećenju koje je 4...6% od C_0 (statičke nosivosti) [19]

Kod većine mineralnih ulja sa $\rho=0,89$ [kg/dm³] i $c=2$ [kJ/kgK] toplotni fluks koji odvodi ulje može se sračunati po uprošćenoj formuli:

$$Q_{ulje} = 30 \cdot V_{ulje} (t_A - t_E) \quad \text{u W} \quad (12)$$

V_{ulje} - protok ulja u min⁻¹

Temperatura ležaja se može dobiti po sledećoj formuli:

$$Q_R = Q_L + Q_{ulje} \quad \text{u W} \quad (13)$$

Rezultati jednog ovakvog proračuna su najčešće neprecizni jer veličine koje se koriste u proračunu posebno toplotni fluks i faktor hlađenja nisu tačno i dovoljno precizni. Čak da se proračun radi i metodom konačnih elemenata ne bi se dobili precizni rezultati npr. kod proračuna toplote u zahvatu dva zupca zupčastog para ili ako bi se htelo da utvrdi međusobni uticaj više uležištenja. Najpouzdaniji način za proračun je da se prvo eksperimentalno utvrdi temperatura uravnoteženja. Iz nje se dalje mogu odrediti svi potrebni faktori za prenos toplote. Sa njima se onda dovoljno tačno može za uporedljive uslove ugradnje i uslove rada odrediti temperatura uravnoteženja za različite vrste ležaja pri različitim opterećenjima i učestanostima obrtanja.

4.3.2 TEMPERATURNI RAZLIKA IZMEĐU UNUTRAŠNJEG I SPOLJNJEG PRSTENA

U toku rada i pod normalnim uslovima tj. da vratilo nije ohlađeno i da kućište nije zagrejano, temperatura unutrašnjeg prstena je nešto veća od temperature spoljnjeg prstena. To je zbog veće površine spoljnjeg prstena sa koje se intenzivnije odvodi toplota. U prilog tome isto tako je činjenica da je toplotno naprezanje veće na unutrašnjem nego na spoljnjem prstenu. Ovo ima za posledicu da je radijalni zazor u ležaju koji radi manji nego li kod ležaja koji je ugrađen i nije bio u pogonu. Ova činjenica se mora uzeti u obzir pri izboru konstrukcionog izvođenja ležaja odnosno pri izboru veličine radijalnog zazora.

Ako ležaj i njegovo okruženje neće biti ohlađeni ili zagrejani, može se uopšteno računati na temperaturnu razliku 5...10K i više.

U slučajevima gde postoji npr. hlađenje kućišta (npr. vazdušno hlađenje kod vozila) može se očekivati veća temperaturna razlika 15...20K i više. U takvim slučajevima ne sme se prevideti činjenica da temperaturna razlika između spoljnjeg i unutrašnjeg prstena može biti smanjena i putem ulja koje cirkuliše. Jako teško je odrediti temperaturnu razliku kada postoji zagrevanje vratila i kućišta putem stranih izvora toplote. Najčešće se pribegava utvrđivanju koji prsten će u toku rada primati veću temperaturu. Npr. kod pogonskih vratila toplota se prenosi od zupčanika preko vratila na unutrašnji prsten ležaja. Ležaji radilice kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem su pod uticajem toplote nastale od opterećenja i još toplote koju zrači komora u kojoj se vrši sagorevanje. U svim ovim slučajevima ne sme se prevideti i toplota od trenja na zaptivačima. Temperaturna razlika se ovde može oceniti samo na osnovu već dobijenih vrednosti koje su izmerene na mašinama ili uređajima iste konstalacije koji su imali iste ili slične radne uslove.

5. Definisanje matematičkog modela za analizu toplotnog ponašanja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF

5.1 Opšta načela u oblasti kotrljajnih ležaja

Danas je nezamislivo naći neki uređaj ili mašinski sistem koji u sebi kao podsklop tj. sastavni deo nema kotrljajne ležaje. Pošto su potrebe različite, to je i ponuda palete kotrljajnih ležaja jako velika. U principu se ležaji mogu podeliti u dve osnovne grupe: klizne i kotrljajne. Ova podela napravljena je u odnosu na kotrljajna tela.

Kod kliznih ležaja u principu ne postoji kotrljajno telo već je vratilo/ osovina direktno ubačeno u klizni ležaj (čauru) i na taj način je izvršeno uležištenje. Klizni ležaji se odlikuju jednostavnom konstrukcijom koja se sastoji od čaure koja je sa unutrašnje strane prevučena antifrikcionim slojem (najčešće u osnovi je polytetrafluoroethylene PTFE sa dodatkom odgovarajućih aditiva).

Kotrljajni ležaji su daleko rasprostranjeniji u odnosu na klizne. Po svojoj konstrukciji su složeniji i u sebi, zavisno od tipa ležaja, imaju različita kotrljajna tela (kuglice, valjčiće, iglice, konusne valjčiće, bačvice). Ovaj tip ležaja je našao svoju široku primenu jer svoj princip rada bazira na kotrljanju koje samo po sebi nudi znatno manje trenje uz mogućnost veće učestanosti obrtanja.

Radne sposobnosti kotrljajnih ležaja direktno utiču na pouzdanost i tačnost rada mašinskog sistema u koji su ugrađeni. Ovde treba napomenuti da kotrljajni ležaji mogu ostvariti svoje projektovane karakteristike samo u idealnim radnim uslovima, što svakako nije moguće obezbediti [20]. Iz tog razloga će u ovoj disertaciji biti predstavljeno programsko rešenje koje će već u fazi projektovanja moći da predvidi ponašanje ležaja u eksploatacionim uslovima.

5.2 Polazne osnove tehničkog rešenja

Model kugličnog ležaja je jako složen sistem koji u sebi sadrži veliki broj ulaznih i izlaznih parametara u kome se odvijaju kompleksni fizičko- hemijski procesi. Iz tog razloga je nemoguće napraviti jedinstveni model za analizu ponašanja ležaja u eksploatacionim uslovima. Zato se u model kugličnog ležaja veća pažnja posvećuje parametrima koji utiču na ležaj u toku eksploatacije [21]. Najuticajniji parametri na ponašanje ležaja su: promena ugla zazora ili preklopa, raspodela opterećenja na kotrljajnim telima, nivo vibracija, veličine kontaktnih napona i deformacija, geometrijska nesavršenost staza kotrljanja itd. [22]. Pri analizi svih parametara sveobuhvatni statičko- dinamički model se razlaže na podmodele. Pri tome se vodi računa o karakteru fizičkih pojava [21].

Za analizu ponašanja ležaja će biti primenjen matematički model koji se sastoji od pet podmodela: statičkog, dinamičkog, tribološkog toplotnog i modela za određivanje radnog veka ležaja [21-23]. U statičkom modelu se definiše: ugao kontakta kotrljajnih tela sa stazama kotrljanja, opterećenja pojedinih kotrljajnih tela, raspodela spoljašnjeg opterećenja, intezitet i krutost ležaja. Sistem jednačina kretanja prstenova i

kotrljajnih tela u funkciji vremena biće definisan u dinamičkom modelu. Izlazni podatak iz ovog modela je spektar vibracija elemenata ležaja. Trenje i habanje staza kotrljanja će biti opisano u tribološkom modelu. Tribološki model je jako kompleksan i obuhvata statiku, kinematiku i dinamiku ležaja uključujući i hidrodinamičko podmazivanje. Zbog same složenosti ovog modela nemoguće je postojanje opšteg tribološkog modela. Nastajanje i rasprostiranje toplote u elementima ležaja biće definisano u toplotnom modelu. Metodom konačnih elemenata ili konačnih razlika se može izvršiti proračun temperaturnih polja i toplotnih dilatacija elemenata ležaja. Radni vek kao i statička i dinamička nosivost ležaja biće definisani u modelu za određivanje radnog veka ležaja. Model Palmgren-Ludenberg-a je prvi model za određivanje radnog veka ležaja a baziran je na teoriji razaranja Weibull-a. Ovaj model je kasnije postao osnova ISO standarda za određivanje radnog veka ležaja. Ovim pitanjem su se kasnije bavili drugi autori Harris [24-25], O'Brien [26], Zaretsky [27]. Pomenuti autori su mahom davali modifikovane modele uvođenjem dodatnih korektivnih faktora na osnovni model razaranja kotrljajnih ležaja, ali su na kraju eksperimentalna istraživanja dokazala da se nijedan od njih može generalizovati na sve ležaje i njihove uslove rada.

Sveobuhvatnije opisivanje karakteristika i ponašanja ležaja u eksploatacionim uslovima je osnovni zadatak matematičkih modela. Sveobuhvatnost podrazumeva uključivanje što je moguće većeg broja uticajnih faktora i pojava tokom eksploatacije. Isto tako matematički model treba da definiše funkcionalnu zavisnost između ulaznih i izlaznih parametara koji opisuju ležaj u skladu sa konstrukcionim, eksploatacionim i tehnološkim zahtevima [28].

Uopšteno gledano sve matematičke modele za analizu ponašanja ležaja možemo podeliti u tri oblasti [20]:

1. Model za istraživanje statičkog ponašanja
2. Model za istraživanje toplotnog ponašanja
3. Model za istraživanje dinamičkog ponašanja

5.2.1 MODEL ZA ISTRAŽIVANJE STATIČKOG PONAŠANJA

Harris T.A [24-25] daje obiman teorijski pregled kotrljajnih ležaja. Osnove u oblasti osobina kotrljajnih ležaja i primene konstrukcije dali su Harris, T.A., Michael N. K. [29]. Oni su dali matematički opis kinematike, kontaktnih napona i deformacija, unutrašnje i spoljašnje geometrije ležaja, raspodele opterećenja, trenja i podmazivanja ležaja. Eksploataciju u ekstremnim uslovima dalje istražuje Harris, T.A., Michael N. K. [30]. Obrađivani su ležaji koji su opterećeni izrazitim dinamičkim i složenim opterećenjem i koji su namenjeni za veliku učestanost obrtanja. U ovom radu je prikazan model za raspodelu opterećenja u uslovi- ma velike učestanosti obrtanja, kombinovanog opterećenja a pri tome su razmatrane i inercijalne sile koje deluju na kuglice. Predstavljeni model uzima u obzir podmazivanje i trenje na stazama kotrljanja.

Model za određivanje elasto- deformacionih osobina idelanih ležaja (bez grešaka mikro i makro geometrije) prstenova i kuglica je dao Jones [31]. Njegov rad je kasnije nastavio i dopunio Harris [32]. U osnovi je teorija Hertz- ovih kontaktnih napona ali se istovremeno uzima i dejstvo centrifugalne sile i girkopskog momenta na kuglicu. Ideja je bila da se na svakoj kuglici ležaja formira sistem jednačina koji će biti rešavan u zavisnosti od vremena. Pomoću ovog modela će biti objašnjena mehanika kotrljajnih ležaja gde se ležaj posmatra kao statički nelinearni elastični sistem. Houpert je [33-34] dopunio rad Harris-a na sistem sa pet stepeni slobode za jednodredne kuglične ležaje. Za ulazne podatke uzeta su relativna pomeranja prstenova a ne sile i momenti.

Dosta autora proučava kontaktne sile i deformacije bazirajući se pri tome na Hertz-ovu teoriju kontakta [29, 35], ili upotrebom eliptičnih integrala [36], [37]. Analitička veza između sile i deformacije je data u radu [38]. Numeričke metode su dosta korišćene za rešavanje i određivanje opterećenja [39], matrice krutosti [33], promene ugla kontakta [40], [35]. Teorijsko određivanje krutosti kugličnog ležaja koji je opterećen konstantnom koncentričnom radijalnom silom dali su Tamura i dr. [41].

Gargiulo [42] je postavio novi sistem jednačina pomoću kojih se određuje početna krutost kotrljajnih elemenata.

Metode za približno određivanje funkcionalne zavisnosti ugla kontakta na spoljašnjem i unutrašnjem prstenu ležaja od prednapreznja i brzine pri promenljivoj prednapreznju dao je Antoine i saradnici [40,36]. I njihove metode bazirane su na Hertz-ovoj teoriji kontakta. U ovom radu je predpostavljeno da je sila prednapreznja konstantna i da nema uticaj na brzinu i promenu ugla kontakta. Kod rešavanja sistema jednačina usvojeno da na određenoj brzini i pri određenom prednapreznju postoji samo poništavanje aksijalnog zazora, tj. da nema aksijalnih deformacija.

Kang i dr. [43] su iskoristili metodu konačnih elemenata i empirijske relacije da modifikuju vezu tj. eksponent između opterećenja i deformacija u Hertz- ovoj teriji kontakta koja dalje daje ulazne podatke za John- Hariss- ovu metodu.

Matrice krutosti složenih mehaničkih sistema za predviđanje statičkog ponašanja, opterećenja i raspodele napona definisao je Bourdon A. i dr. [38,44]. Ove matrice važe za kuglične i valjčane ležaje. One su pokazale da su deformacije prstena ležaja značajno uticale na promenu ugla kontakta i raspodelu opterećenja.

5.2.2 MODEL ZA ISTRAŽIVANJE TOPLOTNOG PONAŠANJA

Početni zazori, toplotne deformacije elemenata ležaja, uslovi hlađenja su faktori koji utiču na toplotno ponašanje ležaja. Posmatrano ležaj kao individualni sistem se sastoji od prstenova, kaveza kotrljajnih tela i zaptivača. Kada je ležaj operativan usled trenja se javlja i toplota koja se prenosi kroz sve njegove elemente. Generisana toplota u ležaju direktno utiče na promenu kontaktnog pritiska u ležaju, a preko toga se dalje utiče na granične uslove a to su toplotna kontaktna provodljivost, prigušenje, dinamička krutost, količina razvijene toplote.

Analizu temperaturnog polja glavnog vretena je uradio Bossmanns [45]. On je kompletnu analizu uradio uvažavajući mehanizme prenosa toplote. Uležištenje vretena je izvedeno pomoću hibridnih ležaja (sa kermačkim kuglicama). Bitno je napomenuti da su u samoj analizi giroskopski i centrifugalni efekti bili zanemareni.

Model toka energije su dali Bossmanns i Tu [46]. To je jedan od prvih modela koji definiše toplotno-mehanički sistem visokobrzinski ležaja. Sam model uključuje u analizu razvijenu toplotu na ležajima sa kosim dodirom, učestanost obrtanja, razvijenu toplotu usled podmazivanja, generisanu toplotu od pogonskog elektromotora i toplotu od viskoznog smicanja vazduha pri obrtanju elemenata ležaja. U analizi je zanemarano prednapreznje ležaja.

Toplotni model je od strane Chi, Tu i Kamman [47] proširen. Proširenje se odnosi na menjanje krutosti ležaja i prednapreznje. Prošireni model je pokazao da porast temperature utiče na promenu sile prednapreznja do 44%. Sa proširenjem je dobijen kombinovani model koji je analiziran metodom konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata je pokazala promenu dinamičkih karakteristika vretena nakon toplotnog širenja.

Toplotno ponašanje ležaja (sa kosim dodirom) za uležištenje glavnih vretena istražili su Jędrzejewski, J, i saradnici [48, 49]. Analizirani su ležaji sa čeličnim i keramičkim kuglicama sa različitim uslovima hlađenja. U zaključku rada je konstatovano da promena prednaprezanja dolazi sa promenom temperature.

Model za predikciju toplotno elastičnog ponašanja i višekriterijumsku optimizaciju glavnog vretena uležištenog kugličnim ležajem sa kosim dodirom dali su Kim S., i Lee S., u [50]. Model uzima u obzir zavisnost od broja obrtaja, uslova hlađenja, geometrijskih parametara i toplotnih deformacija. Definisane numeričke relacije za nestacionarno toplotno elastično ponašanje kao i optimizacijske promenljive izvršeno je putem eksperimentalne metodologije.

Min X. i dr. [51] zaključuju na osnovu modela iz rada [45] da se toplotna otpornost kontaktna otpornost i promena količine razvijene toplote sa temperaturom ne mogu zanemariti u analizi toplotnog ponašanja ležaja. Oni u svom radu istražuju porast temperature na kućištu u blizini ležaja. Kao glavni izvor toplote u analizi je uzeta količina generisane toplote na ležajima. U poređenju sa eksperimentalnim rezultatima, ovaj model daje bolje tj. približnije rezultate nego li modeli koja ne uzimaju u obzir pomenute parametre.

U svom radu Sun, M. i dr. [52] predstavljaju model koji uzima u razmatranje izvor toplote promenljiv sa vremenom, kontaktnu provodljivost i prednaprezanje. U radu je istraživana uticaj toplotnih deformacija na krutost glavnog vretena. Statičke i dinamičke karakteristike ležaja predstavljene su prema konceptu toplotno elastične zatvorene petlje. U modelu je menjan kontaktni pritisak u ležaju koji se može izračunati na osnovu toplotnih i mehaničkih karakteristika kao što su npr.: uslovi hlađenja, izvori toplote, početni zazor između spoljašnjeg prstena i kućišta i unutrašnjeg prstena i glavnog vretena.

5.2.3 MODEL ZA ISTRAŽIVANJE DINAMIČKOG PONAŠANJA

Istraživanje dinamičkog ponašanja ležaja se koristi da bi se smanjila buka i vibracije, da bi se povećao radni vek ležaja, krutost, brzohodnost, tačnost obrtanja kao i da bi se razvile metode za dijagnostiku i praćenje ležaja. U toku rada na ležaj deluju različite sile koje uzrokuju elastične deformacije.

Inercijalne sile se sa kotrljajnih tela prenose na kavez. Zbog toga dolazi do naknadnog pomeranja kuglica koje nakon toga ne zauzimaju potpuno jednak- pravilan raspored pa i to dodatno utiče na dinamičko ponašanje ležaja i celog sklopa u koji je on ugrađen. Pomoću Hertz- ove teorije kontakta Nataraj i Harsha [53] definišu model za nelinearni kontakt između kaveza i kuglica. Ovaj model je Harsha [54] proširio uvođenjem broja kotrljajnih tela koja prenose opterećenje.

Harsha S. P. [55] je dao model za analizu vibracija usled uticaja zazora. Analiza u modelu se oslanja na Hertz-ove kontaktne sile i unutrašnje radijalne zazore i važi za tangencijalno kretanje kotrljajnih elemenata kao i unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena. Novina u ovom modelu je uvođenje rasporeda opterećenja od bezkontaktnog do kontaktnog stanja između kotrljajnih elemenata i spoljašnjeg prstena. Naime, autor je zaključio da se kontakt između kotrljajnih elemenata i prstena može posmatrati kao nelinearna opruga koja deluje samo pri sabijanju i kroz to ona simulira rezultujuću silu kao i kontaktnu deformaciju. Hertz-ova teorija elastičnih kontaktnih deformacija je u ovom modelu iskorišćena za definisanje nelinearne krutosti. Model uključuje i analizu uticaja radijalnog zazora na kotrljajne elemente.

Proširenje iz rada [55], daje Upadhyay i dr. u [56]. U ovom radu je vršeno ispitivanje dinamičkog ponašanja neuravnoteženog rotora koji je uležišten kotrljajnim ležajima sa prigušenjem. Ovde je posebno naglašen nelinearni aspekt. U analizi je razmatrana nelinearnost u sistemu rotor- ležaj kao i uticaj radijalnih zazora. Analiza je sagledala model oscilovanja sistema opruga koji u sebi ima mase i prigušenje.

Odnos prinudna/ sopstvena frekvencija sistema je iskorišćen za definisanje kretanja neuravnoteženog rotora koje može biti harmonično, pod harmonično, kvazi periodično u haotično. Kod uležištenja rotacionih delova može se sa sigurnošću očekivati nelinearno ponašanje. Kao što je već poznato ugaone brzine su promenljive kod svih rotacionih uređaja, pa je zbog toga potrebno uzeti u obzir i njihov uticaj. Iz tog razloga su Lioulios i Antoniadis [57] u svom radu analizirali promene ugaone brzine kod ležaja. U radu je razmatran dinamički model horizontalnog rotora. Horizontalni rotor je uležišten kugličnim ležajima sa odgovarajućim radijalnim zazorom. U analizi su uzete u razmatranje kontaktne sile između kuglica i prstena kao i unutrašnji radijalni zazor. Nelinearnu dinamičku analizu fleksibilnog rotora dali su Villa i dr. [58]. Rotor je neuravnotežen i uležišten kugličnim ležajima. Modelovanje kotrljajnih elemenata je sprovedeno pomoću modela sa dva stepena slobode. U analizi je uzeto u razmatranje kinematika kotrljajnih elemenata, unutrašnji zazor i nelinearnost zbog kontaktnih elemenata. Metoda harmonijskog balansa je iskorišćena za proračun periodičnog odziva sistema

Prenos vibracija ležaja analizirali su Čermelj i Boltemar [59]. Oni ležaj predstavljaju kao 3-D model sa tri stepena slobode. Ovaj model je iskorišćen za dobijanje dinamičkih osobina sistema. Pored toga ovaj model odvaja nelinearni model ležaja od linearnog modela vretena i kućišta.

Dinamički model kugličnih ležaja koji uzima u obzir uticaj kinematskih i statičkih parametara daju Crawford i Long [60]. Ovaj model analizira napon i naprezanje elemenata pod opterećenjem koje je indukovano prednaprezanjem, spoljašnjim aksijalnim i radijalnim opterećenjem, momentom, centrifugalnim i giroskopskim opterećenjem kotrljajnih tela. Model nudi šest stepeni slobode a kretanje kaveza je opisano rotacionim koordinatnim sistemom.

Model za određivanje odziva vibracija uzimajući u obzir talasastost staza kotrljanja su dali Choudhury i Tandon [61]. Predikciju spektra vibracija nastalih zbog zakošenja i ekcentričnosti staza kotrljanja kao i talasastosti spoljašnje staze kotrljanja daju Meyer i dr. [62]. Predlog modela sa pet stepeni slobode za ispitivanje talasastosti na vibracije ležaja dali su Jang i Jeong [63]. Isto tako su Jang i Jeong [64] u svom modelu analizirali uticaj centrifugalne sile i giroskopskog momenta na kuglice a u cilju određivanja vibracija usled talasastosti kuglica. Sinusoidnom funkcijom je prikazana talasastost kuglica koja je smeštena u poziciji vektora centra krivine putanje. Za proračun elastičnih deformacija kao i nelinearnih sila kontakta iskorišćena je Hertz-ova teorija kontakta.

Harsha i Kankar [65] definišu model sa dva stepena slobode koji daje nelinearni odziv vibracija usled talasastosti kotrljajnih tela a uzima u obzir i broj kotrljajnih tela. U svom radu [66] pomenuti autori na istom modelu sa dva stepena slobode analiziraju uticaj talasastosti staza kotrljanja na nelinearni odziv vibracija. Talasastost u ovom modelu je prikazana kao sinusna funkcija.

Modele koji uzimaju u obzir uzroke nelinearnosti kao što su npr. Hertz-ove kontaktne sile, promena deformacija i unutrašnjeg radijalnog zazora, talasastost kotrljajnih tela i staza kotrljanja definisali su Harsha i dr. u radu [66] za kuglične ležaje i Wang i dr. u [67] kao i Harsha u radu [68] za valjčaste ležaje.

Opšti dinamički model za analizu dinamičkih karakteristika rotora su dali Changqing i Qingyu [69]. Ovaj model uzima u razmatranje uticaj unutrašnjih zazora i talasastosti spoljašnje staze kotrljanja koja je obrtna. Model takođe uključuje uticaj centrifugalnih sila kuglica kao i giroskopskog momenta. Brzina kaveza je analizirana kao promenljiva u odnosu na vremenski parametar koji je dalje vezan sa obimnom brzinom kuglica.

5.3 Teorijske osnove za analizu ponašanja kugličnih ležaja

Da bi se pravilno i što preciznije uradila analiza ležaja potrebno je da se napravi model koji će uključiti što je moguće više različitih parametara koji utiču na funkcionalnost ležaja u samoj eksploataciji. Važniji parametri koji utiču na ponašanje ležaja u toku rada su: učestanost obrtanja, spoljašnja opterećenja koja utiču na dinamičke karakteristike ležaja, geometrijske nesavršenosti, elastične deformacije usled promene toplotnog stanja itd.

Modeliranje samog ležaja kao i svih procesa koji se dešavaju u njemu u toku rada je jako kompleksan zadatak, jer je većina pojava u operativnom stanju ležaja nelinearno.

Iz tog razloga je definisan opšti model za analizu kugličnih ležaja. On je izrađen na bazi sledećih matematičkih modela [20]:

1. statičkog,
2. toplotnog,
3. dinamičkog i
4. modela za određivanje veka ležaja.

5.3.1 MATEMATIČKI MODEL ZA ANALIZU KUGLIČNIH LEŽAJA

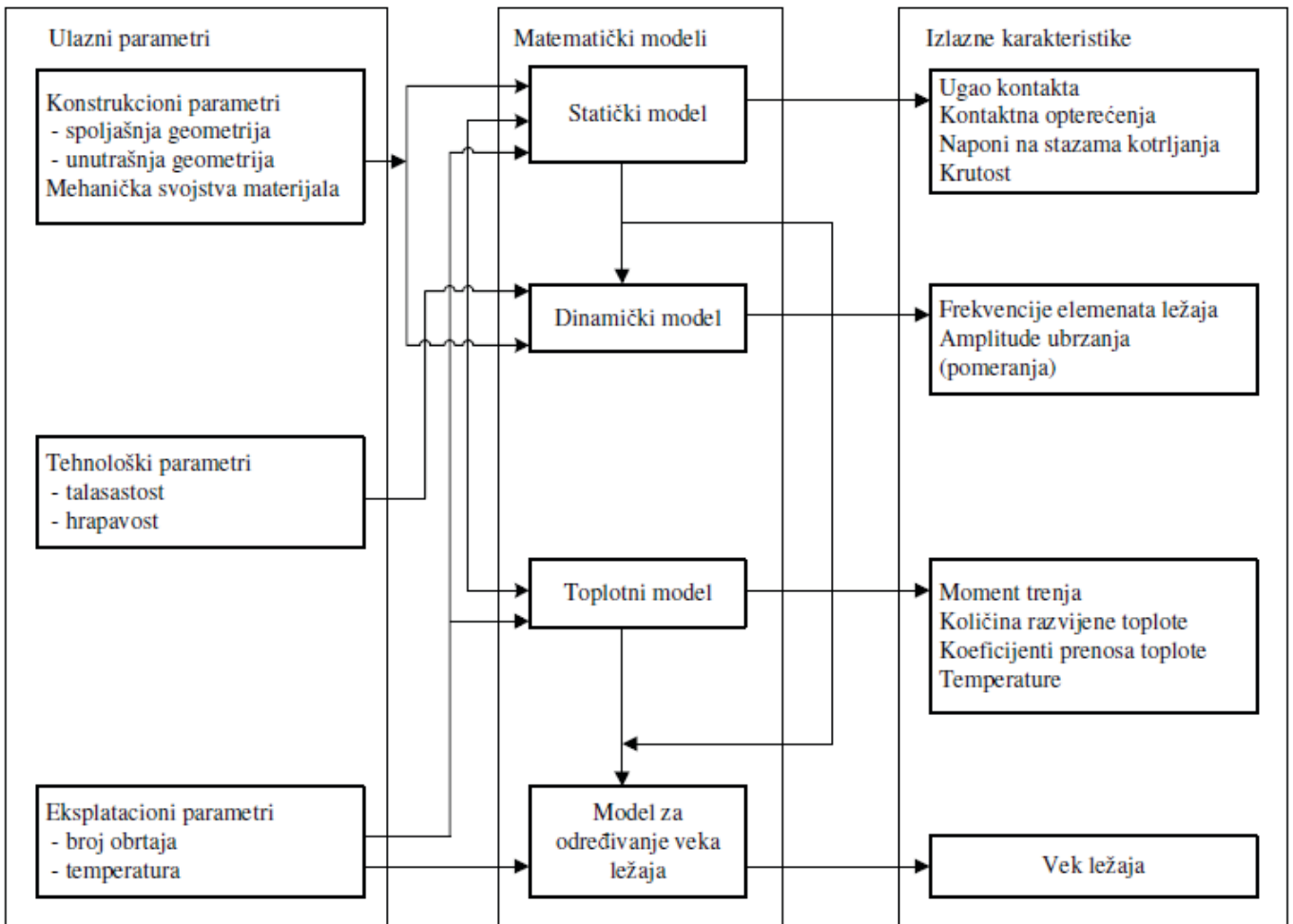
Model za analizu kugličnih ležaja nudi pet stepeni slobode. Šematski prikaz ovog modela dat je na slici 37. Potrebno je napomenuti da ovaj model služi za analizu kugličnih ležaja sa kosim dodirom. Kao što je prikazano na slici 37, model se sastoji iz ulaznih parametara, matematičkog modela i izlaznih karakteristika.

Ulazni parametri su definisani kroz konstrukciono- tehnološke i eksploatacione karakteristike. Tu se podrazumeva geometrija ležaja, svojstva materijala, prednaprzanje itd.

U daljoj analizi je potrebno da se zadati ulazni parametri „propuste“ kroz odgovarajuće matematičke modele. Kao što je prikazano na slici 37 matematički model se sastoji iz četiri podmodela: statičkog, dinamičkog, toplotnog i podmodela za određivanje radnog veka ležaja. Statički podmodel služi za određivanje elastično- deformacionih karakteristika ležaja. U toplotnom podmodelu će biti određena količina generisane toplote kao i raspored temperatura na elementima ležaja u zavisnosti od elastičnodeformacionih karakteristika. Pošto se dobije raspored temperatura po elementima ležaja i pošto su već poznate početne vrednosti onda će u statičkom podmodelu biti izračunata stvarna kontaktna opterećenja i prednaprezanje ležaja. Dalje će biti određena krutost ležaja na osnovu prethodnih parametara uzimajući ili ne uzimajući u obzir uticaj temperature. Ako ovako dobijena krutost ležaja zadovoljava unapred definisane vrednosti, onda će u dinamičkom podmodelu biti određene dinamičke karakteristike a u podmodelu za određivanje radnog veka, biće sračunat radni vek uzimajući ili ne uzimajući u obzir uticaj temperature. U slučaju da dobijena krutost ne zadovoljava unapred definisane vrednosti biće izvršena promena ulaznih parametara (geometrija, početni zazor/ preklopi).

Kao izlazni podaci iz modela dobijaju se parametri koji opisuju stanje kotrljajnog ležaja pri unapred zadatim uslovima [20].

OPŠTI MATEMATIČKI MODEL ZA ANALIZU LEŽAJA



Slika 37. Šematski prikaz modela za analizu ležaja [20]

5.3.2 ANALIZA STATIČKOG PONAŠANJA -TEORIJSKE OSNOVE

Kod kontaktnih opterećenja se javljaju naponi u glavnim pravcima i to u zonama dodira kotrljajnih tela i staza kotrljanja. U suštini se posmatra sistem staza kotrljanja- kotrljajno telo- staza kotrljanja (pri čemu je staza kotrljanja uzeta kao oslonac mehaničkog sistema). Ovako definisan mehanički sistem je statički neodređen. Statički neodređeni sistemi su teško rešivi klasičnim matematičkim metodama. Ovaj sistem postaje još složeniji ako se u obzir uzmu još uticaj zazora u ležaju, promena ugla kontakta, uticaj centrifugalnih sila i giroskopskog momenta itd.

Matematički model za analizu statičkog ponašanja ležaja baziran je na Hertz-ovoj teoriji kontakta i John- Harris- ovoj raspodeli opterećenja na kotrljajna tela. U modelu za analizu statičkog ponašanja biće određena krutost u svim pravcima za svako kotrljajno telo. Takođe će za svaku stazu kotrljanja biti određena statička i dinamička nosivost na bazi ekvivalentnog kontaktnog opterećenja. Proširenje matematičkog modela je urađeno uvođenjem uticaja temperaturnih dilatacija, preklopa/ zazora i talasastosti staza kotrljanja u statičke jednačine ravnoteže. Matrica krutosti koja uzima u obzir preklop/ zazor u ležaju kao i toplotne deformacije elemenata ležaja je definisana u ovom modelu. Isto tako model uključuje delovanje sila inercije (centrifugalna sila i giroskopski moment) na kotrljajna tela [20].

5.3.2.1 KONTAKTNE SILE, NAPONI I DEFORMACIJE KUGLIČNIH LEŽAJA

Hertz-ova teorija kontakta se koristi pri određivanju kontaktnih napona i sila na kontaktnim površinama kotrljajnih tela i staza kotrljanja. Ona se bazira na utvrđenoj zavisnosti između relativnog pomeranja elemenata ležaja i geometrije kontaktnih površina. Sledeće pretpostavke su vezane za Hertz-ovu teoriju kontakta [24]:

1. Materijali delova u kontaktu su homogeni i izotropni,
2. Površine delova u zoni kontakta imaju kontinualan geometrijski oblik,
3. Opterećenje delova u kontaktu ima pravac zajedničke normale u tački kontakta,
4. Opterećenje koje deluje na kotrljajna tela izaziva u oblasti kontakta samo elastične deformacije.

Po Hertz-ovoj teoriji je kod kugličnih ležaja u neopterećenom stanju kontakt između kotrljajnih tela i staza kotrljanja u tački. U zoni kontakta se pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja kontaktna površina deformiše u obliku elipse. Oblik i veličina ove eliptične kontaktne površine zavisice od inteziteta spoljašnjeg opterećenja, elastičnih osobina ležaja i radijusa zakrivljenosti staza kotrljanja. Uzimajući ovo u obzir i ako se pretpostavi da oba tela u tački kontakta imaju zajedničku tangentnu ravan i zajedničku normalu u kojoj leži sila opterećanja, onda će kontakt između kotrljajnog tela i staza kotrljanja biti definisan pomoću [20]:

1. Ekvivalentnog radijusa zakrivljenosti

Kontakt sa unutrašnjom stazom kotrljanja, ekvivalentni radijus zakrivljenosti u pravcu glavne ose eliptičnog kontakta R_x i pomoćne ose R_y je definisan kao [20]:

$$R_x = \frac{d_k}{2}(1 - \gamma_u) = \rho_{12} \quad (14)$$

$$R_y = \frac{d_k}{2} \frac{f_u}{f_u - 1} = \rho_{11}$$

gde su:

$$\gamma_u = \frac{d_k \cos \alpha_{u(i)}}{d_k}; f_u = \frac{r_u}{d_k}; i = 1, 2, 3 \dots Z$$

- R_x - radijus zakrivljenosti u pravcu glavne ose u mm
- R_y - radijus zakrivljenosti u pravcu pomoćne ose u mm
- d_k - prečnik kotrljajnih tela u mm
- $\rho_{11,12}$ - radijusi zakrivljenosti staza kotrljanja u mm
- f_u - frekvencija unutrašnjeg prstena u Hz
- α_u - ugao kontakta sa unutrašnjom stazom kotrljanja u °
- r_u - radijus staze kotrljanja unutrašnjeg prstena u mm

Za kontakt sa spoljašnjom stazom kotrljanja R_x i R_y su [20]:

$$R_x = \frac{d_k}{2} \frac{f_s}{f_s - 1} = \rho_{112}$$
$$R_y = \frac{d_k}{2} (1 + \gamma_s) = \rho_{111} \quad (15)$$

gde su:

$$\gamma_s = \frac{d_k \cos \alpha_{s(i)}}{d_k}; f_s = \frac{r_s}{d_k}; i=1,2,3,\dots,Z$$

gde je:

Z - broj kotrljajnih tela

2. Razlike zakrivljenosti

$$F(\rho) = \frac{(k^2+1) \cdot E' - 2 \cdot F'}{(k^2-1) \cdot E'} \quad (16)$$

F' i E' - kompletni eliptični integrali prve i druge vrste respektivno [20].

$$F' = \int_0^{2\pi} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \sin^2 \psi \right]^{\frac{1}{2}} d\psi \quad (17)$$

$$E' = \int_0^{2\pi} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \sin^2 \psi \right]^{\frac{1}{2}} d\psi \quad (18)$$

Pojednostavljeno rešenje prethodnih relacija se može dobiti primenom metode najmanjih kvadrata linearnom regresijom a prema Hariss-u [29]:

$$k \approx 1,0339 \left(\frac{R_y}{R_x} \right)^{0,636} \quad (19)$$

$$E' \approx 1,0003 + \frac{0,5968}{\frac{R_y}{R_x}} \quad (20)$$

$$F' \approx 1,5277 + 0,6023 \cdot \ln \frac{R_y}{R_x} \quad (21)$$

Da bi se definisala veza između defromacija i kontaktnih sila potrebno je definisanje zbira i razlika zakrivljenosti. Hertz-ove kontaktne sile između unutrašnje staze kotrljanja i kotrljajnih tela ispoljašnje staze kotrljanja i kotrljajnih tela se određuju na osnovu [30] :

$$U_{u/s(i)} = \begin{cases} K_u \delta_{u(i)}^{3/2} \\ K_s \delta_{s(i)}^{3/2} \end{cases} \quad (22)$$

d_{ui} i d_{si} - kontaktne deformacije duž linije kontakta sa unutrašnjom odnosnospoljašnjom stazom kotrljanja, a $i=1,2,3,\dots,Z$. Kontaktne deformacije su definisane u funkciji od d_{ui} , $\delta_{si} = f(F_p, F_a, F_r, F_c, M_g, \alpha_u, \alpha_s, G_a, W_t, T)$ (F_p - sila prednaprežanja u N, F_a - spoljašnje aksijalno opterećenje u N, F_r - spoljašnje radijalno opterećenje u N, F_c - centrifugalna sila u N, M_g - giroskopski moment u Nmm, α_u - ugao kontakta sa unutrašnjom stazom kotrljanja u °, α_s - ugao kontakta sa spoljašnjom stazom kotrljanja u °, G_a - aksijalni zazor u mm, W_t - sila reakcije u aksijalnom pravcu u N) koja se određuje u zavisnosti od vrste spoljašnjeg opterećenja. K_u i K_s su Hertz-ove normalne kontaktne krutosti unutrašnje odnosno spoljašnje staze kotrljanja i biće definisane preko ekvivalentnog radijusa zakrivljenosti i geometrije ležaja kao [29]:

$$K_{u/s} = \frac{\pi k E''}{3 F_{u/s}} \sqrt{\frac{2 E_{u/s} R_{xy}(u/s)}{F_{u/s}}} \quad (23)$$

gde je:

$$E'' = \frac{2}{\left[\frac{(1-\nu_p^2)}{E_p} + \frac{(1-\nu_k^2)}{E_k}\right]} i R_{xy,u/s} = \frac{R_{x,u/s} \cdot R_{y,u/s}}{(R_{x,u/s} + R_{y,u/s})}$$

ν_p - Poasonov koeficijent prstena

ν_k - Poasonov koeficijent kotrljajnog tela

E_p - modul elastičnosti prstena u N/mm²

E_k - modul elastičnosti kotrljajnog tela u N/mm²

Naponi na kontaktu eliptične kontaktne površine sa unutrašnjom, odnosno spoljašnjom stazom kotrljanja će biti [29]:

$$\sigma_{u/s} = \frac{3U_{u/s}}{2\pi a_{u/s} b_{u/s}} \left[1 - \left(\frac{x}{a_{u/s}}\right)^2 - \left(\frac{y}{b_{u/s}}\right)^2 \right] \quad (24)$$

Zamenom ρ_{ox} i y_u jednačini 24 dobiće semaksimalni naponi na kontaktnim površinama koji se javljaju u geometrijskom centru eliptične površine:

$$\sigma_{max,u/s} = \frac{3U_{u/s}}{2\pi a_{u/s} b_{u/s}} \quad (25)$$

a i b glavna odnosno pomoćna osa eliptičnog kontakta određena preko relacija [29]:

$$a_{u/s} = \sqrt[3]{\frac{6k_{u/s}^2 R_{xy,u/s} U_{u/s}}{\pi E''}} \quad (26)$$

$$b_{u/s} = \sqrt[3]{\frac{6E'_{u/s} R_{xy,u/s} U_{u/s}}{\pi k E''}}$$

U_u - kontaktne opterećenja sa unutrašnjom stazom kotrljanja u N

U_s - kontaktne opterećenja sa spoljašnjom stazom kotrljanja u N.

5.3.2.2. ODREĐIVANJE UGLA KONTAKTA I AKSIJALNOG POMERANJA CENTRA LEŽAJA USLED SILE PREDNAPREZANJA

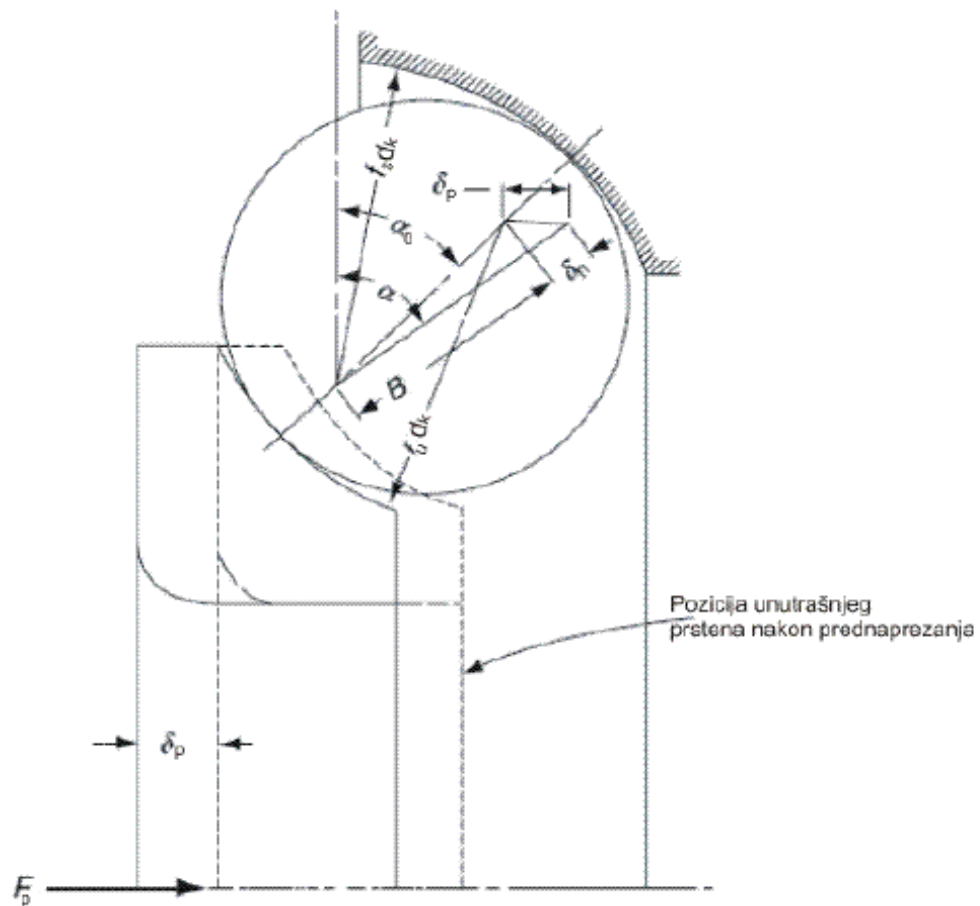
Kod ugradnje ležaja ne postoje centrifugalne sile pa je ugao kontakta α isti (ugao između kotrljajnog tela i spoljašnje i unutrašnje staze kotrljanja). On se povećava posle delovanja sile prednaprezanja odnosno posle montaže (slika 38). Aksijalna sila prednaprezanja će na unutrašnjem prstenu jednorednog kugličnog ležaja sa kosim dodirom izazvati aksijalno pomeranje δ_p [20]. Aksijalno pomeranje je komponenta normalnog pomeranja δ_n kotrljajnog tela dužlinije kontakta (slika 38).

$$\delta_n = A \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_p} - 1 \right) \quad (27)$$

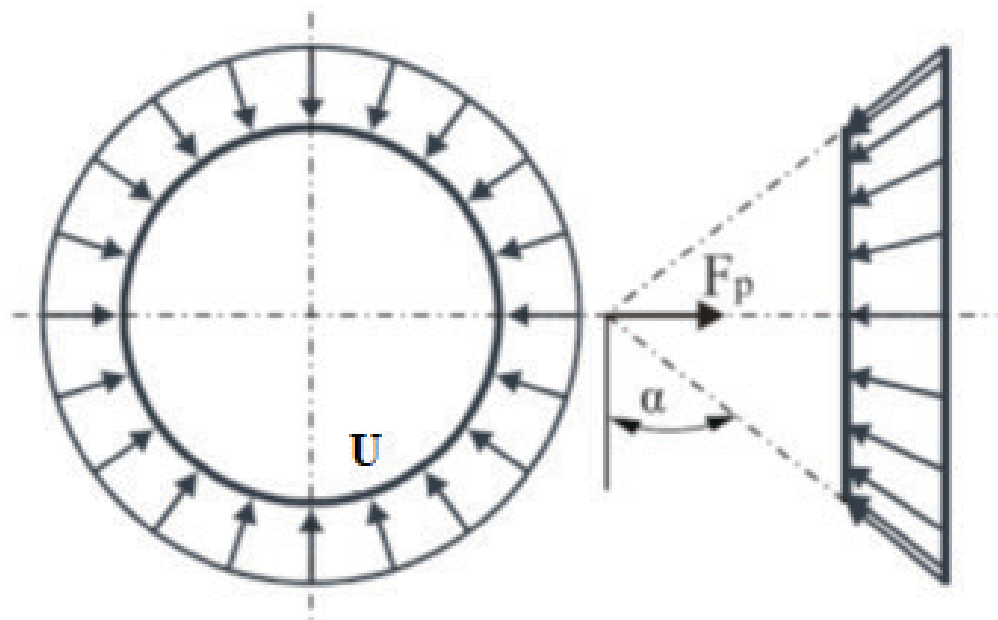
pri čemu je $A = B d_k = (f_s + f_u - 1) d_k$.

f_s - frekvencija spoljašnjeg prstena u Hz

Pod dejstvom prednaprezanja će se opterećenje rasporediti jednako na sve kotrljajne elemente (slika 39) [29].



Slika 38. Prikaz ležaja sa kosim dodirom nakon delovanja sile prednaprezanja [29]



Slika 39. Raspored opterećenja pri delovanju sile prednaprezanja [29]

Dakle, kontaktno opterećenje se određuje kao:

$$U = \frac{F_p}{Z \sin \alpha_p} \quad (28)$$

F_p - sila prednaprezanja u N

α_p - ugao kontakta nakon prednaprezanja u °

Kada je namontiran ležaj sa kosim dodirom, na njega će delovati aksijalna sila prednaprezanja. U tom slučaju se kontaktno opterećenje definiše [20]:

$$U = K_n \delta_n^{3/2} \quad (29)$$

$$K_n = \left[\left(\frac{1}{K_s} \right)^{2/3} + \left(\frac{1}{K_u} \right)^{2/3} \right]^{-3/2} \quad (30)$$

K_n - Hertz-ova kontaktna krutost u N/mm^{1.5}

K_s - krutost spoljnjeg prstena u N/μm

K_u - krutost unutrašnjeg prstena uN/μm

Na osnovu relacija (29) i (30) se dobija [20]:

$$U = K_n A^{3/2} \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_p} - 1 \right)^{3/2} \quad (31)$$

A - površina kontakta sa stazama kotrljanja u mm²

α_0 - nominalni ugao kontakta u °

Zamenom relacije (29) u (31) se dobija relacija za određivanja ugla kontakta nakon prednaprezanja [20]:

$$\cos \alpha_p = \cos \alpha_0 \left[1 + \left(\frac{F_p}{Z K_n A^{3/2} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_p}} \right)^{2/3} \right]^{-1} \quad (32)$$

Relacija (32) se može rešavati iterativnim postupkom za početni uslov $\alpha_p(0) = \alpha_0$. Aksijalno pomeranje δ_a je u vezi sa δ_n i prema slici (slika 38) određuje se kao [20]:

$$\delta_p = (A + \delta_n) \sin \alpha_p - A \sin \alpha_0$$

$$\delta_p = \frac{A \sin(\alpha_p - \alpha_0)}{\cos \alpha_p} \quad (33)$$

Pošto je određen ugao kontakta i aksijalnog pomeranje centra ležaja može se definisati nelinearna aksijalna krutost pod dejstvom sile prednaprezanja (krutost ležaja nakon montaže) kao [24]:

$$K_x = \frac{dF_p}{d\delta_a} = \frac{dF_p}{d\alpha_p} \cdot \frac{d\alpha_p}{d\delta_a} \quad (34)$$

odnosno,

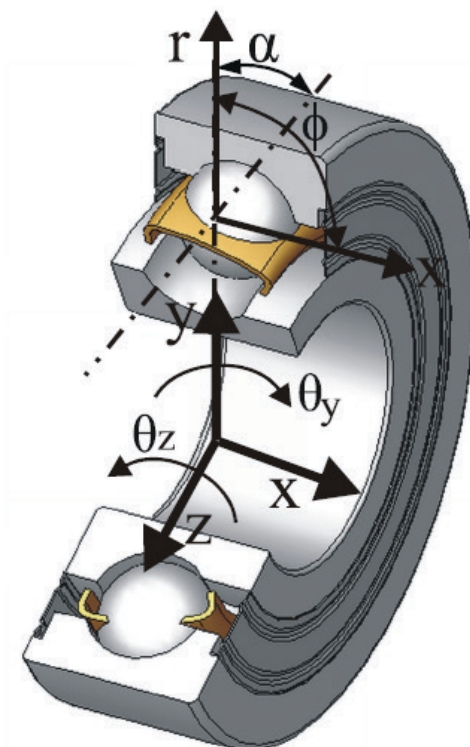
$$K_x = \frac{Z K_n}{A^{0,5} \cos \alpha_0} \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_p} - 1 \right)^{0,5} \left[\cos^3 \alpha_p (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_p) + 1,5 \sin^2 \alpha_p \right] \quad (35)$$

Početni uslov za model se pet stepeni slobode je kontaktno opterećenje $U_{(0)} = K_n \delta_n^{3/2}$ i ugao kontakta α_p posle dejstva sile prednaprezanja [20].

5.3.2.3 KORELACIJA SILA KOJE DELUJU NA LEŽAJI GEOMETRIJA LEŽAJA

Prikazan matematički model uključuje analizu uticaja: talasastosti staza kotrljanja, temperaturnih dilatacija na statičko ponašanje jednoređnih i dvoređnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom, prekoloпа odnosno zazora u ležaju [20].

Dva koordinatna sistema su iskorišćena pri definisanju matematičkog modela (slika 40). U centru ležaja se nalazi opšti koordinatni sistem $\{x, y, z, \theta_y, \theta_z\}^T$ koji je u korelaciji sa stepenima slobode obrtnog prstena. U centru zakrivljenosti obrtne staze ležaja je lokalni koordinatni sistem $\{r, \alpha, \phi\}^T$ koji određuje poziciju centra obrtne staze za svaki kotrljajni element. Centar zakrivljenosti nepokretne staze je fiksna tačka i pretpostavlja se da je on nepokretan [20].



Slika 40. Model sa pet stepeni slobode (koordinatni sistem) [20]

Delovanje spoljašnjeg opterećenja kao i centrifugalne sile i giroskopskih momenata na kotrljajna tela ima za rezultat pojavu razlike uglova kontakta između unutrašnje odnosno spoljašnje staze kotrljanja i kotrljajnog tela. Iz tog razloga linija delovanja nije kolinearna sa rastojanjem između centara staza kotrljanja [20]. Pozicija centra kotrljajnog tela i pozicija centra zakrivljenosti unutrašnje staze kotrljanja (bez i sa delovanjem centrifugalne sile i giroskopskog momenta na kotrljajna tela) u odnosu na centar zakrivljenosti spoljašnje staze (predpostavlja se da je fiksiran) prikazan je na slici (slika 41). Parametri na slici (slika 41) su: aksijalne i radijalne komponente pozicije centra kotrljajnog tela (X_{1j} i X_{2j}); ugao kontakta sa unutrašnjom i spoljašnjom stazom kotrljanja (α_{uj} , α_{sj}); rastojanje između centra kotrljajnog tela i centra zakrivljenosti sa unutrašnjom (Δ_{uj}) odnosno spoljašnjom stazom kotrljanja (Δ_{sj}) [20]. Rastojanje između centara zakrivljenosti staza kotrljanja i kotrljajnog tela se određuje na osnovu slike (slika 41) i navedenih parametara. Pomoću istih parametara postavljene su jednačine koje opisuju pomeranje centra ležaja uzimajući u obzir: tehnološke, eksploatacione i geometrijske parametre [20].

Delovanjem spoljašnjeg statičkog i toplotnog opterećenja dolazi do deformacije elemenata ležaja. Kod toplotnog opterećenja prstenovi i kotrljajna tela će se proširiti. Zbog toga dolazi do promene rastojanja između centra zakrivljenosti unutrašnje i spoljašnje staze kotrljanja. To dovodi do nove pozicije centra kotrljajnog tela. Uticaj preklopa / zazora i temperature (nije uključen uticaj talasastosti kotrljajnih tela) na ovo rastojanje može se matematički opisati sledećim izrazima:

$$\Delta_{uj} = (f_u - 0,5)d_k + \delta_{uj} \pm G_r - \varepsilon_k$$

$$\Delta_{sj} = (f_s - 0,5)d_k + \delta_{sj} \pm G_r - \varepsilon_k$$
(36)

G_r - radijalni zazor u mm

δ_u - kontaktne deformacije na unutrašnjoj stazi kotrljanja u μm

δ_s - kontaktne deformacije na spoljašnjoj stazi kotrljanja u μm

Znak + se koristi kada postoji preklop, dok znak – kada postoji zazor. Relacija (37) definiše toplotno širenje kotrljajnog tela ε_k [70]:

$$\varepsilon_k = \alpha_k (T_k - T_0) r_k$$
(37)

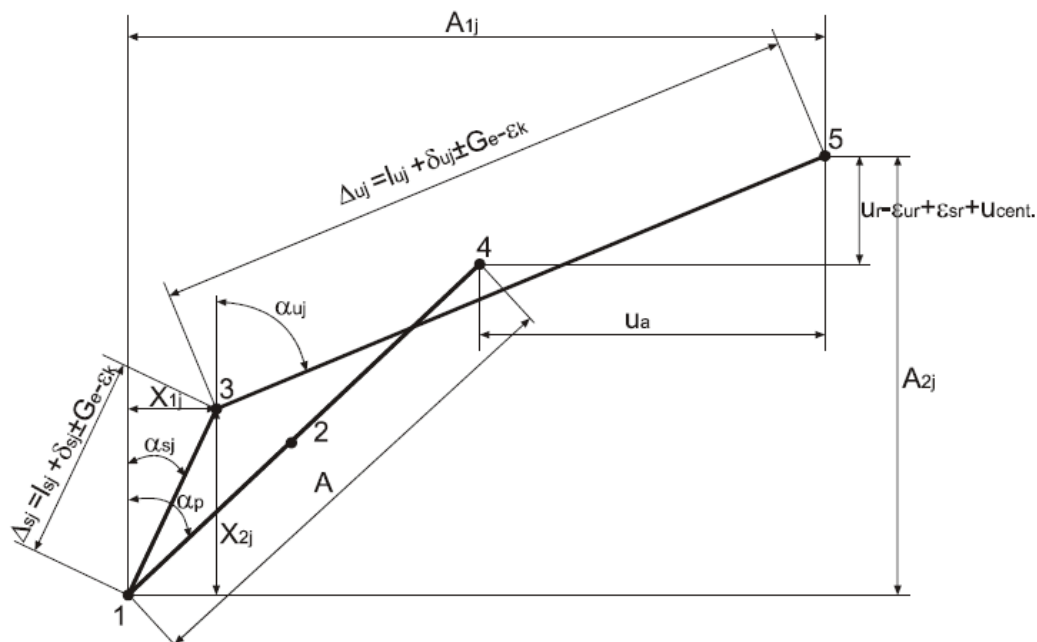
gde su:

α_k - koeficijent toplotnog širenja kotrljajnog tela

T_k - krajnja temperatura

T_0 - početna temperatura

r_k - poluprečnik kotrljajnog tela



1. Centar zakrivljenosti unutrašnje staze
2. Početna pozicija centra kotrljajnog tela
3. Finalna pozicija centra kotrljajnog tela
4. Početna pozicija centra zakrivljenosti unutrašnje staze
5. Finalna pozicija centra zakrivljenosti unutrašnje staze

Slika 41. Korelacija u pomeranjima između centara zakrivljenosti staza kotrljanja pre i posle delovanja opterećenja [20]

Pri okretanju unutrašnjeg prstena, unutrašnja staza kotrljanja se kreće rotaciono i translatorno dok je spoljašnja staza kotrljanja stacionarna sve vreme. Opšti koordinatni sistem vektora pomeranja $U = \{x, y, z,$

θ_y, θ_z i lokalni koordinatni sistem (u zavisnosti od pozicije kotrljajnog tela) $u_j = \{u_{xj}, u_{yj}, u_{zj}\}^T$ određuju poziciju vektora unutrašnje staze kotrljanja (slika 40). Korelacija između $\{u_j\}$ i $\{U\}$ u slučaju malih kretanja (talasasta staza kotrljanja) prikazuje se sledećim izrazom [20]:

$$\{u_j\} = \{U\}[T_j] + \{\Delta P_j\} \quad (38)$$

$[T_j]$ - matrica transformacije u obliku:

$$[T_j] = \begin{bmatrix} \cos \psi_j & \sin \psi_j & 0 & -\sin \psi_j & \cos \psi_j \\ 0 & 0 & 1 & r_u \cos \psi_j & -r_u \cos \psi_j \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \psi_j & \cos \psi_j \end{bmatrix} \quad (39)$$

$\{\Delta P_j\}$ je relativni vektor talasastosti unutrašnje i spoljašnje staze kotrljanja [69]:

$$\Delta P_j = \begin{Bmatrix} P_{uj} - P_{sj} \\ q_{uj} - q_{sj} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (40)$$

$P_{uj}, P_{sj}, q_{uj}, q_{sj}$ (sinusoidna funkcija je iskorišćena za određivanje amplitude talasastosti za svaku poziciju kotrljajnog tela u aksijalnom i radijalnom pravcu):

$$P_{i,u/s} = \frac{A \sin(\alpha_p - \alpha_0)}{\cos \alpha_p} + P_{p,u/s} \sin(N_t \psi_i) \quad (41)$$

$$q_{i,u/s} = \frac{A \sin(\alpha_p - \alpha_0)}{\cos \alpha_p} + P_{p,u/s} \cos(N_t \psi_i)$$

Pozicija kotrljajnih tela, kada se uzme u obzir, da se unutrašnja ili spoljašnja staza obrću brzinom obrtanja obrtnog prstena, odnosno da se centar kotrljajnih tela obrće brzinom obrtanja kaveza, se prikazuje sledećim izrazom [20]:

$$\psi_i = \frac{2\pi}{Z} (i - 1), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Z \quad (42)$$

Rastojanje između dve pozicije vektora, odnosno pozicija vektora centra zakrivljenosti unutrašnje i spoljašnje staze kotrljanja, može se razložiti na: aksijalni i radijalni pravac. Kada se u poziciju vektora centra radijusa zakrivljenosti unutrašnje i spoljašnje staze kotrljanja uključi relacija talasastosti (42) dobija se sledeći izraz za rastojanje dve pozicije vektora kugličnog ležaja sa kosim dodirom [20]:

$$A_{1j} = A \sin \alpha_p + x - \theta_z r_u \cos \psi_j + \theta_y R_u \sin \psi_j + (q_{uj} - q_{sj}) + P_{uj}(\theta_z \cos \psi_j - \theta_y \sin \psi_j) \quad (43)$$

$$A_{2j} = A \sin \alpha_p + y \cos \psi_j + z \sin \psi_j + (P_{uj} - P_{sj}) + q_{uj} c_1 e(\theta_y \sin \psi_j - \theta_z \cos \psi_j) - \varepsilon_{sr} + \varepsilon_{ur} + u_{cent}$$

e - efektivni centar opterećenja, koji je definisan za kuglične ležaje sa kosim dodirom preko:

$$e = 2 \cdot r_u \cdot c_2 \cdot \tan \alpha_0,$$

c_1 i c_2 - koeficijenti koji zavise od načina rasporeda ležaja u jednom osloncu i određuje se kao:

$$c_1 = \begin{cases} -1 & \text{za } i = 1 \\ 1 & \text{za } i = 2 \end{cases} \quad (44)$$

$$c_2 = \begin{cases} 1 & \text{za } O \text{ raspored} \\ -1 & \text{za } X \text{ raspored} \\ 0 & \text{za } T \text{ raspored} \end{cases} \quad (45)$$

i - broj ležaja u osloncu ili broj redova kuglica u ležaju.

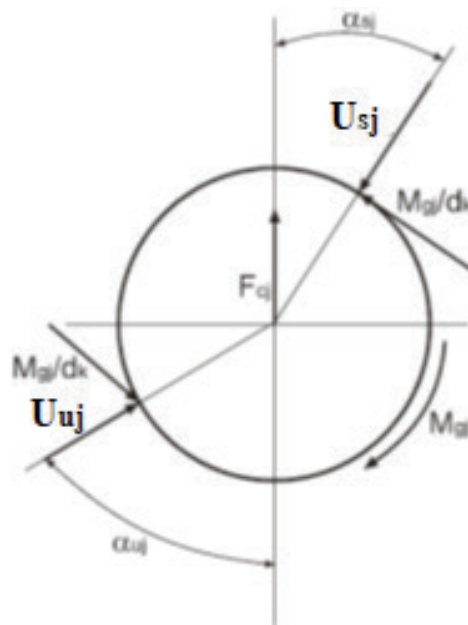
$$u_{cent} = \frac{\rho\omega^2 d_m}{32E} [D_{u,s}^2(3 + \nu) + d_m^2(1 - \nu)] \quad (46)$$

u_{cent} - centrifugalno širenje unutrašnjeg ili spoljašnjeg prstena [69].

Kada je spoljašnji prsten kugličnog ležaja obrtni, tada se spoljašnja staza kotrljanja obrtno i translatorno kreće oko ose dok je unutrašnja staza kotrljanja sve vreme stacionarna tokom obrtanja. Uticaj preklopa/zazora, temperature i talasastosti staze kotrljanja na statičko ponašanje ležaja, primenom Pitagorine teoreme se izražava sledećim jednačinama pomeranja:

$$(A_{1j} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - X_{2j})^2 + (l_{uj} + \delta_{uj} \pm G_r - \varepsilon_k)^2 = 0 \quad (47)$$

Delovanje kontaktnih sila unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena, odnosno delovanje centrifugalnih sila i giroskopskog momenta na kotrljajno telo prikazano je na slici (slika 42). Oznake λ_{uj} i λ_{sj} se odnose na konstante određene teorijom kontrole staza kotrljanja [25].



Slika 42. Delovanje kontaktnih sila na kotrljajno telo [20]

Ravnoteža sila na kotrljajno telo prikazuje se jednačinom:

$$U_{sj} \cos \alpha_{sj} - U_{uj} \cos \alpha_{uj} - \frac{M_{gj}}{d_k} (\lambda_{sj} \sin \alpha_{sj} - \lambda_{uj} \sin \alpha_{uj}) - F_{cj} = 0 \quad (48)$$

$$U_{sj} \sin \alpha_{sj} - U_{uj} \sin \alpha_{uj} + \frac{M_{gj}}{d_k} (\lambda_{sj} \cos \alpha_{sj} - \lambda_{uj} \cos \alpha_{uj}) = 0$$

α_u - ugao kontakta sa unutrašnjom stazom kotrljanja u °

α_s - ugao kontakta sa spoljašnjom stazom kotrljanja u °

M_g - giroskopski moment u Nmm

Newton-Raphson-ov metod iteracije se koristi se za simultano rešavanje jednačina (47 i 48) kako bi se odredili parametri X_{1j} , X_{2j} , δ_{uj} i δ_{sj} . Na osnovu slike (slika 41) određuju se sinus i kosinus ugla kontakta sa spoljašnjom, odnosno unutrašnjom stazom kotrljanja:

$$\begin{aligned}\cos \alpha_{sj} &= \frac{X_{2j} - \varepsilon_{sr}}{l_{sj} + \delta_{sj} \pm G_r - \varepsilon_k} \\ \sin \alpha_{sj} &= \frac{X_{1j}}{l_{sj} + \delta_{sj} \pm G_r - \varepsilon_k} \\ \cos \alpha_{uj} &= \frac{A_{2j} - X_{2j} - \varepsilon_{sr}}{l_{uj} + \delta_{uj} \pm G_r - \varepsilon_k} \\ \sin \alpha_{uj} &= \frac{A_{1j} - X_{1j}}{l_{uj} + \delta_{uj} \pm G_r - \varepsilon_k}\end{aligned}\quad (49)$$

Delovanje centrifugalne sile i giroskopskog momenta nakotrljajno telo se izražava sledećim izrazima [25]:

$$\begin{aligned}F_{cj} &= \frac{1}{2} m d_m \omega^2 \left(\frac{\omega_E}{\omega} \right)_j^2 \\ M_{gj} &= J_k \omega^2 \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)_j \left(\frac{\omega_E}{\omega} \right)_j \sin \beta\end{aligned}\quad (50)$$

ω_k - ugaona brzina kotrljajnih tela u rad/s

F_c - centrifugalna sila u N

m - masa kotrljajnog tela u kg

J - polarni moment inercije

U tabeli (tabela 10) prikazan je odnos orbitalnih brzina i brzina obrtanja ležaja. Zavisnost $(\omega_E/\omega)_j$ i $\tan \beta_j$ od staze kotrljanja na kojoj se pretpostavlja da će doći do čistog kotrljanja (*raceway control*) [71], [25].

Tabela 10. Odnos orbitalnih brzina i brzina obrtanja ležaja		
Tip kontrole	Kontrola spoljnjeg prstena	Kontrola unutrašnjeg prstena
$\frac{\omega_E}{\omega}$	$\frac{1 - \lambda \cos \alpha_{uj}}{1 + \cos(\alpha_{uj} - \alpha_{sj})}$	$\frac{\cos(\alpha_{uj} - \alpha_{sj}) - \lambda \cos \alpha_{sj}}{1 + \cos(\alpha_{uj} - \alpha_{sj})}$
$\tan \beta_j$	$\frac{\sin \alpha_{sj}}{\cos \alpha_{sj} + \lambda}$	$\frac{\sin \alpha_{uj}}{\cos \alpha_{uj} - \lambda}$

Sledećim izrazom određen je odnos između ugaonih brzina kotrljajnih tela i staze kotrljanja [25]:

$$\frac{\omega_B}{\omega} = \frac{\pm 1}{\left(\frac{\cos \alpha_{sj} + \tan \beta \sin \alpha_{sj}}{1 + \cos \alpha_{sj}} + \frac{\cos \alpha_{uj} + \tan \beta \sin \alpha_{uj}}{1 - \cos \alpha_{uj}} \right) \lambda \cos \beta}\quad (51)$$

Znak + koristi se kad je spoljašnji prsten ležaja obrtni, dok se znak – uzima u slučaju kada je unutrašnji prsten obrtni. U tabeli 11 prikazani su uslovi pri kojima dolazi do čistog kotrljanja [71].

Tabela 11. Uslovi za pojavu čistog kotrljanja u spoljašnjem i unutrašnjem prstenu	
Spoljašnji prsten	$U_{sj}a_{sj}E'_{sj} \cos(\alpha_{uj} - \alpha_{sj}) > U_{uj}a_{uj}E'_{uj}$
Unutrašnji prsten	$U_{uj}a_{uj}E'_{uj} \cos(\alpha_{uj} - \alpha_{sj}) > U_{sj}a_{sj}E'_{sj}$

Kotrljajno telo gubi kontakt sa unutrašnjim prstenom kada spoljašnja staza izaziva silu reakcije na kotrljajna tela odnosno centrifugalno ubrzanje. Giroskopski moment i spoljašnji ugao kontakta α_{sj} tada imaju vrednost nula. Na osnovu izraza (22 i 48) kontaktna sila sa spoljašnjim prstenom U_{sj} je jednaka centrifugalnoj sili F_{cj} . Na osnovu izraza (22) deformacija sa spoljašnjom stazom se definiše sledećom relacijom/ $d_{sj} = (F_{cj}/K_s)^{2/3}$. Neophodni uslov da bi došlo do gubitka kontakta sa unutrašnjom stazom kotrljanja prikazan je sledećim izrazom [71]:

$$A_{1j}^2 + \left[A_{2j} - (f_s - 0,5)d_k + K_s^{-2/3}F_{cj}^{2/3} \right]^2 \leq [(f_u - 0,5)d_k]^2 \quad (52)$$

Krutost ležaja pod dejstvom kombinovanog opterećenja podrazumeva prvo određivanje korelacije između spoljašnjeg opterećenja koje deluje na ležaj i pomeranja prstenova ležaja. Dejstvo sila na unutrašnji i spoljašnji prsten ležaja prikazano je sledećim jednačinama:

$$F_{xu,s} = \sum_{a=1}^N \sum_{i=1}^Z \left(U_{u,sj} \sin \alpha_{u,sj} + \frac{M_{gj}}{d_k} \cos \alpha_{u,sj} \right)$$

$$F_{yu,s} = \sum_{a=1}^N \sum_{i=1}^Z \left(U_{u,sj} \cos \alpha_{u,sj} + \frac{M_{gj}}{d_k} \sin \alpha_{u,sj} \right) \cos \psi_j \quad (53)$$

$$F_{zu,s} = \sum_{a=1}^N \sum_{i=1}^Z \left(U_{u,sj} \cos \alpha_{u,sj} + \frac{M_{gj}}{d_k} \sin \alpha_{u,sj} \right) \sin \psi_j$$

$$M_{yu,s} = \sum_{a=1}^N \sum_{i=1}^Z \left\{ r_{u,s} \left(U_{u,sj} \sin \alpha_{u,sj} + \frac{M_{gj}}{d_k} \cos \alpha_{u,sj} \right) - f_u M_{gj} \right\} \sin \psi_j$$

$$M_{zu,s} = - \sum_{a=1}^N \sum_{i=1}^Z \left\{ r_{u,s} \left(U_{u,sj} \sin \alpha_{u,sj} + \frac{M_{gj}}{d_k} \cos \alpha_{u,sj} \right) - f_u M_{gj} \right\} \cos \psi_j \quad (53a)$$

N - broj redova kuglica u ležaju ili broj ležaja u jednom osloncu. Korelacija sila sa relativnim pomeranjem prstenova ležaja prikazuje se sledećim izrazima:

$$x = \delta_x^u - \delta_x^s; \quad \theta_y = \theta_y^u - \theta_y^s$$

$$y = \delta_y^u - \delta_y^s; \quad \theta_z = \theta_z^u - \theta_z^s$$

$$z = \delta_x^u - \delta_x^s \quad (54)$$

δ_k^m - relativna pomeranja ležaja

$k = x, y, z, \theta_y, \theta_z$

$m = u, s$

Na osnovu prethodnih izraza, krutost ležaja se može prikazati sledećim izrazom:

$$K_{u,k}^L = \frac{\partial F_k^u}{\partial \delta_k^u} = \left(- \sum_{j=1}^z [T]_j^T \frac{\partial U_j}{\partial u_j} [T]_j \right)_u \quad (55)$$

$$K_{s,k}^L = \frac{\partial F_k^s}{\partial \delta_k^s} = \left(- \sum_{j=1}^z [T]_j^T \frac{\partial U_j}{\partial u_j} [T]_j \right)_s$$

Ukupna krutost ležaja je zbir [69] krutosti unutrašnjeg i spojašnjeg prstena:

$$K^L = K_u + K_s \quad (56)$$

Ubacivanjem prethodnih izraza dobija se sledeća matrica krutosti:

$$[K]^L = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} & k_{x\theta y} & k_{x\theta z} \\ & k_{yy} & k_{yz} & k_{y\theta y} & k_{z\theta z} \\ s & & k_{zz} & k_{z\theta y} & k_{z\theta z} \\ & i & & k_{\theta y \theta y} & k_{\theta y \theta z} \\ & & m & & k_{\theta z \theta z} \end{bmatrix}_{5 \times 5} \quad (57)$$

5.3.3 Analiza toplotnog ponašanja ležaja - osnove

Usled trenja u ležaju se generiše određena količina toplote koja utiče na statičko i dinamičko ponašanje ležaja. Ako u sistemu postoje dodatni toplotni izvori ili ponori to značajno utiče na ukupno temperaturno polje koje još kompleksnije opterećuje sve elemente sistema pa se sa tim dobija dodatno toplotno opterećenje koje zahteva pravilnu analizu. Krutost ležaja je najizloženija uticaju toplotnog opterećenja. Pored toga toplotno opterećenje će ispoljiti svoje dejstvo i na kontaktnim površinama ležaja.

U ovoj disertaciji je predstavljen proširen model za analizu toplotnog ponašanja ležaja. Proširenje se ogleda u uvođenju podmodela za određivanje razvijene količine toplote koji uključuje prenošenje toplote. Pored ovoga u podmodel je integrisan statički model. Ovaj dodati statički model uzima u obzir širenja elemenata ležaja usled toplotnih dilatacija i na osnovu toga određuje kontaktno opterećenje. Iz stvarnih vrednosti ugla kontakta i njihove promene tokom rada biće izračunate ugaone brzine obrtanja [20].

5.3.3.1 RAZVIJENA KOLIČINA TOPLOTE U LEŽAJU

Pomoću koncentrisanog toplotnog opterećenja koje je dobijeno iz statičkog kontaktnog opterećenja će za svaku tačku kontakta između kotrljajnih tela i staza kotrljanja biti definisana razvijena količina toplote. Ukupni moment trenja se uopšteno sastoji iz momenta trenja usled podmazivanja i opterećenja. On se izračunava po sledećoj jednačini :

$$M_{u/s,j} = \left\{ 0,675 f_0 (v \omega_{kj})^{\frac{2}{3}} d_k^3 + f_i \left(\frac{U_{u/s,j}}{U_{u/s,maxj}} \right)^{1/3} U_{u/s,j} d \right\} \quad (58)$$

f_0 - koeficijent koji zavisi od vrste sredstva za podmazivanje i tipa ležaja. Ležaj sa kosim dodirom i podmazivanje mašću imaju vrednost 2-4). Veće vrednosti treba uzimati za ležaje sa čeličnim kuglicama, a manje vrednosti za ležaje sa keramičkim kuglicama zbog manjeg koeficijenta trenja

v - kinematska viskoznost sredstva za podmazivanje u mm^2/s

Pomoću prečnika kotrljajnih tela, ugla kontakta, srednjeg prečnika ležaja i ugaone brzine obrtanja kaveza se određuje ugaona brzina kotrljanja kotrljajnih tela ω_k u rad/s po relaciji[20]

$$\omega_{kj} = \omega_c \frac{d_k/d_m + \cos(\alpha_s)}{\cos(\alpha_s) \cos \beta + \sin(\alpha_s) \sin \beta} \quad (59)$$

$$\omega_c = \Omega \left[1 + \frac{(d_k/d_m + \cos(\alpha_s))(\cos \alpha_u \cos \beta + \sin \alpha_u \sin \beta)}{(d_k/d_m - \cos(\alpha_u))(\cos \alpha_s \cos \beta + \sin \alpha_s \sin \beta)} \right]^{-1}$$

ω_c - ugaona brzina kaveza u rad/s

Ω - ugaona brzina vretena u rad/s

Pošto u ležaju pored kotrljanja postoji i klizanje koje takođe stvara trenje a samim tim i toplotu to će se u analizu uvesti i moment klizanja. Sledeća relacija određuje za svaki kontakt sa unutrašnjom i spoljašnjom stazom kotrljanja odgovarajući moment klizanja [71], [72]:

$$M_{Su/s,j} = \frac{3\mu U_{u/s,j}^3 \sqrt{6k_{u/s}^2 R_{xy,u/s} U_{u/s} / \pi E'' E'_{u/s,j}}}{8} \quad (60)$$

Sledeća jednačina određuje razvijenu toplotu u zoni kontakta sa spoljašnjom tj. unutrašnjom stazom kotrljanja za svako kotrljajno telo:

$$Q_{u/s,j} = \omega_{kj} M_{u/s,j} + \omega_{sp,u/s} M_{su/s,j} \quad (61)$$

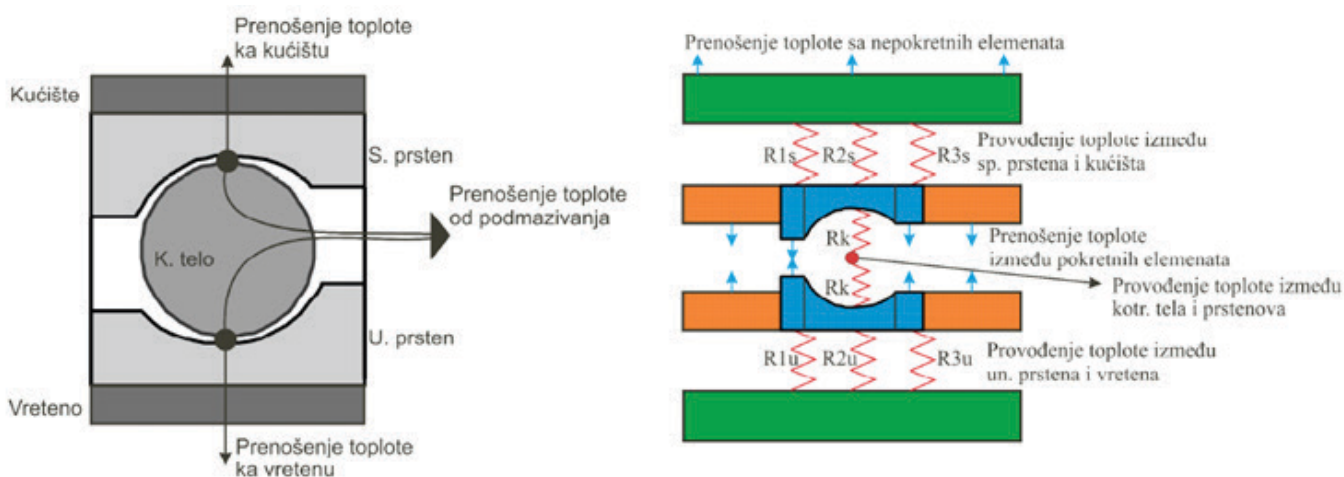
ω_{sp} - ugaona brzina klizanja sa spoljašnjim, odnosno unutrašnjim prstenom

Ugaona brzina klizanja ω_{sp} se određuje prema jednačini [25]:

$$\omega_{sp,s/u} = \Omega \left[-(1 + \lambda \cos \alpha_{s/u}) \tan(\alpha_{s/u} - \beta) + \lambda \sin(\alpha_{s/u}) \right]^{-1} \quad (62)$$

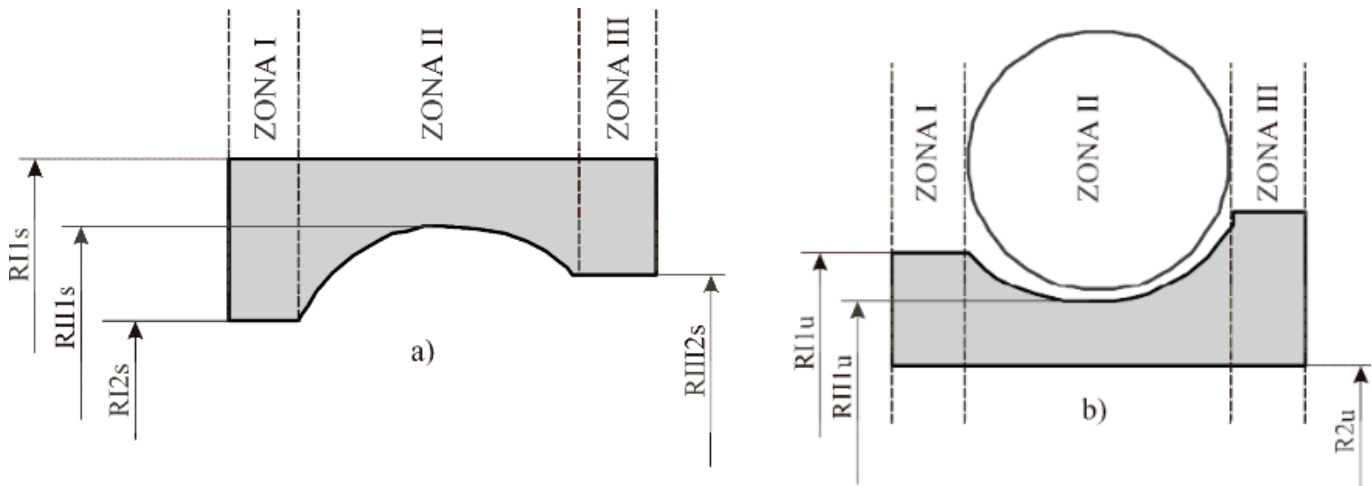
5.3.3.2 PROSTIRANJE TOPLOTE

Prenos toplote u ležaju je sagledavan na tri načina i to kao prenos sa stacionarnih elemenata, prenos između obrtnih elemenata i provođenje između kontaktnih elemenata (slika43) [20].



Slika 43. Prenos toplote kroz ležaj [20]

Unutrašnja geometrija ležaja će dosta uticati na koeficijente prelaza i provođenja toplote. Zbog složene unutrašnje geometrije ležaja, a sa ciljem tačnog opisa prenošenja i provođenja toplote definisane su tri zone koje opisuju dimenzije ležaja (slika 44). Provođenje toplote u prvoj zoni se javlja između spoljašnjeg prstena i kućišta (na poluprečnicima RI1s i RII1s) kao i između vretena i unutrašnjeg prstena (na poluprečnicima RI1u i RII1u). Provođenje toplote isto tako postoji i u drugoj i trećoj zoni (kućište – spoljni prsten i vreteno- unutrašnji prsten) na poluprečnicima koji su u toj zoni (slika 44 a i b). Isto tako se u drugoj zoni uočava provođenje toplote (prstenovi- kotrljajna tela). Pored provođenja toplote u prvoj i trećoj zoni će se javiti još i prenošenje toplote sa pokretnog unutrašnjeg prstena na spoljašnji prsten koji je nepokretan.



Slika 44. Karakteristične zone i poluprečnici ležaja preko kojih se prenosi toplota [20]

5.3.3.2.1 OBRTANJE ELEMENATA LEŽAJA I PRENOS TOPLOTE

Generalno se koeficijent prelaza toplote definiše kao [71]:

$$\alpha = \frac{N_u \lambda_{fluida}}{D_\lambda} \text{ u W/m}^2\text{K} \quad (63)$$

N_u - Nusselt-ov broj (bezdimezionalna veličina)

λ_{fluida} - toplotna provodljivost vazduha u slučaju prenošenja toplote između elemenata ležaja u W/mK

D_λ - prečnik sa kojeg se odvodi toplota u m

Toplota koja se prenosi između staza kotrljanja

Kao posledica obrtanja jedne od staze kotrljanja javiće se razmena toplote između okolnog vazduha i staze kotrljanja koja se obrće. Rastojanje između staza kotrljanja u zavisnosti od zone koja se posmatra je određeno jednačinom (64).

$$D_\lambda = \frac{R_{i2s} - R_{i1u}}{2} \quad i = I, II, III, \dots n \quad (64)$$

D_λ - rastojanje između staza kotrljanja u zavisnosti od zone koja se posmatra (slika 44)

Nusselt-ov broj se izračunava kao [71]:

$$N_u = 0,0225 R_e^{0,8} P_r^{0,33} \quad (65)$$

P_r - Prantlov broj

Rejnoldsov broj Re se određuje prema relaciji [45]:

$$R_e = \frac{u D_\lambda}{\nu_{fluida}} \quad (66)$$

Kružni protok između dva cilindra sa velikim zazorom će prema [45] biti iskorišćen za izračunavanje brzine strujanja vazduha uza vreme obrtanja ležaja.

$$u = \frac{1}{(1 - (R_{i2s}/R_{i2u})^2)} \left\{ \left[-\omega_{u/s} \left(\frac{R_{i2s}}{R_{i2u}} \right)^2 \right] d_m/2 + \frac{2R_{i2s}^2}{d_m} \omega_{u/s} \right\} \quad (67)$$

u - linearna brzina strujanja vazduha između prstenova ležaja na srednjem prečniku ležaja d_m .

Analiza prenosa toplote sa kotrljajnih tela

Već je poznato da dolazi do razmene toplote u toku obrtanja kotrljajnih tela. Pri tome se toplota razmenjuje sa sredstvom za podmazivanje, tako da se jedan deo prenosi na ostale elemente ležaja a deo će biti odveden u vazduh. Izračunavanje Nusselt-ovog broja je prema sledećoj relaciji [20]:

$$N_{u,kt} = 0,43\sqrt{R_{e,kt}Pr}^{0,4} \quad (68)$$

Znajući prečnik kotrljajnog tela i njegove ugaone brzine može se odrediti Rejnoldsov broj kao [20]:

$$R_{e,kt} = \omega_c \frac{d_k^2}{\nu} \frac{d_k/d_m + \cos(\alpha_s)}{\cos(\alpha_s) \cos \beta + \sin(\alpha_s) \sin \beta} \quad (69)$$

Na osnovu prečnika kotrljajnog tela će biti određen koeficijent prenosa toplote sa kotrljajnih tela kao [20]:

$$\alpha_{kt} = \frac{N_{u,kt} \lambda_{fluida}}{d_k} \text{ u W/m}^2\text{K} \quad (70)$$

λ_{fluida} - toplotna provodljivost sredstva za podmazivanje u W/mK

ν - kinematska viskoznost sredstva za podmazivanje u mm²/s.

5.3.3.2 PRENOS TOPLOTE IZMEĐU ELEMENATA LEŽAJA PUTEM PROVOĐENJA

Toplotna otpornost kontakta direktno utiče na promenu temeprature spoljašnjeg odnosno unutrašnjeg prstena dok kontaktne pritisci i geometrija ležaja utiču na toplotnu otpornost kontakta. Toplotni model je unapređen u smislu da će se za svako kotrljajno telo izračunati količina razvijene toplote, kontaktne provodljivosti, moment trenja kao i prenošenje toplote sa kotrljajnih tela [20].

Prenos toplote između prstenova i kotrljajnih tela putem provođenja toplote

Kod prenosa toplote provođenjem glavni uticajni faktor je površina kontakta. Na kontaktnu površinu utiče intenzitet opterećenja, materijal kotrljajnih tela, radijus zakrivljenosti staza kotrljanja kao i toplotna otpornost kontakta. Izračunavanje toplotne otpornosti na mestu kontakta staza kotrljanja- kotrljajno telo biće prema relaciji [50]:

$$R_{to} = \frac{d_k}{\lambda A_{u/s}} \quad (71)$$

λ - toplotna provodljivost materijala u W/mK

$A_{u/s} = a_{u/s} b_{u/s} \pi$ - površina kontakta sa spoljašnjom i unutrašnjom stazom kotrljanja određena u programskom rešenju za analizu statičkog ponašanja u mm²

Na mestu kontakta spoljašnjeg prstena i kućišta i unutrašnjeg prstena i vratila takođe postoji prenos toplote provođenjem. U ovom slučaju će na provođenje toplote uticati pored toplotne otpornosti kontakta i veličina zazoru odnosno preklopa. Za određivanje toplotne otpornosti na ovim kontaktnim mestima koristi se model otpornosti između dva cilindra sa malim međusobnim zazorom prema relaciji [49]:

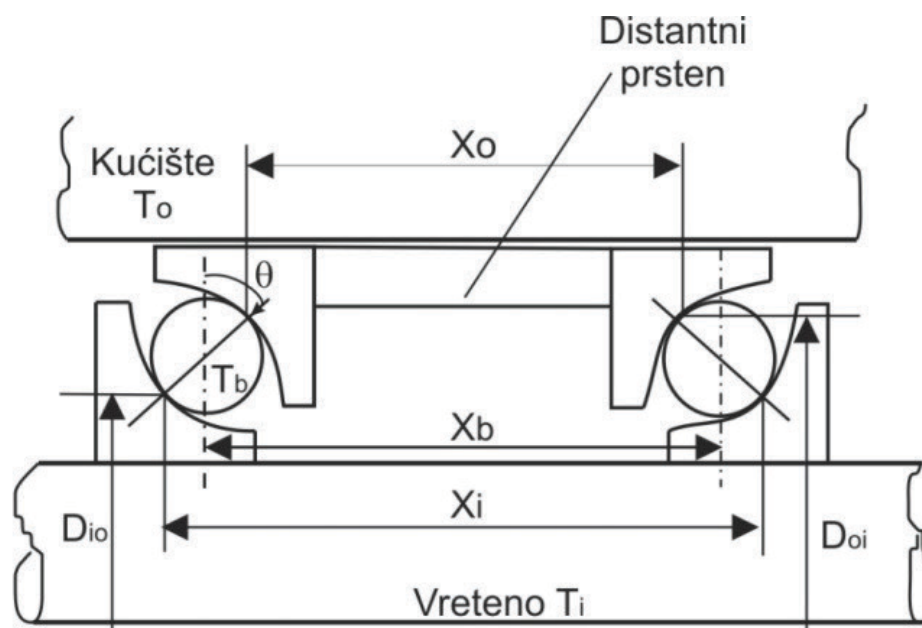
$$R_{to,u}^c = \frac{\ln(R_{2u}/R_{i1u})}{2\pi L_z \lambda_u}$$

$$R_{to,s}^c = \frac{\ln(R_{i2s}/R_{i1s})}{2\pi L_z \lambda_s}$$
(72)

- $R_{to,u}^c$ - toplotna otpornost kontakta unutrašnjeg prstena sa rukavcem
 $R_{to,s}^c$ - toplotna otpornost kontakta spoljašnjeg prstena sa kućištem
 R_{2u} - poluprečnik unutrašnjeg prstena (slika 44), isti je za svaku posmatranu zonu
 L_z - širina posmatrane zone
 λ_u - toplotna provodljivost unutrašnjeg prstena u W/mK
 λ_s - toplotna provodljivost spoljnjeg prstena u W/mK.

5.3.3.3 TOPLOTNO PREDNAPREZANJE

Uticajni parametri koji opisuju toplotno prednaprezanje kod ležaja sa kosim dodirom su prikazani na slici (slika 45). Kao posledica trenja u ležajima dolazi do pojave toplotne energije koja dalje utiče na povećanje početne temperature korlajajnih tela (T_k^0), unutrašnjeg prstena (T_i^0) i spolajšnjeg prstena (T_o^0). Usled povećanja temeprature dolazi do širenja elemenata ležaja kao i vratila i kućišta u radijalnom i aksijalnom pravcu pa dolazi do pojave toplotnog prednaprezanja [20].



Slika 45. Uticajni parametri kod toplotnog prednaprezanja [20]

Ako se zna koeficijent toplotnog širenja prstenova (α_T), kao i rastojanja kontaktnih tačaka (x_o), (x_i) i temperaturna razlika prstenova onda se može izračunati aksijalno toplotno širenje prstenova (Δ_a) (slika 45) [47]:

$$\Delta_a = \alpha_T \left[x_i \left(T_i^1(t) + T_i^0(t) \right) - x_o \left(T_o^1(t) + T_o^0(t) \right) \right]$$
(73)

- $T_i^1(t)$ - temperatura na unutrašnjem prstenu nakon određenog vremenskog intervala
 $T_o^1(t)$ - temperature na spoljašnjem prstenu nakon određenog vremenskog intervala

Korelacija koja vezuje centar kotrljajnih tela x_b i rastojanja x_p, x_o data je izrazom:

$$x_i = x_b + \frac{1}{2}D_b \sin \alpha_u \quad (74)$$

$$x_o = x_b - \frac{1}{2}D_b \sin \alpha_s \quad (75)$$

Povećanje prečnika prstenova pod dejstvom toplote u radijalnom pravcu biće iskorišćeno za izračunavanje širenja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena u radijalnom pravcu (Δ_r) [20]:

$$\Delta_r = \frac{1}{2}\alpha_T \left[d_u \left(T_i^1(t) - T_i^0(t) \right) - d_s \left(T_o^1(t) - T_o^0(t) \right) \right] \quad (76)$$

$$\Delta_k = \alpha_{Tk} d_k \left(T_b^1(t) - T_b^0(t) \right) \quad (77)$$

Δ_k - toplotno širenje kotrljajnih tela

$T_b^1(t)$ - temperatura kotrljajnog tela nakon određenog vremenskog intervala

α_{Tk} - koeficijent toplotnog širenja materijala prstenova i kotrljajnog tela u W/mK.

$$\Delta = \Delta_a + \Delta_r \cos \alpha - \Delta_k \sin \alpha \quad (78)$$

Δ - ukupno pomeranje prstenova ležaja u pravcu linije kontakta

$$P_{a,t} = K_x \Delta \quad (79)$$

$P_{a,t}$ - aksijalno prednaprezanje usled toplotnog opterećenja

K_x - aksijalna krutost ležaja određena relacijom (35).

5.3.4 Teorijske osnove programskog rešenja za analizu dinamičkog ponašanja

Elementi ležaja definišu se kao sistem elastično povezanih masa, kod koga je spoljašnji ili unutrašnji prsten stacionaran (spoljašnji ili unutrašnji prsten kruto vezan u osloncu). Primenom Langražovih jednačina za sistem nezavisnih generalizovanih koordinata razvijen je matematički model za nelinearnu analizu dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja usled talasastosti staza kotrljanja, zazora/preklopa i temperatura. U modelu su prvo određene potencijalne i kinetičke energije za sve elemente ležaja, a zatim su njihove vrednosti implementirane pomoću Langražovih jednačina u jednačine kretanja koje opisuju dinamički model ležaja. Da bi se mogao postaviti realan model za analizu dinamičkog ponašanja ležaja neophodno je poći od sledećih pretpostavki:

1. Prema Hertz-ovoj teoriji deformacije između kotrljajnih tela i prstenova se nalaze u zoni elastičnosti. Samo mala elastična pomeranja kotrljajnih tela i prstenova treba da se razmatraju.
2. Zanemarljivo je trenje klizanja kotrljajnih tela.
3. Zanemarljivo je malo prigušenje u ležaju i uzrokovano je prvenstevo kao posledica sila trenja i maziva.
4. Konstatno ugaono rastojanje između kotrljajnih tela obezbeđuje se pomoću kaveza.

Sledećom Langražovom jednačinom kretanja za sistem nezavisnih koordinata definisano je dinamičko ponašanje kugličnih ležaja:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \{\dot{p}\}} - \frac{\partial T}{\partial \{p\}} + \frac{\partial V}{\partial \{p\}} = \{U\} \quad (80)$$

T - kinetička energija

V - potencijalna energija

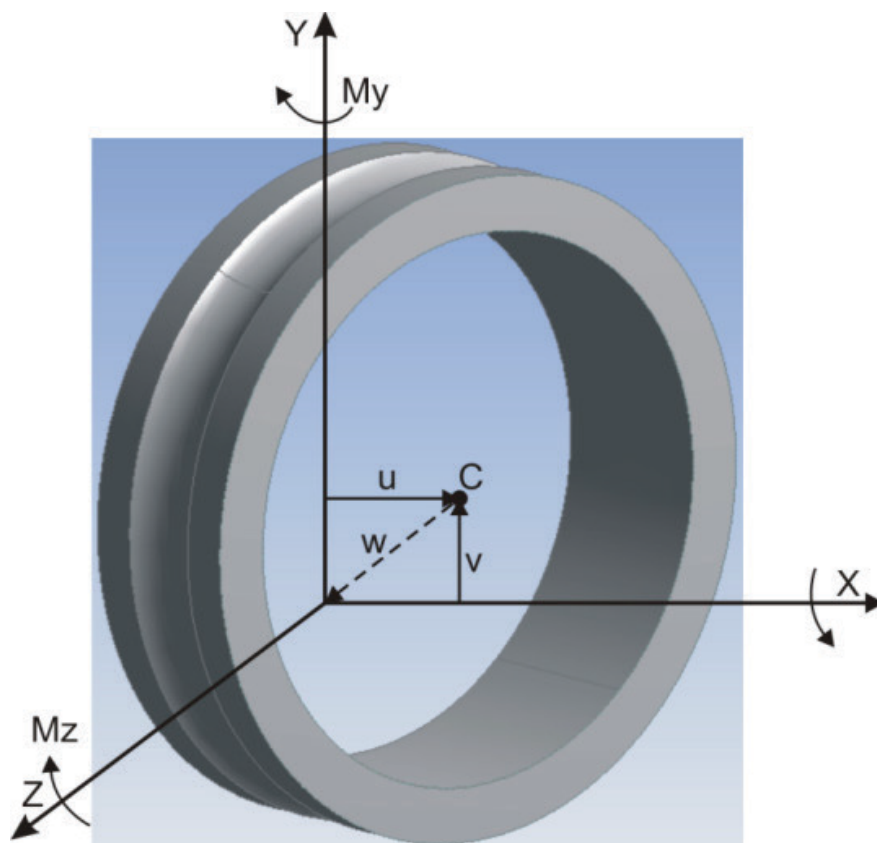
p - vektor generalizovanih kooordinata

U - vektor generalizovanih kontaktnih sila.

Za svaki element ležaja možese razdvojiti potencijalna i kinetička energija. Zbir kinetičkih energija unutrašnjeg ispoljašnjeg prstena i kotrljajnih tela predstavlja ukupnu kinetičku energiju ležaja. Potencijalna energija, u skladu sa *Hertz*-ovom kontaktnom teorijom elastičnosti, jednim delom prouzorkovana je deformacijama između kotrljajnih tela i staza kotrljanja. Zbir potencijlanih energija kotrljajnih tela, spoljašnje i unutrašnje staze kotrljanja i deformacija koje se javljaju između njih predstavlja ukupnu potencijalnu energiju u ležaju.

5.3.4.1 KINETIČKA ENERGIJA UNUTRAŠNJE STAZE KOTRLJANJA

Lokalne deformacije isključivo se javljaju u zoni kontakta između kotrljajnih tela i staza kotrljanja. Zbog toga se unutrašnji prsten ležaja može smatrati krutim telom. Orientacija i pozicija unutrašnjeg prstena opisana u smeru kazaljke na satu u Dekartovom koordinatnom sistemu i u njemu su definisane sa x , y i z osom. Sa tri translatorna stepena slobode u , v i w i dva rotaciona stepena slobode, rotacijom oko y ose ($-\theta_y$) i rotacijom oko z ose (θ_z) definisano je pomeranje centra unutrašnjeg prstena (slika 46).



Slika 46. Koordinatni sistem sa stepenima slobode za unutrašnji prsten [20]

Zbog toga što je ugao zaokretanja oko x ose mali, njegova ugaona brzina je konstantna, zbog čega se zanemaruje. Pomeranje centra ležaja u nepokretnom x, y i z koordinatnom sistemu usled rotacije θ_y i θ_z se može opisati izrazom [71]:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + [T] \begin{pmatrix} 0 \\ r \cos \psi \\ r \sin \psi \end{pmatrix} \quad (81)$$

Po koordinatama u, v i w, θ_y i θ_z pomeranje centra ležaja opisuje se izrazom:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 + u - r \cos \psi \sin \theta_z + r \sin \psi \sin \theta_y \\ v + r \cos \psi \cos \theta_z \\ w + r \sin \psi \cos \theta_y \end{pmatrix} \quad (82)$$

Ugaona pomeranja su mala jer je unutrašnji prsten ležaja relativno krut prsten. Brzina centra ležaja, pod pretpostavkom da je $\cos \theta_y \approx 1, \cos \theta_z \approx 1, \cos \theta_x \approx 1, \sin \theta_y \approx 1$ i $\cos \theta_x \approx 1$ za mala pomeranja, može se izraziti:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{u} + \Omega r \theta_z \sin \psi + \Omega r \theta_y \cos \psi - r \dot{\theta}_z \cos \psi + r \dot{\theta}_y \sin \psi \\ \dot{v} - \Omega r \sin \psi - r \theta_z \dot{\theta}_z \cos \psi \\ \dot{w} + \Omega r \cos \psi - r \theta_y \dot{\theta}_y \sin \psi \end{pmatrix} \quad (83)$$

Kinetička energija centra mase unutrašnjeg prstena predstavlja se izrazom [71]:

$$T = \int_b^a \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \rho r (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) dr d\psi \quad (84)$$

a i b - poluprečnik otvora ležaja i poluprečnik staze kotrljanja respektivno.

Kada se izvrši zamena izraza (83) u (84), definiše se izrazom [71]:

$$T_{us} = \frac{1}{2} J_p \Omega^2 + \frac{1}{2} m_{us} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_p (\dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2) + \frac{1}{2} \Omega J_p (\dot{\theta}_y \theta_z - \theta_y \dot{\theta}_z) \quad (85)$$

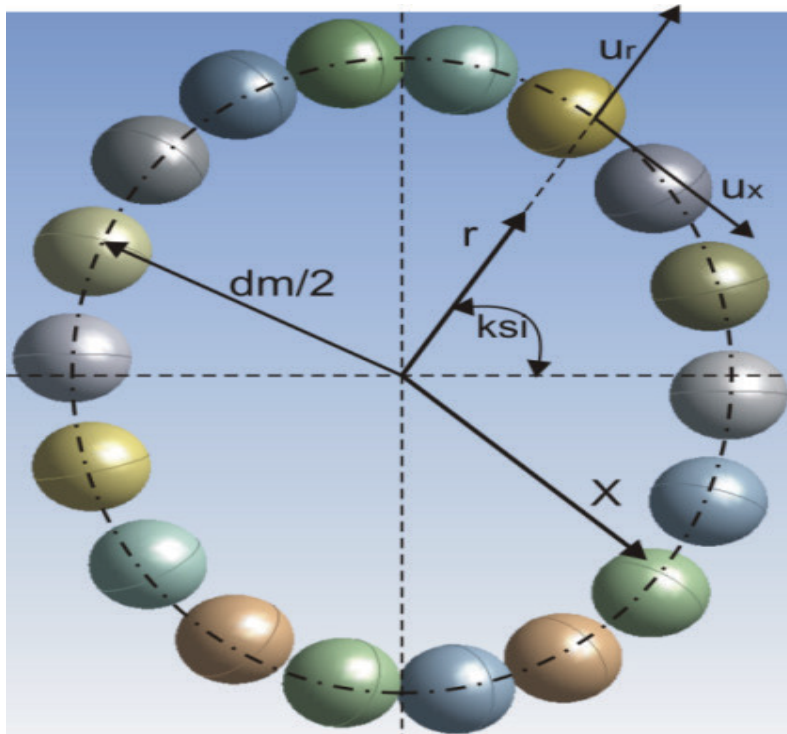
$$I_p = (1/4) m_{up} [(d_{us}/2)^2 - (d/2)^2] \quad - \text{moment inercije oko } y \text{ ili } z \text{ ose}$$

$$J_p = (m_{up}/2) m_{up} [(d_{us}/2)^2 - (d/2)^2] \quad - \text{polarni moment inercije oko } x \text{ ose}$$

$$m_{up} \quad - \text{masa unutrašnjeg prstena.}$$

5.3.4.2 KINETIČKA ENERGIJA KOTRLJAJNIH TELA

Kotrljajna tela vrše složeno kretanje. Obrtanje se izvodi: sa kavezom oko ose kaveza i oko sopstvene ose (zajedno se sa kavezom obrće oko ose kaveza). Mora se uzeti u obzir pri definisanju kinetičke energije, pozicija j -tog kotrljajnog tela dva translatorsna stepena slobode u_{rj} i u_{xj} i jednog rotacionog ω_j (slika 46). Translatorsni stepeni slobode su definisani u cilindričnom koordinatnom sistemu. On se poklapa sa koordinatnim sistemom za unutrašnji prsten (slika 47). Za referentni stepen slobode uzima se r_j na srednjem prečniku kotrljajnih tela d_m . Vrednost tangencijalne koordinate je poznata, jer se kotrljajna tela obrću ugaonom brzinom kaveza oko centralne ose ležaja. Navedene tvrdnje proizilaze iz pretpostavke da se kotrljajna tela nalaze na jednakom rastojanju u kavezu [20].



Slika 47. Prikaz koordinatnog sistema sa stepenima slobode za kotrljajna tela [20]

Tokom vremena menja se raspored opterećenja na kotrljajna tela. Zbog toga dolazi do promene ugla kontakta sa vremenom. Promena ugla kontakta između staza kotrljanja uzrokuje male promene ugaone brzine kaveza. Ugaona brzina kaveza smatra se za konstantnu vrednost. Tangencijalna koordinata j -tog kotrljajnog tela je određenaje izrazom:

$$\psi_i = \frac{2\pi}{Z} (i - 1) + \omega_c t, i = 1, 2, 3 \dots, Z \quad (86)$$

t - vreme za koje kotrljajna tela naprave jedan pun krug.

Kinetička energija usled kretanja kotrljajnih tela se (pod pretpostavkom da sva kotrljajna tela imaju istu masu) je zbir pojedinačnih kinetičkih energija od Z kotrljajnih tela [73]:

$$T_{kt} = \sum_{j=1}^Z T_j \quad (87)$$

Kinetička energija j -tog kotrljajnog tela je:

$$T_j = \frac{1}{2} m_{kt} \left(\dot{u}_{rj}^2 + \dot{u}_x^2 + (d_m/2 + r_j)^2 \omega_c^2 \right) \quad (88)$$

m_{kt} - masa kotrljajnog tela.

Poslednji član sa desne strane izraza (88) podrazumeva centrifugalnu silu koja deluje na kotrljajna tela.

5.3.4.3 POTENCIJALNA ENERGIJA USLED KONTAKTNIH DEFORMACIJA

Na osnovu Hertz-ove teorije kontakta (prikazano pri definisanju statičkog modela) definiše se kontakt između kotrljajnih tela i staza kotrljanja je nelinearan i njegova krutost. Intenzitet elastičnih kontaktnih sila je u vremenskoj zavisnosti od položaja kotrljajnih tela na stazama kotrljanja. Vremenska promenljivost intenziteta kontaktnih sila prouzrokuje vibracije i kod idealnog ležaja. Potencijalna energija prouzrokovana ovim deformacijama jednaka je radu koji sila ostvari na odgovarajućim pomeranjima. Ona se definiše sledećim izrazom [73]:

$$V_{kd(j)} = \int U_j d\delta_j = \int K_{u,s} \sqrt{\delta_{u,s}^3} d\delta_{u,s} = \frac{2}{5} K_{u,s} \delta_{u,s}^{5/2} \quad (89)$$

Zbir pojedinačnih energija kotrljajnih tela ležaja predstavlja ukupnu potencijalnu energiju nastalu usled nelinearnih kontaktnih deformacija:

$$V_{kdef} = \sum_{j=1}^{Z-1} V_{kd(j)} \quad (90)$$

Uzimajući u obzir zazor ili preklap, talasastost staze kotrljanja, i toplotne dilatacije kontaktne deformacije između j -tog kotrljajnog tela i unutrašnje/spoljašnje staze kotrljanja definišu se sledećim izrazima [20]:

$$\delta_{uj} = \sqrt{(A_{1j} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - (X_{2j} - \varepsilon_{sr}))^2} - (l_{uj} \pm G - \varepsilon_k) \quad (91)$$

$$\delta_{sj} = \sqrt{(X_{1j})^2 + (X_{2j} - \varepsilon_k)^2} - (l_{sj} - \varepsilon_k \pm G_r) \quad (92)$$

$A_{1j}, A_{2j}, X_{1j}, X_{2j}, l_{uj}, l_{sj}$ - geometrijski parametri određeni relacijama (36) i (43), prema slici (slika41)
 ε_k - toplotno širenje kotrljajnog tela dato relacijom (37).

Kada je izraz ispod korena veći od nule kontaktne sile deluju na prstenove ležaja (u suprotnom nema dejstva kontaktnih sila na prstenove ležaja).

5.3.4.4 JEDNAČINE KRETANJA

Jednačina kretanja unutrašnjeg prstena u skladu sa koordinatnim sistemom na slici (slika 40), kada se zanemari prigušenje u ležaju (posmatraju se samo dijagonalni članovi matrice (38)) i uz pretpostavku da je vratilo male debljine (masa vratila se zanemaruje) poprima izraz [20]:

$$[m] \left\{ \ddot{p} \right\} + [k] \left\{ p \right\} + \sum_{j=1}^Z Q_u \frac{\partial \delta_j^u}{\partial p} = \{ F \} \quad (93)$$

m - matrica masa

k - matrica krutosti

p - vektor generalizovanih koordinata

F - vektor spoljašnjeg opterećenja u obliku:

$$[m] = \begin{bmatrix} m_{up} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{up} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{up} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix}; \quad [k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\theta_y, \theta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta_z, \theta_z} \end{bmatrix}; \quad \{ p \} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix}; \quad \{ F \} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (94)$$

5.3.5 Teorijske osnove programskog rešenja za određivanje radnog veka kugličnih ležaja

Na smanjanje radnog veka ležaja utiče maksimalno kontaktno opterećenje na stazama kotrljanja. Radni vek ležaja se može odrediti u skladu sa Ludenberg-Palmgren-ovom teorijom izrazom:

$$L_v = \left(\frac{C}{U_e}\right)^3 \cdot 10^6 \text{ [obrtaja]} \quad (95)$$

C - dinamička nosivost ležaja

U_e - ekvivalentno kontaktno opterećenje

Dinamička nosivost ležaja u velikoj meri zavisi od: ugla kontakta ležaja, dimenzija staza kotrljanja, spoljašnjeg opterećenja i sile prednaprezanja. Tokom eksploatacije menja se ugao kontakta ležaja zbog obrtanja kotrljanih tela i opterećenja. Zbog toga za određivanje veka ležaja potrebno je dinamičku nosivost odrediti preko izraza [36]:

$$C = i^{0,7} (C_\mu^{-3,33} + C_v^{-3,33})^{-0,3} \quad (96)$$

C_μ - dinamička nosivost unutrašnjeg prstena i određuje se iz izraza [29]:

$$C_\mu = 98,1 \left(\frac{2R_u}{d_k} \cdot \frac{r_u}{r_u - R_u}\right)^{0,41} \cdot \frac{(1-\gamma_u)^{1,39}}{(1+\gamma_u)^{1/3}} \cdot \left(\frac{\gamma_u}{\cos \alpha_u}\right)^{0,3} \cdot Z^{-1/3} \cdot d_k^{1,8} \quad (97)$$

C_v - dinamička nosivost spoljašnjeg prstena i određuje se iz [29]

$$C_v = 98,1 \left(\frac{2R_s}{d_k} \cdot \frac{r_s}{r_s - R_s}\right)^{0,41} \cdot \frac{(1-\gamma_s)^{1,39}}{(1+\gamma_s)^{1/3}} \cdot \left(\frac{\gamma_s}{\cos \alpha_s}\right)^{0,3} \cdot Z^{-1/3} \cdot d_k^{1,8} \quad (98)$$

R - odgovarajući poluprečnik staze kotrljanja

r - radijusi staze kotrljanja

i - broj redova kotrljanih tela

Zbir konatknih opterećenja za svako kotrljajano telo predstavlja kontaktno opterećenje koje deluje na unutrašnju odnosno spoljašnju stazu kotrljanja [23]:

$$Q_{u/s} = \left[\frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_{u/s,j}^3 \right]^{1/3} \quad (99)$$

Iz navedenih izraza radni vek svake staze kotrljanja određuje se izrazom [29]:

$$L_{u/s} = \left(\frac{C_{\mu u/s}}{U_{u/s}}\right)^3 \quad (100)$$

Ukupni radni vek ležaja definiše se izrazom:

$$L_{uku.} = [L_u^{-1,11} + L_s^{-1,11}]^{-0,9} \cdot 10^6 \text{ [obrtaja]} \quad (101)$$

5.4 Programska rešenja za analizu ponašanja kugličnih ležaja

Programsko rešenje za analizu ponašanja kugličnih ležaja je namenski koncipirano i razvijeno rešenje. Njegov cilj je da se usavrši proces istraživanja o uticaju tehnoloških (hrapavosti, talasastosti) i eksplatacionih parametara (temperature, broja obrtaja) na statičko i dinamičko ponašanje kugličnih ležaja. Takođe ima za cilj određivanje radnog veka odnosno konstrukcionih parametara (zazora/preklopa, prednaprezanja, krutosti). Ono se sastoji iz četiri celine (modula) koje su međusobno povezana, odnosno ima modularnu gradnju koja je omogućila njegovo povezivanje i sa programskim sistemima koji baziraju na metodi konačnih elemenata. Programska rešenja su razvijena na bazi *John-Harris-ove* raspodele opterećenja na kotrljajna tela i *Hertz-ove* teorije kontakta. Model u tehničkom rešenju je proširen uvođenjem talasastosti staza kotrljanja u jednačine ravnoteže, temperaturnih dilatacija, preklopa/zazora i delovanje sila inercije (centrifugalna sila i giroskopski moment) na kotrljajna tela. Matematički model za nelinearnu analizu dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja je definisan na osnovu kinetičke i potencijalne energije za sve elemente ležaja. Langražove jednačine implementirane u jednačine kretanja koje opisuju dinamički model ležaja. Toplotni model je baziran na zakonima termodinamike, statičkom modelu, i prostiranju toplote. Matematički model za određivanje radnog veka razvijen na osnovama *Ludenberg-Palmgren-ove* teorije statičkog modela [20].

Programsko rešenje za analizu statičkog ponašanja omogućava određivanje statičke i dinamičke nosivosti (na bazi ekvivalentnih kontaktnih opterećenja za svaku stazu kotrljanja), odnosno za analizu krutosti u svim pravcima za svako kotrljajno telo. Programske rešenje i prikazani matematički modeli mogu se smatrati kao opšti model za analizu kugličnih ležaja. Na osnovu izbora specijalnih ležaja sa kosim dodirom (poslužili za verifikaciju) može se potvrditi njihova opštost. Od specijalnih ležaja razmatrani su ležaji za glavna vretena sa uglom dodira 10° - 30° sa različitim prednapreznjima. Isto tako su razmatrani i ležaji sa uglom dodira 30° - 60° koji su predviđeni za izrazita dinamička kombinovana opterećenja [20].

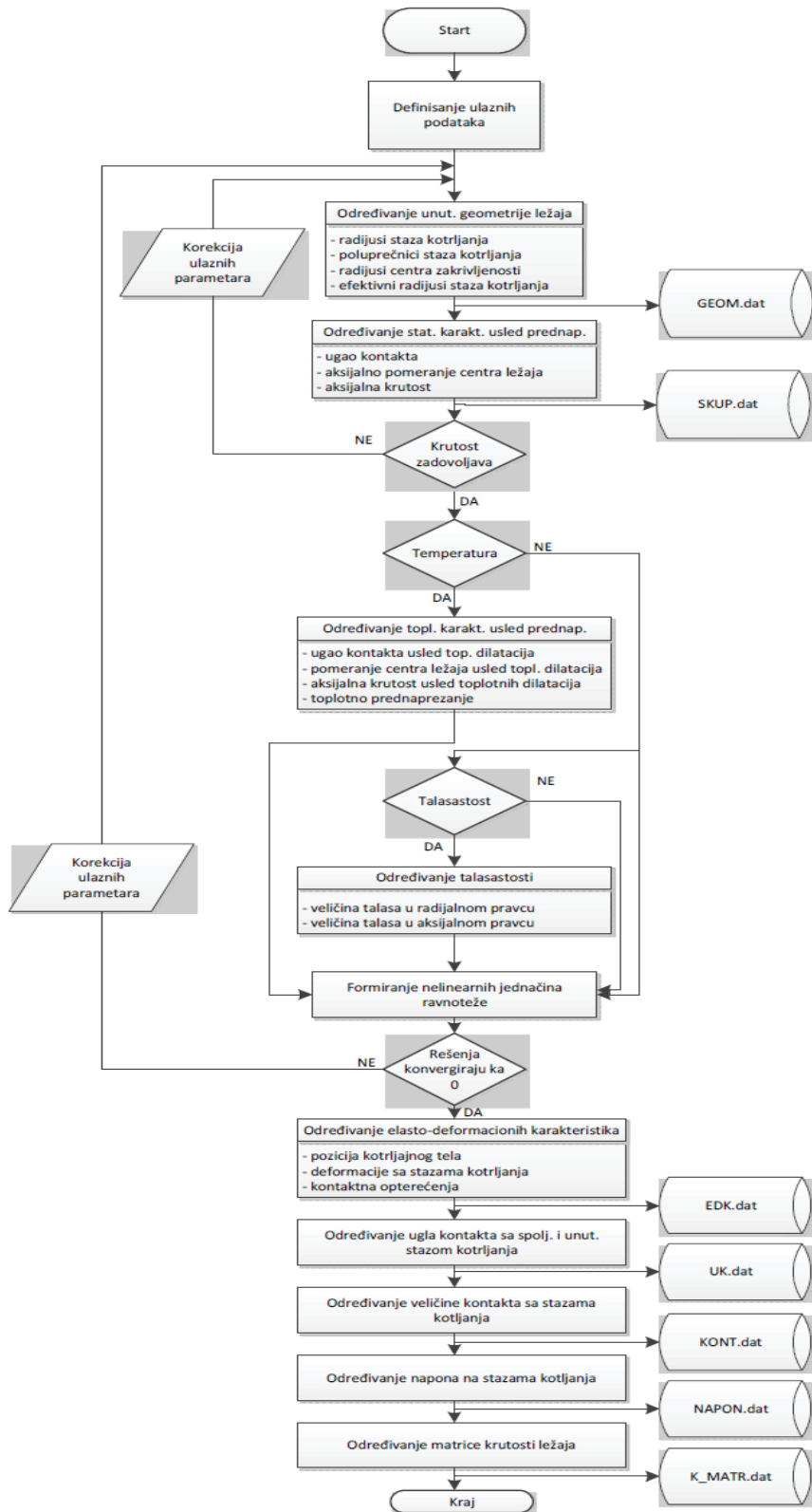
5.4.1 PROGRAM ZA ANALIZU STATIČKOG PONAŠANJA

Na slici (slika 48) prikazan je model programskog rešenja. Procedura proračuna kugličnih ležaja podrazumeva više koraka (faza) [20]:

- 1. Prvi korak**-definisavanje ulaznih podataka zadavanjem mehaničkih osobina materijala, i spoljašnjeg opterećenja i geometrijskih parametara ležaja (nominalni ugao kontakta, prečnik i broj kotrljajnih tela, prečnici ležaja, radijusi staza kotrljanja i drugih parametara). Program omogućava i zadavanje karakteristika (E, ν) za svaki element ležaja. U slučaju kada unutrašnja geometrija ležaja nije poznata na osnovu programa moguće je odrediti.
- 2. Drugi korak**- na osnovu ulaznih podataka preko izraza (14) i (15) se određuju radijusi zakrivljenosti staza kotrljanja. Efektivni radijusi definišu se preko izraza (16). Pomoću izraza (23) određuju se Hertz-ove normalne kontaktne krutosti unutrašnje i spoljašnje staze kotrljanja. Na kraju ovog koraka formira se datoteka GEOM.dat koja sadrži kao izlaz iz druge faze pored ulaznih podataka i izračunate efektivne radijuse, vrednosti radijusa zakrivljenosti i Hertz-ove normalne kontaktne krutosti.
- 3. Treći korak**- preko izraza (32), iterativnim postupkom za zadati početni uslov, a na osnovu prethodnih podataka i poznate sile prednaprezanja određuje ugao kontakta sa stazama kotrljanja. Pomoću

izraza (33) i (35) određuje se pomeranje centra i aksijalna krutost ležaja. Ovaj korak (faza) se završava formiranjem datoteke SKUP.dat koja sadrži vrednosti navedenih parametara.

4. **Četvrti korak** - realizuje se tek kada početna krutost ležaja zadovoljava. U njoj se u programu može razmatrati uticaj geometrijskih nesavršenosti (talasastosti) i temperature na njegovo statičko ponašanje. Kada se analizira uticaj temperature onda se na osnovu izraza (78) određuje pomeranje centra ležaja izazvano toplotnim dilatacijama. Izraz (79) koristi se za izračunavanje povećanja prednaprezanje usled toplotnog opterećenja. Na osnovu nelinearnih jednačina ravnoteže (47), (48) određuju se i deformacije sa stazama kotrljanja za svaku poziciju kotrljajnog tela kao i kontaktna opterećenja na osnovu izraza (42) i (52), uz uslove date u tabeli (tabela11).
5. **Peti korak**- određuje se uglovi kontakta sa spoljašnjom, odnosno unutrašnjom stazom kotrljanja i pomeranje centra ležaja u x , y , z , θ_y i θ_z - pravcu. Nelinearne jednačine ravnoteže (47), (48) i (53) se rešavaju *Newton-Raphson-ovim* postupkom. Ovaj korak podrazumeva određivanje veličine kontakta sa stazama kotrljanja za svako kotrljajno telo i naponi na stazama kotrljanja. Na osnovu izraza (55) određuje se ukupna matrica krutosti za ležaj. Program za analizu statičkog ponašanja uzima uobzir delovanja radijalnog i aksijalnog opterećenja kao i momente savijanja oko y i z ose. Omogućen je i izbor broja redova kotrljajnih tela (jednoredni ili dvoredi kuglični ležaji), odnosno izbor vrste kugličnih ležaja (ležaj sa kosim dodirom ili radijalni ležaji). Krajnji izlaz iz programskog rešenja predstavlja formiranje datoteke REZULTAT.dat. Ona sadrži vrednosti: kontaktna opterećenja na stazama kotrljanja (U_u , U_s), deformacija staza kotrljanja (δ_u , δ_s), veličina osa elipsoidnih kontaktnih površina (a_u , b_u , a_s , b_s), napona na stazama kotrljanja ($Sigma_u$, $Sigma_s$), uglova kontakta na stazama kotrljanja ($alfau$, $alfas$) i matrica krutosti ležaja.



Slika 48. Model rešenja za analizu statičkog ponašanja [20]

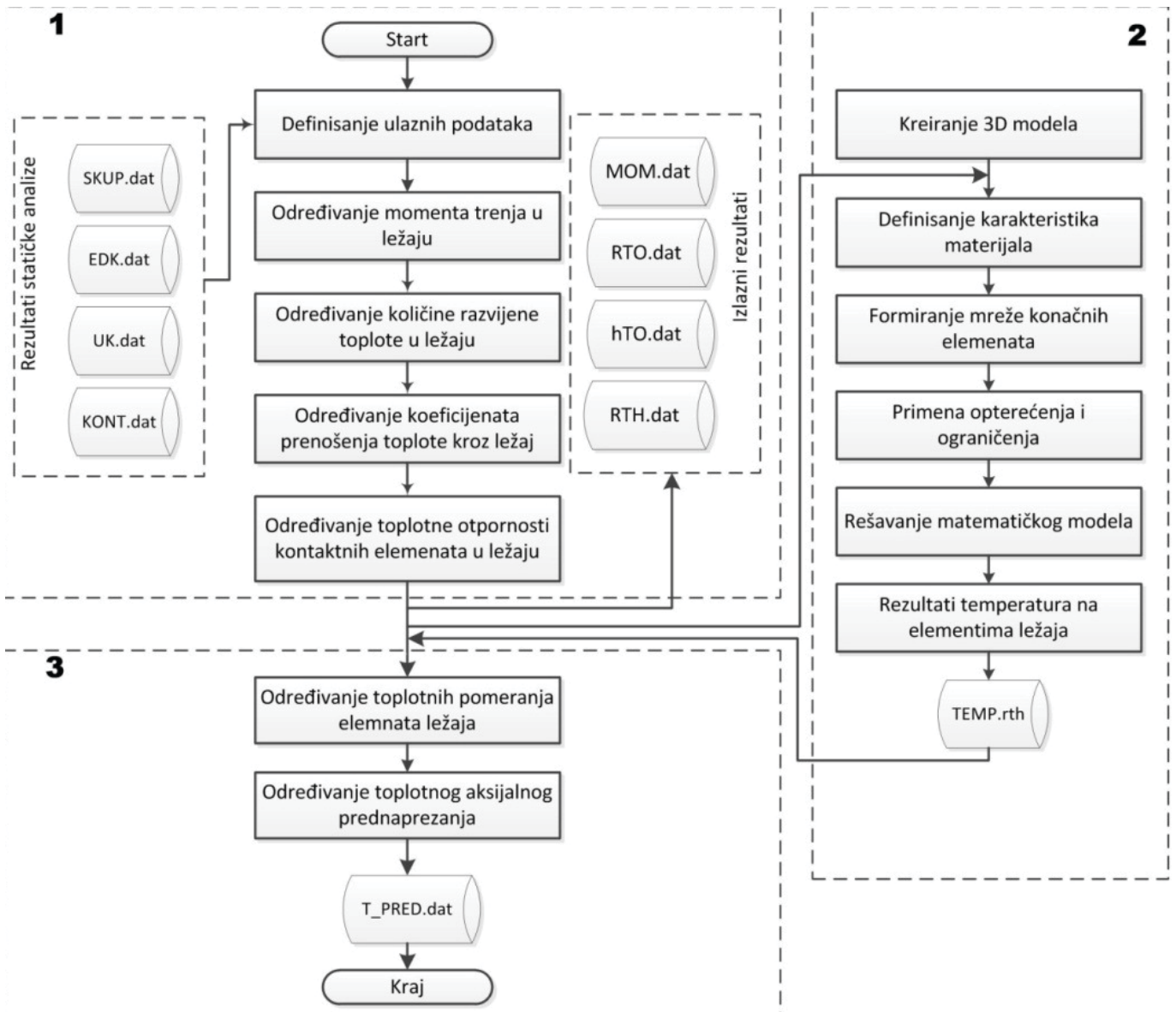
5.4.2 PROGRAM ZA ANALIZU TOPLOTNOG PONAŠANJA

Programsko rešenje za analizu toplotnog ponašanja kugličnih ležaja podeljeno je na tri podsistema [20]:

- 1. Prvi podsistem** - iz datoteka programskog rešenja za statičku analizu učitavaju se vrednosti: kontaktnih površina (KONT.dat), kontaktnih opterećenja (EDK.dat), ugla kontakta sa stazama kotrljanja (UK.dat) i početnog aksijalnog prednaprezanja (SKUP.dat). Za svaku poziciju kotrljajnih tela određuje se moment trenja (MOM.dat) primenom izraza (58) na osnovu navedenih vrednosti i definisanih ulaznih podataka. Na osnovu izraza (47) određuje se količina toplote u ležaju (RTO.dat). Na osnovu ugaone brzine za svako kotrljajno telo, koja je definisana (59) određuje se moment trenja. Određuju se i koeficijenti prelaza toplote za razmatrane zone ležaja prema slici (slika 44) i izraza (63) do (70) (hTO.dat). Nakon ovoga se izračunavaju koeficijenti provođenja toplote između kotrljajnih tela i prstenova na osnovu izraza (71) i (72) (RTH.dat). Model programskog rešenja za analizu toplotnog ponašanja kugličnih ležaja prikazan je na slici (slika 49).
- 2. Drugi podsistem** - podrazumeva određivanje rasporeda temperaturnih polja, kao i vrednosti temperatura. Na bazi kreiranog 3D modela ležaja kojeg sačinjavaju: spoljašnji, unutrašnji prsten i kotrljajna tela određuju se temperaturna polja. Sa tačno definisanim geometrijskim karakteristikama je modelovana unutrašnja geometrija ležaja. Vrednosti koeficijenata prenošenja i provođenja toplote, kao i količine generisane toplote iz prvog dela ovog programskog rešenja određuju se posle definisanja karakteristika materijala na osnovu ulaznih podataka iz prvog dela i definisanja mreže konačnih elemenata i kontaktnih parova. Navedeni parametri predstavljaju ograničenja i opterećenja za određivanje temperaturnih polja ležaja. Na metodi konačnih elemenata zasniva se određivanje rasporeda temperaturnih polja, kao i porasta temperature u zavisnosti od vremena, je određeno u programskom sistemu opšte namene.
- 3. Treći podsistem** - primenom izraza (78) i (79) vrednosti temperatura na elementima ležaja i raspored temperaturnih polja određuju toplotne deformacije elemenata ležaja i prednaprezanje ležaja proučavano toplotnim opterećenjem. TEMP.dat (rezultati toplotne analize) koriste se za dalju analizu statičkog i dinamičkog ponašanja ležaja pod uticajem temperature.

Program za analizu toplotnog ponašanja podrazumeva i izlazne rezultate koji su podeljeni u tri dela radi prikazivanja u numeričkom i grafičkom obliku [20].

- 1. Prvi deo izlaznih rezultata** – odnosi se na rezultate vezane za prenos toplote sa elemenata ležaja kao što su: količina razvijene toplote (Q_u , Q_s); momenti trenja na stazama kotrljanja (M_u , M_s); koeficijenti prelaza toplote sa razmatranih zona ležaja (α) i provođenja toplote (Rth) za svaku poziciju kotrljajnog tela.
- 2. Drugi deo izlaznih rezultata** – odnosi se na raspored temperaturnih polja i vrednosti temperatura na elementima ležaja.
- 3. Treći deo izlaznih rezultata** – odnosi se na prednaprezanje ležaja usled toplotnih dilatacija i na toplotne deformacije elemenata ležaja.

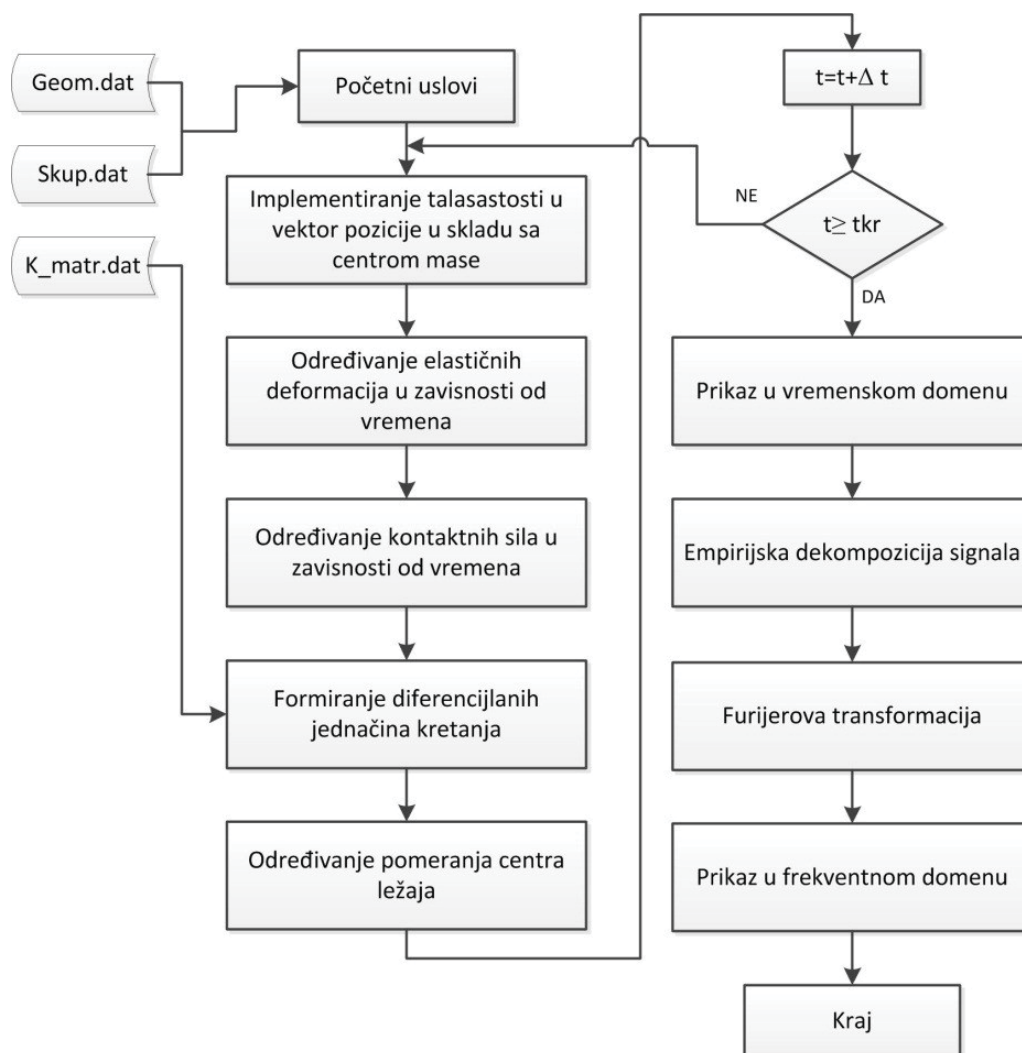


Slika 49. Model rešenja za analizu toplotnog ponašanja kugličnih ležaja [20]

5.4.3 PROGRAM ZA ANALIZU DINAMIČKOG PONAŠANJA

Na slici (50) prikazan je model programskog rešenja za analizu dinamičkog ponašanja. Ulazni podaci za dinamičku analizu su isti kao i za statičku. Dinamička analiza definiše i vremenski interval. Dinamička analiza se sastoji iz više delova [20]:

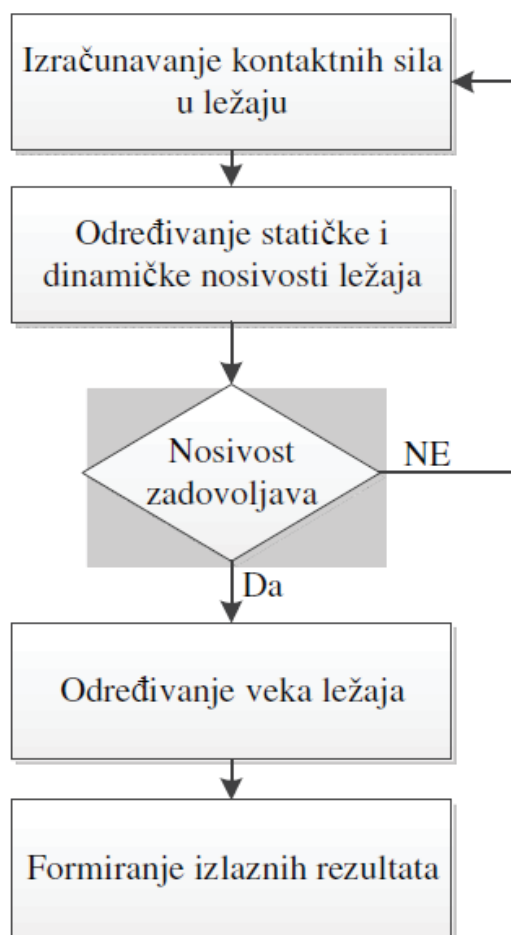
1. *Prvi deo*- određuju se geometrijski podaci o ležaju, elastične deformacije i ugao kontakta za svako kotrljajno telo dobijeni na osnovu statičke analize.
2. *Drugi deo*- određuje se primenom izraza (41) talasastost u zavisnosti od vremenskog intervala. Vremenski interval je jednak vremenu za koje kotrljajna tela naprave jedan pun krug.
3. *Treći deo*- određuju se elastične deformacije i kontaktne sile za svaki vremenski interval. Za svaki vremenski interval proverava se uslov dat izrazama (91) i (92). Kada je pomenuti uslov zadovoljen izračunavaju se jednačina kretanja prema izrazu (93). U programskom sistemu MatLab korišćenjem *ODE* funkcije rešava se jednačina kretanja. Ovaj deo podrazumeva i određivanje pomeranja centra ležaja u vremenskom, a nakon *Furijerove* transformacije, u frekventnom domenu. U njemu je definisana i mogućnost da se analiza u frekventnom domenu može izvršiti pomoću empirijske dekompozicije kombinovane sa *Furijerovom* transformacijom.



Slika 50. Model rešenja za analizu dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja [20]

5.4.4 PROGRAM ZA ODREĐIVANJE RADNOG VEKA KUGLIČNIH LEŽAJA

Ovaj program se zasniva na programskom rešenju za statičku analizu. Pomoću njega se određuje zavisnost zamora staza kotrljanja od njegovih konstrukcionih parametara, materijala, kinematike i eksploatacionih uslova. Matematički modeli programskog rešenja je razvijen na bazi *Palmagren-Lundber-ove* teorije. Ova teorija utemeljena je na *Weibull-ovoj* teoriji razaranja. Algoritam za određivanje radnog veka ležaja prikazan je na slici (slika 51) [20].



Slika 51. Model rešenja za određivanje radnog veka kugličnih ležaja [20]

6. Eksperimentalno ispitivanje konstrukciono-triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF

U sklopu izrade ove disertacije predviđeno je eksperimentalno istraživanje konstrukciono-triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja tipa ZKLF.

Eksperimentalno ispitivanje je sprovedeno u laboratoriji Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG u Herzogenaurach-u u Nemačkoj.

Cilj eksperimentalnog istraživanja je određivanje tj. merenje sledećih parametara:

- broja obrtaja
- temperature spoljnog prstena
- temperature okruženja
- sile trenja tj. momenta trenja
- aksijalne sile prednaprezanja

Eksperimentu će biti podvrgnuti ležaji : „ZKLF2575-2Z“ i „ZKLF50115-2Z“

6.1 Definisanje protokola eksperimenta

Protokolom ispitivanja predviđeno je da se po četiri komada ležaja oba tipa podvrgnu pomenutim merenjima. Izbor uzoraka je po metodi „slučajnog uzorka“.

S obzirom da se radi o specifičnom tipu ležaja neophodno je da se izvrše određene pripreme uzoraka u smislu da se izvrši pravilna montaža i postavljanje uzorka na ispitni sto.

Ispitni sto se sastoji iz vratila koje simulira navojno vreteno i preko koga se od motora dovodi željeni broj obrtaja na unutrašnji prsten ležaja, dok spoljni prsten ostaje slobodan i ne prima nikakvo opterećenje-ostaje nepomičan sve vreme ispitivanja.

Pri merenju će se meriti i temperatura okruženja, tj. sobna temperatura. Podrazumeva se da je ona 20°C.

Ispitivanje svakog uzorka će biti trojako i to:

- ispitivanje sa zaptivnim prstenovima podmazan fabričkom mašću
- ispitivanje bez zaptivnih prstenova podmazan fabričkom mašću
- ispitivanje uzorka bez zaptivnih prstenova koji je prethodno temeljno očišćen od fabričke masti i blago zauljen.

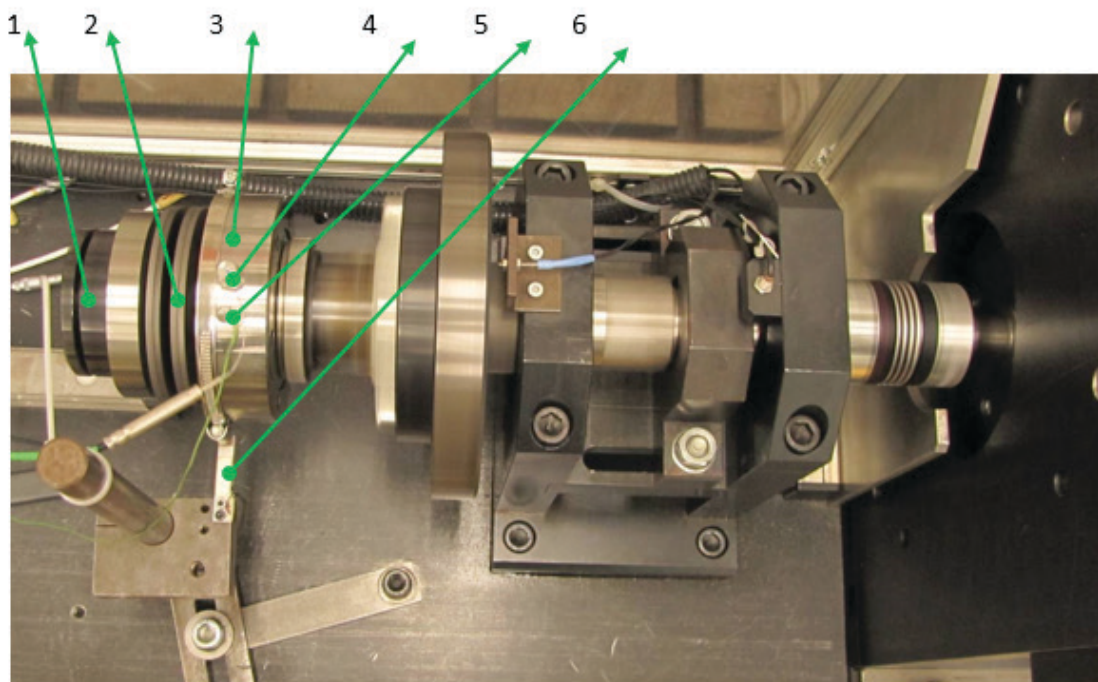
Ideja ja da se nakon svake izvedene serije merenja svakog uzorka vrši upoređivanje rezultata kako bi se došlo do prosečnih vrednosti.

Svaki uzorak nakon postavljanja na vratilo ispitnog stola mora biti prednapregnut određenom aksijalnom silom prednaprezanja koja je propisana od strane Schaeffler-a i koja iznosi:

za ležaj ZKLF2575-2Z $F_x = 1945 \text{ N}$

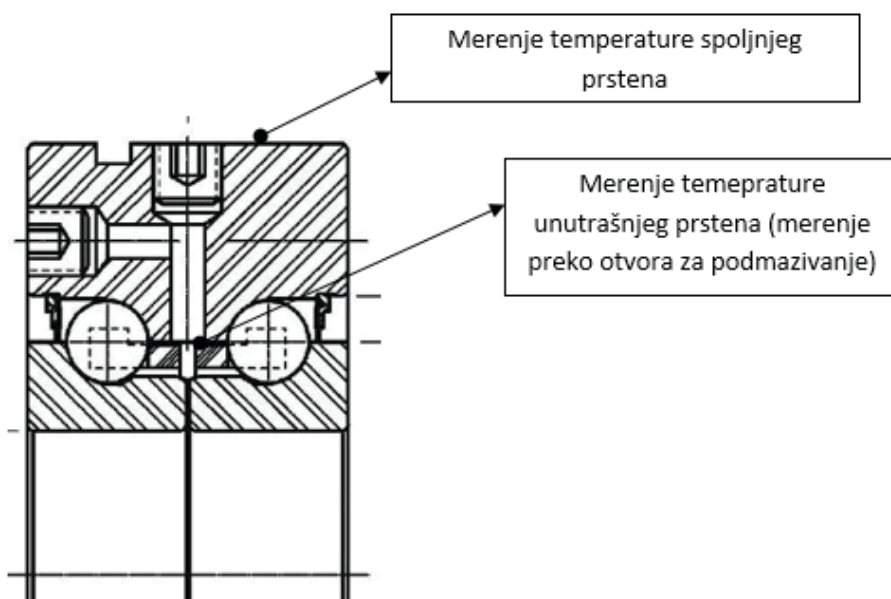
za ležaj ZKLF50115-2Z $F_x = 3148 \text{ N}$

Prednaprezanje se vrši preko precizne navrtke za prednaprezanje predmetnih ležaja takođe proizvođača Schaeffler (AM25 i AM50). Propisani prednapon mora se držati na konstantnom nivou pre, u toku i nakon završenog ispitivanja. S obzirom da na ispitnom stolu nema kućišta za koje bi se uzorak dodatno pričvrstio predviđenom navojnom vezom, to se zbog održavanja konstatnog prednapona u ceo sklop umeće paket tanjirastih opruga koji ima funkciju dodatnog učvršćivanja uzorka. Ovako pripremljen uzorak sada je spreman za ispitivanje (slika 52.).



Slika 52. Izgled ispitnog stola sa uzorkom: 1- Precizna navrtka za prednaprezanje; 2- Paket tanjirastih opruga; 3- Ležaj koji se ispituje; 4- Temperaturni senzor (otvor za podmazivanje) merenje temperature unutrašnjeg prstena; 5- Temperaturni senzor- merenje temperature spoljnjeg prstena; 6- Senzor za merenje sile trenja

Za potrebe eksperimenta senzor za merenje temperature unutrašnjeg prstena je bio sprovedena kroz otvor za podmazivanje ležaja, što je prikazano na slici 53.



Slika 53. Merenje temperature

6.2 Program ispitivanja

Generalno celokupno ispitivanje se sastoji od sledećih delova:

1. Merenja prednapona hladnog ležaja,
2. Raspodele masti unutar ležaja,
3. Primena različitih stepena broja obrtaja,
4. Merenje prednapona toplog ležaja.

Kako bi se dobili što precizniji rezultati potrebno je ostvariti što ravnomerniju raspodelu masti unutar ležaja (fabričko punjenje). Za oba tipa ležaja korišćena je mast L192 sa sledećim količinama:

- za ležaj ZKLF2575-2Z 1,9 g
- za ležaj ZKLF50115-2Z 4,7 g

Da bi se mast ravnomerno raspodelila na početku svakog merenja je predviđen rad oba tipa uzorka sa dva stepena broja obrtaja, 500 min^{-1} i 1000 min^{-1} u trajanju od 15 minuta. Nakon toga se podrazumeva da se mast ravnomerno raspodelila unutar ležaja.

Kada je mast raspoređena u ležaju onda je svaki uzorak opterećen do planiranog maksimalnog broja obrtaja (8000 odnosno 6000 min^{-1}) u trajanju od pet minuta.

Sledeći korak jeste opterećenje svakog uzorka različitim stepenima broja obrtaja. Opseg broja obrtaja je:

- za ležaj ZKLF2575-2Z 0-8000 min^{-1}
- za ležaj ZKLF50115-2Z 0-6000 min^{-1}

Stepen broja obrtaja dat je u tabeli 11 i iznosi 1000-ti deo od planiranog maksimalnog broja obrtaja. Trajanje opterećenja pojedinačnog stepana je 30 minuta. Nakon poslednjeg stepena opterećenja, obavezno je ponovo merena vrednost prednapona.

Tabela 11. Stepen broja obrtaja kojim su opterećeni uzorci ležaja (plan opterećenja)

Tip ležaja	Oznaka uzorka	Raspodela masti	Stepen broja obrtaja / min^{-1}								
			1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	
ZKLF2575-2Z	DRPA 10 41 B-001	500,1000 na 15 min. Granica stepena broja obrtanja do n_{max}	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C
	DRPA 10 41 B-002		A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C	A, B, C
	DRPA 10 41 B-003		A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B
	DRPA 10 41 B-004		A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B
ZKLF50115-2Z	DRPA 10 41 B-005		A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B			
	DRPA 10 41 B-006		A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B			
	DRPA 10 41 B-007		A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B			
	DRPA 10 41 B-008		A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B			

Legenda:

A: fabrički podmazan ležaj sa zaptivnim prstenovima

B: fabrički podmazan ležaj bez zaptivnih prstenova

C: odmašćen i nauljen ležaj bez zaptivnih prstenova

U sledećoj fazi su sa svih uzoraka skinuti zaptivni prstenovi i ponovo ponavljen postupak opterećenja po stupnjevima i nakon toga se opet merila vrednost prednapona.

U poslednjem koraku su dva uzorka ležaja ZKLF2575-2Z potpuno očišćena- odmašćena, podmazana uljem VG68 i tako ponovo po istoj šemi opterećena. I ovde je bilo obavezno merenje prednapona na kraju opterećenja.

6.3 Definisanje uslova eksperimentalnog istraživanja

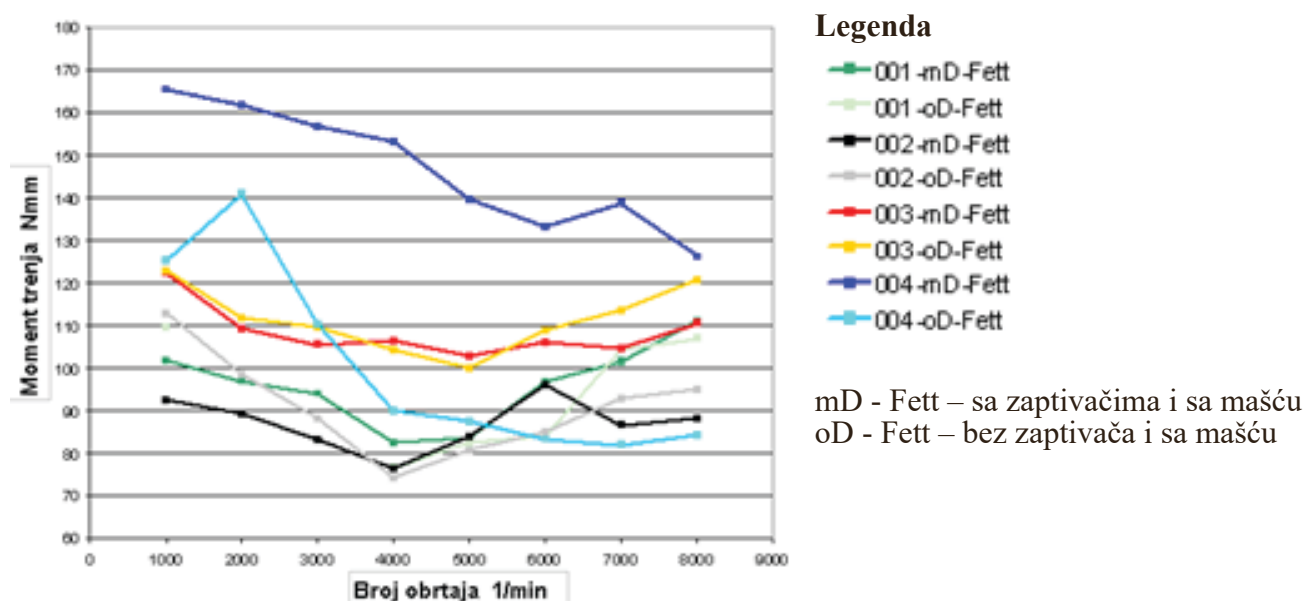
S obzirom da je eksperimentalno istraživanje rađeno u laboratorijskim uslovima, to su uslovi pod kojima su ležaji radili znatno „finiji“ u odnosu na realne eksploatacione uslove. Iz tog razloga treba naglasiti uslove pod kojima su ležaji ispitivani, a dobijene rezultate tumačiti samo u okvirima koje definišu uslovi pod kojima su ležaji radili.

Na slici 52. prikazana je ugradbena situacija koja je ispitivana. Iz nje se mogu definisati uslovi pod kojima su ležaji ispitivani.

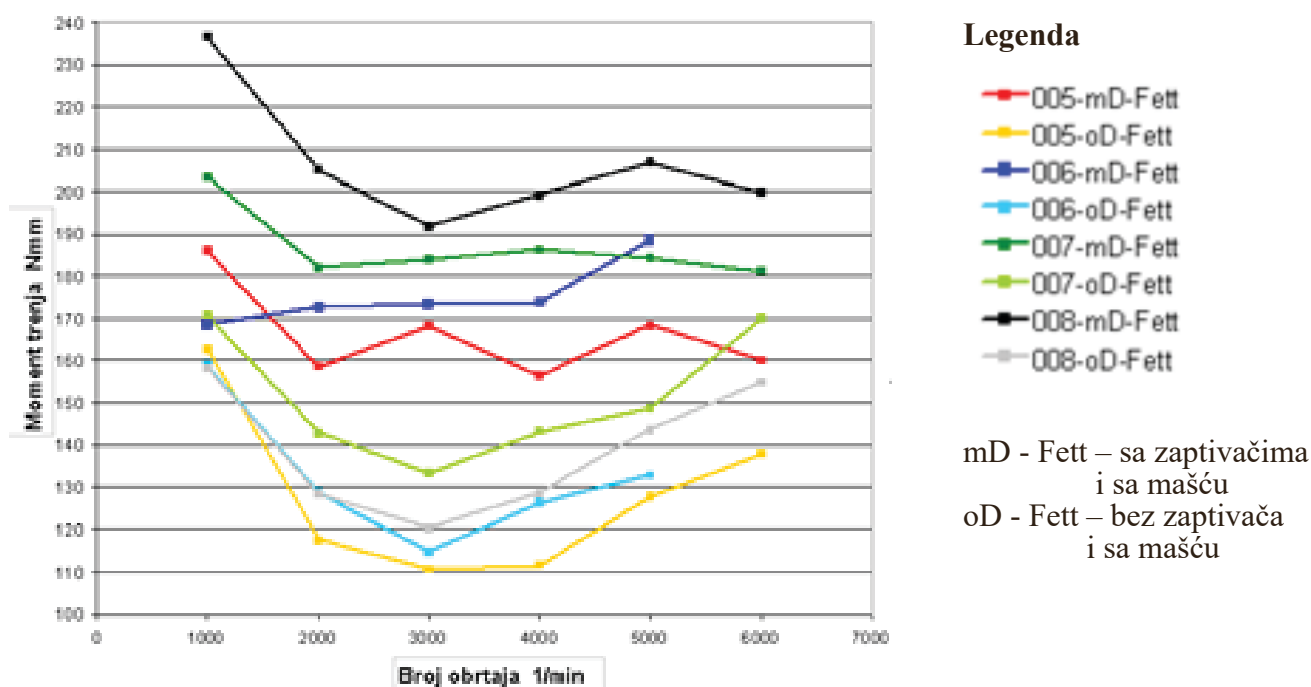
- Navojno vreteno simulira vratilo ispitnog stola koje pogon dobija od elektromotora
- Ne postoji navrtka navojnog vretena
- Ne postoji kućište mašine za koje je bi ležaj bio dodatno učvršćen
- Ukupno aksijalno opterećenje ležaj dobija od precizne navrtke za prednaprezanje i paketa tanjirastih orpuga koje su umetnute između ležaja koji se ispituje i precizne navrtke za prednaprezanje.

6.4 Rezultati eksperimentalnog ispitivanja

Rezultati eksperimentalnog ispitivanja biće prikazani u vidu spektra koji daje zavisnost momenta trenja od broja obrtaja.



Slika 54. Dijagram momenta trenja za ležaj ZKLF2575-2Z



Slika 55. Dijagram momenta trenja za ležaj ZKLF50115-2Z

U nastavku ovog poglavlja biće prikazani rezultati merenja ispitivanih uzorka, videti tabele 12a do 12e.

Tabela 12a. Rezultati merenja ispitivanih uzoraka				
Uzorak	Izmerene srednje vrednosti u poslednjih 10 minuta ispitivanja			
DRPA1040B001 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min ⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperetura unutr. prsten °C
	1007	101,7	35,7	37,2
	2004	97,0	38,4	41,0
	3002	94,1	40,3	43,5
	4001	82,4	42,6	46,6
	5010	83,7	44,2	48,9
	6007	96,7	47,4	
	7005	101,5	49,4	
	8003	111,1	51,1	
DRPA1040B001 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min ⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperetura unutr. prsten °C
	1006	109,5	31,9	33,6
	2004			
	3003			
	4001	76,6	40,3	44,6
	5010	82,5	41,8	46,9
	6009	83,7	42,9	48,6
	7007	104,4	47,9	55,2
	8003	106,9	50,5	58,7

Tabela 12b. Rezultati merenja ispitivanih uzoraka

DRPA1040B002 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1006	92,4	31,8	33,9
	2005	89,2	34,1	37,9
	3002	83,2	35,6	41,0
	4000	76,3	37,2	44,4
	5010	84,0	39,3	47,8
	6009	96,0	42,2	52,4
	7006	86,7	43,8	54,2
	8002	88,2	45,5	56,7
DRPA1040B002 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1006	112,7	30,9	32,3
	2005	98,6	35,3	38,1
	3002	88,3	38,2	42,3
	4000	74,2	36,9	42,5
	5010	80,7	39,3	46,2
	6009	85,0	44,6	52,5
	7006	92,9	48,1	57,8
	8002	94,9	49,8	61,8
DRPA1040B003 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1006	122,3	31,6	33,6
	2002	109,4	36,9	40,6
	3002	105,5	39,7	44,8
	4000	106,5	42,5	49,0
	5008	102,8	47,4	55,3
	6007	106,0	50,0	59,4
	7004	104,5	52,9	63,7
	8001	110,6	55,5	68,1
DRPA1040B003 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	
	1006	123,0	32,7	
	2002	111,8	37,6	
	3000	109,5	42,6	
	3998	104,1	44,9	
	5006	100,0	47,5	
	6007	109,0	50,3	
	7006	113,5	54,3	
	8002	120,8	58,6	

Tabela 12c. Rezultati merenja ispitivanih uzoraka

DRPA1040B004 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1006	165,6	34,9	37,5
	2003	161,7	39,5	44,1
	3001	156,9	42,7	49,5
	4000	153,3	45,9	54,8
	5008	139,6	47,6	58,1
	6008	133,1	48,1	60,4
	7007	138,7	49,2	63,7
	8004	126,3	48,4	64,3
DRPA1040B004 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1019	125,4	35,7	37,2
	2004	141,0	45,8	49,2
	3002	110,3	47,2	51,1
	4001	90,0	42,3	46,2
	5009	87,4	43,3	48,3
	6007	83,3	44,6	50,2
	7006	82,1	46,0	52,4
	8003	84,3	47,8	55,1
DRPA1040B005 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1008	186,1	30,8	32,6
	2001	158,6	33,4	36,2
	3000	168,2	36,4	40,5
	4001	156,3	39,0	44,3
	5008	168,4	41,5	48,2
6008	160,1	43,8	52,1	
DRPA1040B005 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperetura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1032	162,8	33,8	35,0
	2004	117,5	33,6	35,2
	3002	110,7	32,9	35,0
	4001	111,6	34,6	37,3
	5008	127,6	37,5	41,0
6009	137,8	40,9	45,5	

Tabela 12d. Rezultati merenja ispitivanih uzoraka

DRPA1040B006 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperatura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1006	168,5	31,6	33,4
	2004	172,7	33,7	36,8
	3003	173,4	36,2	40,5
	4001	173,9	38,9	44,7
	5010	188,7	41,9	48,9
DRPA1040B006 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperatura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1006	158,8	26,3	27,8
	2002	128,8	29,2	31,8
	2999	114,7	30,7	34,0
	4001	126,1	31,5	36,0
	5010	132,8	33,8	39,0
DRPA1040B007 (model ispitivanja „A“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperatura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1004	203,5	29,8	31,5
	2002	182,1	32,8	35,5
	3001	184,0	35,6	39,7
	3999	186,5	38,9	44,4
	5010	184,4	41,3	48,2
DRPA1040B007 (model ispitivanja „B“)	Broj obrtaja min⁻¹	Moment trenja Nmm	Temperatura sp. prsten °C	Temperatura unutr. prsten °C
	1005	170,8	28,1	29,3
	2005	142,9	31,4	33,5
	3002	133,1	33,2	36,2
	4000	143,2	35,5	39,4
	5010	148,6	38,3	43,3
6009	170,1	40,8	46,8	

Tabela 12e. Rezultati merenja ispitivanih uzoraka

	Broj obrtaja	Moment trenja	Temperatura sp.	Temperatura unutr.
	min ⁻¹	Nmm	prsten °C	prsten °C
DRPA1040B008 (model ispitivanja „A“)	1007	236,7	32,7	34,4
	2005	205,2	35,8	38,5
	3002	192,0	38,4	42,1
	3999	199,4	42,0	47,0
	5009	206,9	44,3	50,6
	6007	199,9	45,9	53,5
	DRPA1040B008 (model ispitivanja „B“)	1004	158,1	29,4
2002		128,2	30,3	32,9
3000		120,4	31,5	34,9
3999		128,5	34,0	38,7
5007		143,5	37,1	43,3
6006		154,8	38,8	47,1

6.5 Diskusija rezultata eksperimentalnog istraživanja

Cilj eksperimentalnog istraživanja je bio merenje sledećih parametara:

1. Broj obrtaja
2. Ukupnog momenta trenja u ležaju
3. Temperature spoljnjeg prstena
4. Temperature unutrašnjeg prstena

Na slici 54. i 55. prikazan je spektar dobijenih rezultata za ispitivane ležaje.

Odmah se uočava da postoje određena oscilacija u dobijenim rezultatima kod oba tipa ispitivanih ležaja. Međutim, nastale oscilacije u rezultatima su tehničke prihvatljive uzimajući u obzir uslove pod kojima je ispitivanje rađeno. To se pre svega odnosi na ukupno aksijalno opterećenje koje je delovalo na ispitivane uzorke (videti poglavlje „Definisanje uslova eksperimentalnog istraživanja“). Pored toga, na početku je konstatovano da nema kućišta za koje bi ležaji bili dodatno pričvršćeni, kao ni navrtka navojnog vretena koja indukuje glavno aksijalno opterećenje.

Svakako, dobijeni rezultati u sebi nose informacije o ponašanju ležaja i uticaju konstrukciono - triboloških parametara pod zadatim uslovima rada.

Analizirajući dobijene rezultate (videti tabele 12a do 12e) može se zaključiti sledeće.

Maksimalne vrednosti ukupnog momenta trenja se javljaju na samom početku rada. To je očekivano ponašanje ležaja i objašnjava se kroz tzv. „prelazni režim“ rada ležaja. Naime, na samom početku rada, film sredstva za podmazivanje (u konkretnom slučaju je mast za podmazivanje) još uvek nejednak i nepravilno raspoređen u ležaju. To dalje znači da se na kontaktnim površinama (misli se na kontaktne površine kotrljajno telo- staza kotrljanja) još uvek nije stvorio potreban film maziva. U prelaznom režimu rada se iz tog razloga uvek javlja tzv. „mešovito trenje“ koje se sastoji iz trenja klizanja i trenja kotrljanja. Vrednosti mešovitog trenja na početku rada ležaja mogu biti više puta veće od očekivane kod nekih tipova ležaja a za zadate uslove rada. Pošto je film maziva u toku rada formiran, to će ukupni moment trenja polako početi da se smanjuje, sve do trenutka kada će neznatno oscilovati oko prosečne vrednosti što je i prikazano u tabelama 12a do 12e.

Analiziranjem temperature spoljnjeg prstena može se konstatovati da je za sve ispitane ležaje ona bila ispod 70°C. Naime, standard DIN 732, deo 1 i 2 [74], definiše referentnu temperaturu uravnoteženja. Ona se meri na spoljnjem prstenu i po standardu mora biti 70°C, što dalje znači da se u tom trenutku može uspostaviti toplotni bilans na ležaju. U fizičkom smislu, to znači da je količina stvorene toplotne energije jednaka količini odvedene toplotne energije iz ležaja. Na osnovu dobijenih rezultata, može se konstatovati, da se toplotni bilans kao kriterijum za ocenu termičke stabilnosti ležaja ne može primeniti jer osnovni referentni uslov nije ispunjen. Razlog za to jeste znatno manje aksijalno opterećenje ležaja, jer na ispitnom stolu nije bilo navrtke navojnog vretena koja u eksploataciji indukuje glavno aksijalno opterećenje (videti poglavlje „Definisanje uslova eksperimentalnog istraživanja“).

Temperatura unutrašnjeg prstena je kod svih uzoraka bila u proseku višlja za par stepeni u odnosu na temperaturu spoljnjeg prstena, što se objašnjava time da je izvor trenja bio bliži unutrašnjem prstenu, a i toplotna energija stvorena na vratilu ispitnog stola je bila direktno prenošena preko unutrašnjeg prstena.

Sprovedeno eksperimentalno istraživanje je pokazalo da je proces koji se dešava u ležaju pod datim uslovima prilično stohastičan i da na njega utiče dosta različitih parametara koji čak izlaze iz okvira pome-

nutog standarda DIN 732 [74]. Na osnovu dobijenih rezultata se može izvršiti identifikacija glavnih uticajnih konstrukciono-triboloških parametara, a to su: raspodela masti u ležaju, ubrzanje ležaja kao i dejstvo centrifugalne sile na kavez i kotrljajna tela (kuglice).

Pošto je predmet disertacije istraživanje konstrukciono-triboloških parametara ležaja tipa ZKLF, to se došlo na ideju, da se ponašanje pomenutog tipa ležaja sagleda preko temperaturnog polja, koje će biti dobiveno preko termičke simulacije sistema „ležaj-precizna navrtka za prednaprezanje- navojno vreteno-kućište za koje se dodatno pričvršćuje ležaj- zavrtnajska veza za dodatno pričvršćenje ležaja“. Temperaturno polje će dati raspodelu toplotnog opterećenja kroz sistem, gde će glavni parametar analize biti temperatura tj. toplotna energija, koja dalje u sebi nosi informacije o konstrukciono-tribološkim parametrima ležaja tipa ZKLF.

7. Termička FEA analiza karakteristika aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom tipa ZKLF

Uvažavajući temu ove doktorske disertacije, došlo se na ideju, da se nađe neka veličina, koja u sebi istovremeno nosi informacije o uticaju konstrukciono-triboloških parametara na rad predmetnih ležaja.

Iz tog razloga je kao najpodobniji parametar za analizu usvojena temperatura. Ona u sebi spreže kombinovani uticaj konstrukcionih i triboloških parametara, a sa druge strane je i parametar, koji se preko odgovarajuće tehničke opreme može pratiti sve vreme rada ležaja.

Iz dosadašnjeg izlaganja, jasno se može videti, da se ponašanje ležaja tipa ZKLF može sagledati samo kroz multi disciplinarni pristup sistema „ležaj - precizna navrtka za prednaprezanje - navojno vreteno - kućište za koje se dodatno pričvršćuje ležaj - zavrtnajska veza za dodatno pričvršćenje ležaja“. Zbog složenosti zadatka, bilo je potrebno da se on radi u više iteracija, koje će biti prezentovane u daljem izlaganju ovog poglavlja.

7.1 Polazne osnove

Pošto je temperatura izabrana kao optimalni parametar za analizu, to je sledeći korak definisanje temperaturnog/ toplotnog polja za sistem „ležaj - precizna navrtka za prednaprezanje - navojno vreteno - kućište za koje se dodatno pričvršćuje ležaj - zavrtnajska veza za dodatno pričvršćenje ležaja“.

Već je poznato da standard DIN 732, deo 1 i 2 [74] daje potrebnu proceduru za određivanje termičkog graničnog broja obrtaja. Ovde se pod graničnim termičkim brojem obrtaja podrazumeva, granični broj obrtaja pri kome se garantuje termička stabilnost ležaja.

Pomenuti standard na samom početku definiše referentne uslove, pod kojima važi čitava procedura određivanja graničnog termičkog broja obrtaja, i to su:

1. Spoljni prsten kotrljajnog ležaja je nepomičan - fiksiran
2. Referentna temperatura na spoljnjem prstenu je $\theta_r = 70^\circ\text{C}$
3. Referentna temperatura okruženja $\theta_{Ar} = 20^\circ\text{C}$
4. Referentno opterećenje kotrljajnog ležaja (za aksijalne kuglične ležaje za navojna vretena) $P_{lr} = 0,02 \cdot C_o$ (2% statičke nosivosti ležaja C_o) [74]
5. Opterećenje je čisto aksijalno i centrično

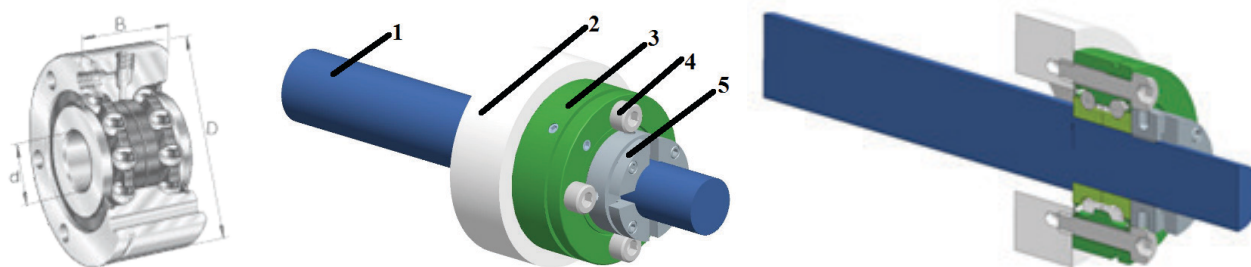
Referentni uslovi su izabrani tako da je referentni broj obrtaja identičan za oba načina podmazivanja, tj. za podmazivanje mašću i uljem. Termički referentni broj obrtaja omogućava poređenje različitih tipova i veličina kotrljajnih ležaja poštujući njihovu pogodnost za rad sa visokim brojem obrtaja. U najvećem broju standardnog izvođenja ležaja maksimalna moguća učestanost obrtanja će biti definisana preko zagrevanja ležaja tj. preko dozvoljene radne temperature ležaja.

DIN 732 deo 1 i 2 [74] je primenljiv samo u slučaju kada je zagrevanje ležaja merodavni kriterijum za dozvoljeni broj obrtaja. Ako se za zadati slučaj ugradnje pojavi neki drugi limitirajući kriterijum, onda će se za određivanje graničnog broja obrtaja primeniti neki drugi adekvatni postupak.

Termički dozvoljeni broj obrtaja dobija se kada se termički referentni broj obrtaja multiplicira faktorom odnosa broja obrtaja, koji uzima u obzir realne radne uslove. U slučaju da se u toku rada temperatura ležaja održava na određenom nivou putem npr. dodatnog odvođenja temperature, onda ograničavajući kriterijum termičkog broja obrtaja više ne važi. U tim slučajevima se onda mogu primeniti neki drugi limitirajući kriterijumi kao npr. ponašanje kaveza, naprezanja usled centrifugalnih sila i sl.

Napred pomenuti uslovi za određivanje dozvoljenog termičkog broja obrtaja odnose se na standardne ležaje i standardne slučajeve ugradnje [74]. S obzirom da će nadalje biti razmatrani ležaji tipa “ZKLF...-2Z”, proizvođača INA-Schaeffler, to će se javiti dodatni uticaji koji nisu obuhvaćeni standardom DIN 732. Radi lakšeg objašnjenja prikazan je aktuelni slučaj ugradnje pomenutog tipa ležaja (slika 56).

Standard DIN 732 ne može biti ovde primenjen u celosti, već samo delimično, jer odstupanja postoje kako u pogledu podmazivanja (samo izvođenje- konstrukcija ležaja podrazumeva podmazivanje mašću, što dalje znači da nema odvoda toplote preko sredstva za podmazivanje) tako i u postojanju kućišta i navojne veze za dodatno fiksiranje ležaja. Pomenuta odstupanja u dalju analizu unose znatne novine u odnosu na dosadašnji pristup.

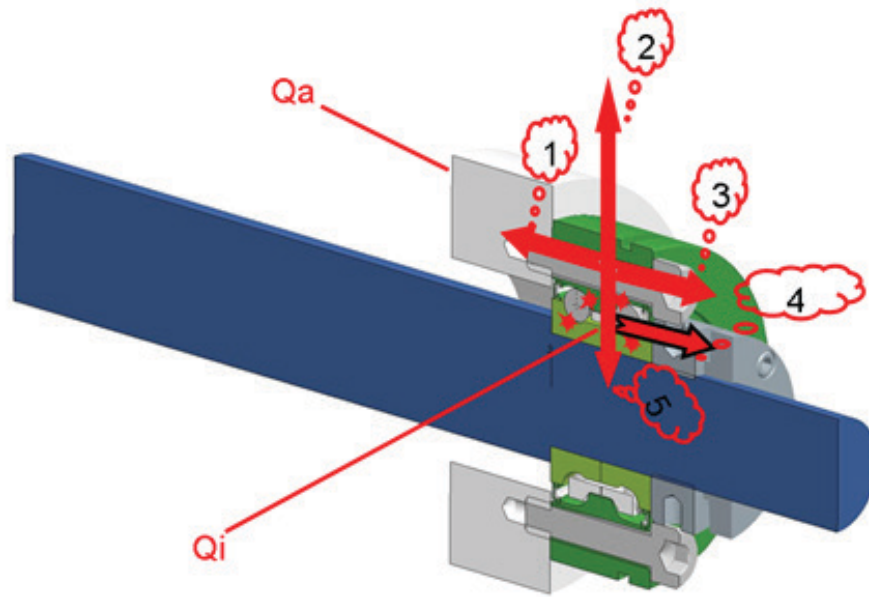


Slika 56. Primer ugradnje ležaja tipa ZKLF...-2Z: 1- navojno vreteno; 2- kućište; 3- ležaj tipa “ZKLF...-2Z”; 4- zavrtnevi za pritezanje ležaja za kućište; 5- precizna navrtka za prednaprezanje ležaja

7.2 Toplotni bilans

Osnov za određivanje dozvoljenog termičkog broja obrtaja je toplotni bilans primenjen na sistem “ležaj”. Za toplotni bilans merodavna je količina toplote - toplotni fluks koji se prenosi preko tzv. referentnih površina. Upravo referentne površine uslovljavaju potpuno novi pristup analizi.

Izvor toplotnog fluksa je na mestu dodira kotrljajnih tela i staze kotrljanja. Nastala toplota se dalje širi kroz ležaj, kućište i preciznu navrtku za prednaprezanje i predaje se okruženju. Radi lakšeg opisa (slika 57) dat je šematski prikaz prostiranja toplote.



Slika 57. Šematski prikaz prostiranja toplote u ležaju;
 Q_i - stvorena toplotna energija, Q_a - odvedena toplotna energija

7.3 Termički referentni broj obrtaja

Osnova za proračun termičkog referentnog broja obrtaja je energetski bilans primenjen na sistem „ležaj“ pod referentnim uslovima. Opterećenje od trenja N_{Fr} u W, koje je nastalo pod referentnim uslovima i pri termičkom referentnom broju obrtaja mora biti jednako odvedenom toplotnom fluksu iz ležaja [74].

$$N_{Fr} = 10^3 Q_r \quad (102)$$

Opterećenje od trenja u ležaju pri termičkom referentnom broja obrtaja i pod referentnim uslovima biće određeno preko momenta trenja koji se javlja u ležaju (prema Palmgreen-u) [74]:

$$N_{Fr} = 10^{-3} \left[\frac{\pi n_{\theta r}}{30} \right] [M_{0r} + M_{1r}] = 10^{-3} \left[\frac{\pi n_{\theta r}}{30} \right] \left[10^{-7} f_{0r} (v_r n_{\theta r})^{\frac{2}{3}} d_m^3 + f_{1r} P_{1r} d_m \right] \quad (103)$$

$n_{\theta r}$ - Termički referentni broj obrtaja u min^{-1}

M_{0r} - moment trenja nezavistan od opterećenja pod referentnim uslovima i pri termičkom referentnom broju obrtaja u Nmm

M_{1r} - moment trenja koji zavisi od opterećenja za referentne uslove u Nmm

f_{0r} - koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i podmazivanja za referentne uslove

v_r - kinematska viskozinost ulja odnosno osnovnog ulja kod masti za referentne uslove i referentnu temperaturu ležaja θ_r u mm^2/s

d_m - srednji prečnik ležaja u mm $d_m = 0,5 \cdot (D+d)$

f_{1r} - koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i opterećenja za referentne uslove

P_{1r} - merodavno ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja za referentne uslove (referentno opterećenje) za moment trenja koji zavisi od opterećenja u N

Ukupni toplotni fluks odveden iz ležaja za referentne uslove Q_r u kW [74], može se dobiti iz jednačine (104), odnosno:

$$Q_r = 10^{-6}(q_{Sr} + q_{Lr})A_{Sr} \quad (104)$$

Iz jednačina (103) i (104) se dobija izraz za određivanje termičkog referentnog broja obrtaja [74]:

$$\left[\frac{\pi n_{\vartheta r}}{30} \right] \left[10^{-7} f_{0r} (v_r n_{\vartheta r})^{\frac{2}{3}} d_m^3 + f_{1r} P_{1r} d_m \right] = (q_{Sr} + q_{Lr})A_{Sr} \quad (105)$$

Daljim razvijanjem jednačine (105) dolazi se do sledećeg oblika:

$$\begin{aligned} n_{\vartheta r}^{\frac{5}{3}} S + n_{\vartheta r} T - Z &= 0 \\ S &= 10^{-7} f_{0r} v_r^{\frac{2}{3}} d_m^3 \\ T &= f_{1r} P_{1r} d_m \\ Z &= \frac{30}{\pi} (q_{Sr} + q_{Lr})A_{Sr} \end{aligned} \quad (106)$$

Za posmatrani slučaj, $q_{Lr}=0$ zato što je podmazivanje ležaja mašću, te tako ne postoji odvođenje toplote pomoću sredstva za podmazivanje.

7.3.1 ODVEDENA TOPLOTA

Odvedena toplota Q u kW [74], određuje se prema:

$$Q = Q_S + Q_L + Q_E \quad (107)$$

- Q_S - odvedena toplota preko referentne površine u kW
- Q_L - odvedena toplota preko sredstva za podmazivanje u kW
- Q_E - suma dodatno dovedene ili odvedene toplote u kW, pri čemu je:
 - pri dodatnom hlađenju (strani izvori hlađenja): $Q_E > 0$
 - pri dodatnom zagrevanju (strani izvor zagrevanja): $Q_E < 0$

Za konstrukciono izvođenje, koje se razmatra u ovoj disertaciji, uzima se:

$Q_L = 0$ - jer je podmazivanje mašću, pa ne postoji odvod toplote

$Q_E = 0$ - ne postoje strani izvori zagrevanja ili hlađenja

Iz navedenog sledi da je ukupna odvedena toplota za razmatrani slučaj ugradnje :

$$Q = Q_S \quad (108)$$

Odvedena toplota preko referentne površine Q_S u kW [74], dobija se iz jednačine:

$$Q_S = 10^{-6}(\theta - \theta_A)k_q A_S \quad (109)$$

gde je

- θ - srednja temperatura ležaja na spoljnjem prstenu, $\theta = 70^\circ\text{C}$
- θ_A - srednja temperatura okoline, $\theta_A = 20^\circ\text{C}$
- k_q - koeficijent prolaza toplote referentne površine u kW/m²K
- A_S - referentna površina (suma svih površina preko kojih se vrši odvod toplote) na vratilu i kućištu u mm²

Površine preko kojih se odvodi toplota A_i u mm^2 određuju se prema:

$$A_i = \pi d_i B_i \quad (110)$$

d_i - odgovarajući prečnik u mm

B_i - odgovarajuća širina površine u mm

Dodirne-kontaktne površine A_{Bj} u mm^2 :

$$A_{Bj} = \frac{d_{Bj}^2 \pi}{4} \quad (111)$$

d_{Bj} - odgovarajući prečnik dodirne- kontaktne površine u mm

Referentna površina preko koje se vrši odvod toplote (suma svih površina) A_s u mm^2 :

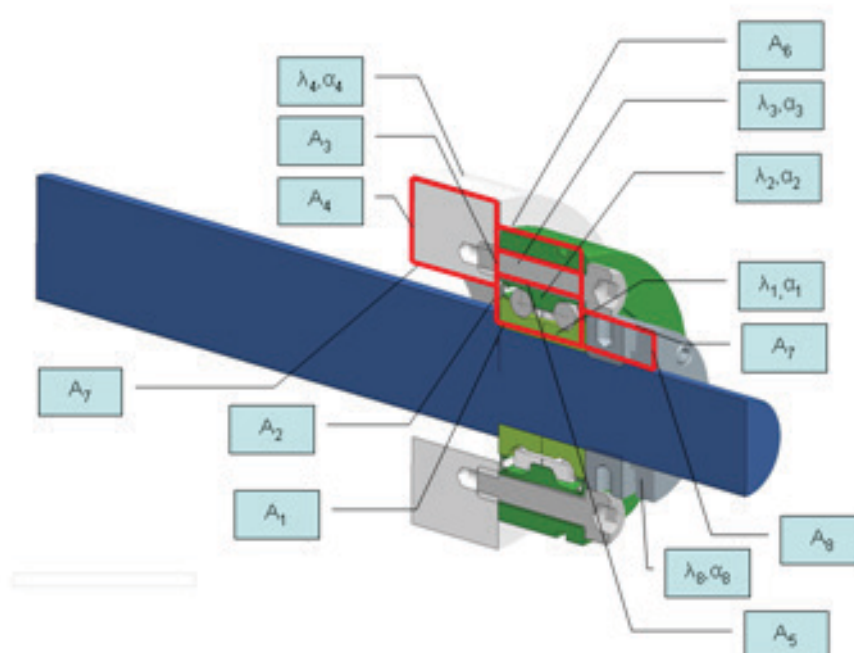
$$A_s = \sum_{i=0}^n A_i + \sum_{j=1}^k A_{Bj} \quad (112)$$

i - broj površina preko kojih se odvodi toplota

k - broj dodirnih- kontaktnih površina preko kojih se odvodi toplota

Glavni problem pri izračunavanju dozvoljenog termičkog broja obrtaja je određivanje koeficijenta prolaska toplote referentne površine. U odnosu na ranije definisane referentne površine date u [74], u ovom radu je uvedeno neophodno proširenje ukupne referentne površine [76], [77]. Sa slike (58) se uočava da je ukupna referentna površina prilično složena i da obuhvata više različitih materijala sa različitim karakteristikama u odnosu na termičko opterećenje.

Pri analizi jako je bitno uzeti u obzir i mehanizme prenosa toplote na kontaktnim površinama koje se javljaju u posmatranom sistemu. Vrednost toplotne provodnosti kontaktnih površina uzeta je iskutveno i prema navodu FE- Spec. 000.2, elastični model, medium kontaktne površine – vazduh [78].



Slika 58. Referentna površina sa naznačenim koeficijentima prelaza toplote i toplotnim provodljivostima odgovarajućih materijala

7.3.2 KOEFICIJENTI OPTEREĆENJA I PODMAZIVANJA

Koeficijenti podmazivanja K_L i opterećenja K_p [74], određuju se prema:

$$K_L = \frac{10^{-6} \left(\frac{\pi}{30} \right) n_{\theta r} 10^{-7} \left[\left(f_0 v^{\frac{2}{3}} n_{\theta r}^{\frac{2}{3}} d_m^{\frac{2}{3}} \right) \right]}{Q} \quad (113)$$

$$K_p = 10^{-6} \frac{\pi}{30} n_{\theta r} \frac{f_1 P_1 d_m}{Q} \quad (114)$$

Faktor $\frac{10^{-7} \left[\left(f_0 v^{\frac{2}{3}} n_{\theta r}^{\frac{2}{3}} d_m^{\frac{2}{3}} \right) \right]}{Q}$ treba razmatrati kao veličinu izraženu u Nmm,

$n_{\theta r}$ - termička referentni broj obrtaja u min^{-1}

f_0 - koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i podmazivanja

v - kinematska viskoznost ulja za podmazivanje odnosno osnovnog ulja kod masti pri radnoj temperaturi u mm^2/s

$d_m = 0,5(D+d)$ - srednji prečnik ležaja u mm

f_1 - koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i opterećenja

P_1 - merodavno ekvivalentno dinamičko opterećenje za moment trenja koji zavisi od opterećenja u N

Q - ukupni toplotni fluks ležaja u kW

7.3.3 GRANIČNI BROJ OBRTAJA

Termička dozvoljeni broj obrtaja n_{θ} u min^{-1} dobija se preko koeficijenta odnosa broja obrtaja f_n i termičkog referentnog broja obrtaja $n_{\theta r}$ [74], odnosno:

$$n_{\theta} = f_n n_{\theta r} \quad (115)$$

Koeficijent odnosa broja obrtaja dobija se iz koeficijenata K_L i K_p [74], prema sledećoj jednačini:

$$K_L f_n^{\frac{5}{3}} + K_p f_n = 1 \quad (116)$$

ili iz približne jednačine:

$$K_L f_n^{\frac{5}{3}} + K_p f_n = 1 \quad (117)$$

Termički referentni broj obrtaja $n_{\theta r}$ određuje se iterativnim putem iz izraza (105) ili (106).

7.4 Mehanizmi prenosa toplote i zakon održanja

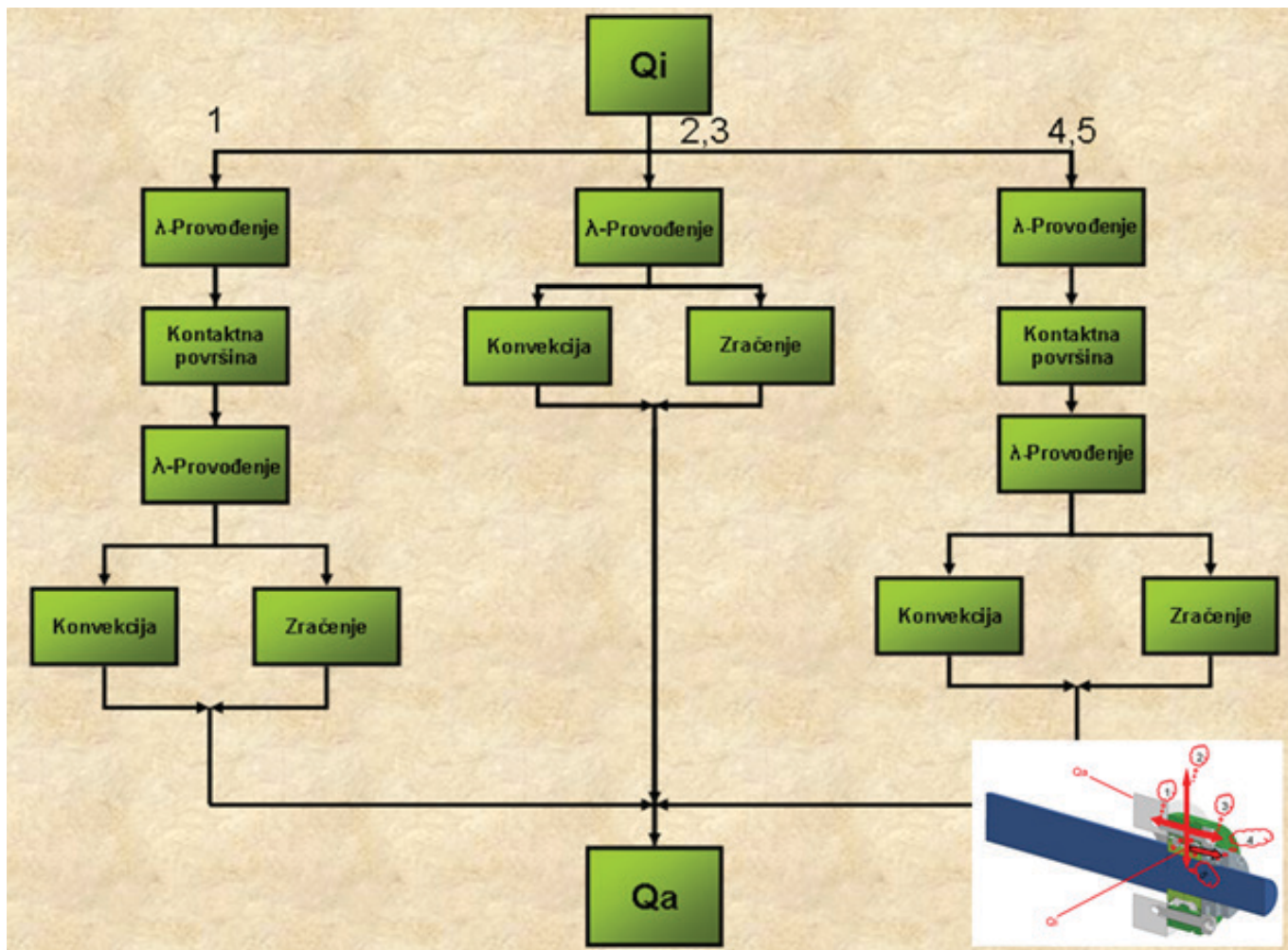
Pri simulaciji se svakako mora voditi računa o postojećim mehanizmima prenosa toplotne energije.

Kao što je već poznato postoje tri načina prenosa toplote i to:

- kondukcijom
- konvekcijom
- radijacijom odnosno zračenjem.

Pomenuti mehanizmi prenosa toplote su već teorijski prikazani u petom poglavlju u okviru matematičkog modela za analizu toplotnog ponašanja aksijalnih kugličnih ležaja tipa ZKLF.

Radi lakšeg praćenja simulacije, na slici (59) [79], dat je uprošćeni prikaz transfera toplote kroz zadati sistem.



Slika 59. Algoritam prenosa toplote kroz sistem uležištenja [79]

7.4.1 ZAKON ODRŽANJA

Numeričko rešavanje prostiranja toplote i materije, strujnih i drugih procesa može da počne onda kada zakoni koji upravljaju ovim procesima (fizički model procesa) budu izraženi u matematičkom obliku, uglavnom pomoću parcijalnih diferencijalnih jednačina. Parcijalna diferencijalna jednačina kojom se opisuje neki od fenomena prostiranja materije, količine kretanja ili energije u stvari izražava princip održanja za određenu transportnu veličinu. Zavisno promenljiva veličina, odnosno transportna veličina, u jednačinama održanja je obično neko specifično svojstvo, odnosno veličina svedena na jedinicu mase radnog medijuma (npr. jedinična masa, brzina, tj. količina kretanja jedinične mase, specifična entalpija (odnosno temperatura, ...). Pokazuje se da sve jednačine održanja imaju istu formu, odnosno da se sve pojedinačne jednačine održanja mogu zapisati u opštoj formi sa opštom transportnom veličinom Φ . Dakle, zavisno promenljive u jednačinama održanja pokoravaju se jednom generalnom zakonu održanja [75].

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial\tau} + \text{div}(\rho\vec{W}\Phi) = \text{div}(\Gamma_{\Phi}\text{grad}\Phi) + S_{\Phi} \quad (118)$$

gde je:

Γ_{Φ} - koeficijent difuzije,

S_{Φ} - izvorni član.

Sa leve strane opšte diferencijalne jednačine održanja (118) su nestacionarni i konvektivni član, a sa desne strane difuzioni i izvorni član. Veličine Γ_{Φ} i S_{Φ} , saglasno oznaci u indeksu, vezuju se za transportnu veličinu Φ .

Nestacionarnim dvodimenzionim difuzionim problemom prostiranja toplote u homogenim izotropnim telima sa konstantnim fizičkim parametrima ($\rho = \text{const}$, $\Gamma_{\Phi} = \text{const}$) sa izvornim članom, koji je razmatran u ovoj disertaciji, upravlja diferencijalna jednačina održanja u formi:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + S \quad (119)$$

pri čemu je zavisno promenljiva funkcija prostornih koordinata x i y i vremena τ :

$$T = T(x, y, \tau) \quad (120)$$

Diferencijalna jednačina nestacionarnog provođenja toplote (119) daje najopštiju vezu između temperature, vremena i prostornih koordinata koja je zadovoljena za bilo koje polje temperature u čvrstom telu. Da bi se iz velikog broja rešenja, koja zadovoljavaju ovu jednačinu, izdvojilo ono koje odgovara ispitivanom problemu, treba definisati takozvane uslove jednoznačnosti rešenja u koje spadaju:

- geometrijski uslovi (dimenzije i oblik tela u kome se odvija proces);
- fizički uslovi (termo-fizičke osobine supstance od koje je sastavljeno telo; kao što su koeficijent provođenja toplote λ , specifična toplota c , gustina ρ , itd.);
- intenzitet unutrašnjih izvora (ili ponora) toplote po prostoru i vremenu;
- početni uslovi (raspored temperature u telu u početnom trenutku vremena);
- granični uslovi - uslovi razmene toplote na spoljnim površinama tela.

Granični uslovi se najčešće zadaju na sledeća četiri različita načina.

Granični uslovi prve vrste (Dirichlet-ovi uslovi) - zadaje se raspodela temperature T_p po površini razmatranog tela kao funkcija koordinata i vremena:

$$T_p = f_p(x_p, y_p, z_p, \tau) \quad (121)$$

Granični uslovi druge vrste (Neumann-ovi uslovi) - zadaje se raspodela specifičnog toplotnog fluksa q_p po površini razmatranog tela kao funkcija koordinata i vremena:

$$q_p = f_q(x_p, y_p, z_p, \tau) \quad (122)$$

Granični uslovi treće vrste (Fourier-ovi uslovi) - zadaju se temperature T_0 okoline tela, koja može da bude samo neki fluid (tečnost ili gas) i zakon po kome se toplota sa površine tela odaje u okolinu. Najčešće se odavanje toplote u okolinu definiše zadavanjem koeficijenta prelaza toplote α (koji može da se odnosi na zbirni efekat konvekcije i zračenja) u svakoj tački površine tela. Analitički se ovaj uslov izražava relacijom:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p = \alpha (T_p - T_0) \quad (123)$$

Granični uslovi četvrte vrste - zadaju se uslovima transporta toplote po Fourier-ovom zakonu sa obe strane granične površine tela. Usvaja se da između tela postoji idealan termički kontakt tj. da je temperatura dveju površina u kontaktu jednaka. Pri tome specifični toplotni fluks koji je kondukcijom doveden do površine tela biva konduktivnim mehanizmom i odveden sa površine, što se izražava kao:

$$\begin{aligned} T_{p1} &= T_{p2} , \\ -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right) &= -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right) . \end{aligned} \quad (124)$$

Granični uslovi treba da odgovaraju fizičkoj suštini razmatranog procesa tj. treba da budu fizički realni. Sa matematičke tačke gledišta izrazima (121), (122), (123) i (124) se ne nameću nikakva ograničenja; oni mogu biti proizvoljni - kako prekidne tako i neprekidne funkcije prostornih koordinata i vremena, s tim da su ograničene po vrednosti.

Diferencijalna jednačina provođenja zajedno sa uslovima jednoznačnosti daje potpuni matematički opis zadatka za određivanje temperaturskog polja u razmatranom telu.

7.5 Metodološki pristup

Uvažavajući sve teroijske postavke kao i postojeći standard DIN 732 deo 1 i 2 [74] prešlo se na izradu simulacije temeprturnog polja za napred prikazani sistem „ležaj“.

Na samom početku odmah se uočava, da je količina polaznih podataka jako skromna i da se svodi na postojeće opšte procedure, kao i navedene tehničke podatke za posmatrani tip ležaja u katalogu Schaeffler-a. S obzirom na kompleksnost samog sistema, kao i procesa koji će biti analiziran u samom sistemu, početni podaci nisu dovoljni. Iz tog razloga je simulacija urađena inverznim pristupom zadatku.

Zadatak je sprovesti termičku analizu sistema metodom konačnih elemenata. Pri tome od interesa je raspodela temperature koju izaziva isto opterećenje od trenja (ukupni moment trenja) u sistemu a za slučaj radijalnog i aksijalnog slučaja montaže.

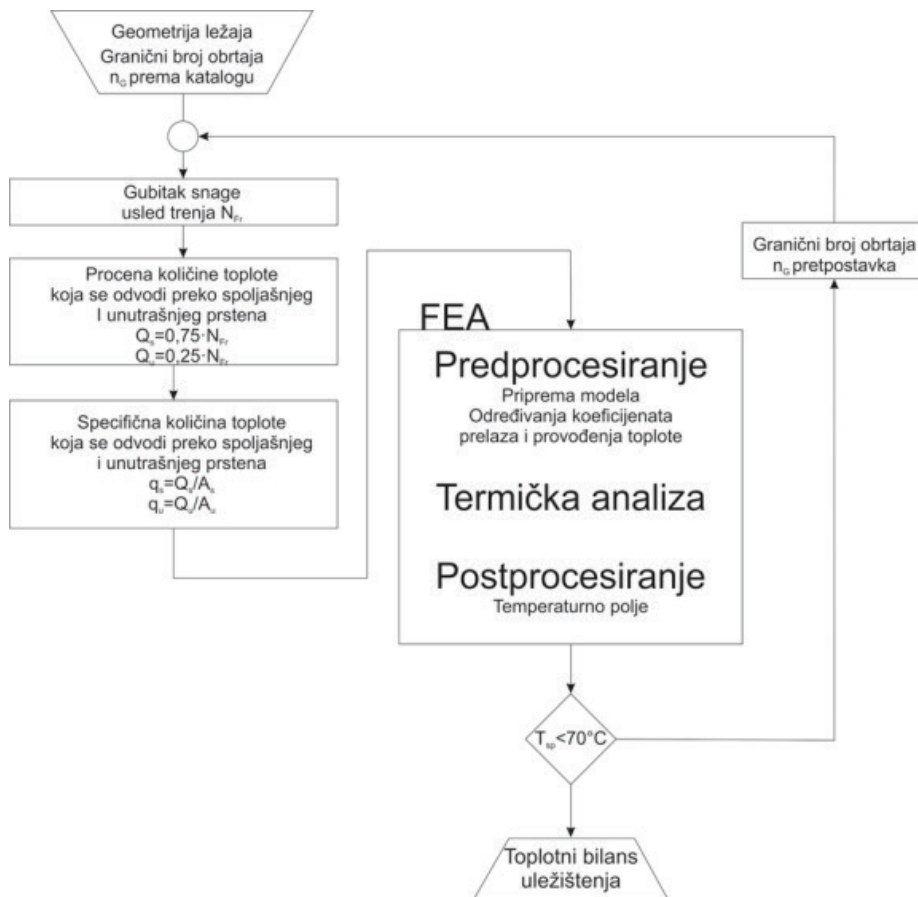
U katalogu proizvođača Schaeffler kao i u standardu DIN732 je predviđen koeficijent prolaska toplote k_q koji je određen u zavisnosti od površine sedišta samog ležaja [74] . On služi kao pomoćna veličina za opis toplotnog otpora koji se javlja između staze kotrljanja i površine kućišta. Analiza će sagledavati slučaj radijalno i aksijalno ugrađenog ležaja. Iz tog razloga se postavlja pitanje do koje mere je koeficijent prolaska toplote k_q primenljiv za aksijalni slučaj ugradnje ležaja.

Startni podaci kojima se raspolaže su referentni uslovi, koji su definisani u standardu DIN 732, [74] kao i materijal navojnog vretena, kućišta, precizne navrtke za prednaprezanje, vijaka, kao i dimezije navedenih elemenata. Bazni podatak koji treba biti ispunjen da bi se uopšte mogao primeniti toplotni bilans na sistem ležaj- kućište- precizna navrtka za prednaprezanje- vijčana veza je osnovni referentni uslov iz standarda DIN732, a to je da je dostignuta temperatura uravnoteženja od 70°C., tj. da je tolika temperatura na spoljnjem prstenu ležaja, dok je temperatura okruženja 20°C [74].

Iz tog razloga se u nekoliko iteracija postepeno dovodilo toplotno opterećenje na stazu kotrljanja (ležaj tipa ZKLN), sve dok temperatura spoljnjeg prstena nije dostigla 70°C. Nakon toga je dobijeno odgovarajuće toplotno opterećenje preneto na model aksijalno ugrađenog ležaja (tip ZKLF) i izvršeno je upoređivanje dobijenih rezultata. Kao dodatak su urađene i varijacije za različite materijale i dimezije kućišta kao i različite dužine navojnih vretena.

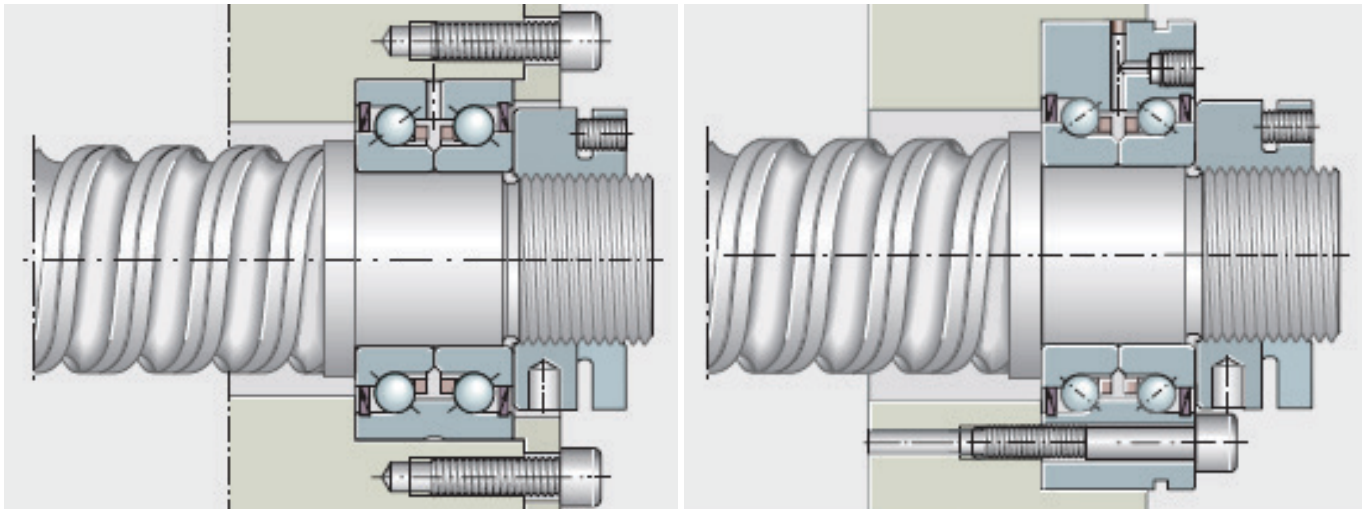
Za lakše razumevanje metodologije sprovedene simulacije na slici (60) je dat algoritam toka termičke FEA analize.

Potrebne simulacije su urađene korišćenjem aksijalno- simetričnih termičkih FE- modela.



Slika 60. Algoritam termičke analize uležištenja navojnog vretena

Na slici (61) [18] prikazani su razmatrani slučajevi ugradnje.



a) Uležištenje sa ležajem tipa ZKLN,
radijalni slučaj montaže

b) Uležištenje sa ležajem tipa ZKLF,
aksijalni slučaj montaže

Slika 61. Slučajevi ugradnje ležaja [18]

Kao što se vidi sa slike (61) razlika između radijalne i aksijalne montaže jeste u tome da se kod radijalne, ležaj dodatno pričvršćuje poklopcem za kućište mašine, dok se kod aksijalno montiranog ležaja on pričvršćuje direktno za kućište mašine pomoću zavrtanjske veze koja je predviđena po obodu samog ležaja. U daljoj analizi kao reprezentivi uzeti su ležaji ZKLN2557-2Z i ZKLF2575-2Z, nemačkog proizvođača Schaeffler (INA) [18].

Simulacija je rađena za različite materijale kućišta i to za: čelik, aluminijum, sivi liv EN-GJL 250 (GG25) i mineralni liv.

Kompletna analiza je rađena u programu Pre.- Postprocessor: ABAQUS/ CAE, version 6.9-3; Solver: ABAQUS, version 6.9-3, elementi: DCAX3- aksijalno simetrični termički FE- model [80].

7.6 Numerička analiza

U prvoj iteraciji bilo je neophodno odrediti početnu vrednost opterećenja od trenja (ukupni moment trenja), koji će biti doveden na stazu kotrljanja radijalno montiranog ležaja (tip ZKLN), slika (61a). Pošto broj obrtaja ležaja direktno utiče na veličinu trenja, to se iz kataloga proizvođača Schaeffler za startnu vrednost uzela polovina navedenog graničnog broja obrtaja (n_G), a to je $n=2350$ 1/min. Ovde treba napomenuti, da izabrani broj obrtaja nije granični termički broj obrtaja, već se radi samo o pomoćnoj veličini putem koje će biti određeno ukupno opterećenje od trenja za ovu iteraciju. Ukupno opterećenje od trenja dobijeno je prema jednačini (103).

$$f_{0r} = 4 \text{ (iz kataloga)} - \text{koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i podmazivanja za referentne uslove}$$

$$v_r = 22 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \text{ (podmazivanje mašču, DIN732-1)} - \text{kinematska viskozinost ulja odnosno osnovnog ulja kod masti za referentne uslove i referentnu temperaturu ležaja}$$

$$d_m = 40,5 \text{ mm} - \text{srednji prečnik ležaja } d_m = 0,5 \cdot (D+d)$$

$$F_a = p_{1r} = 0,05 \cdot C_0 = 0,05 \cdot 55000N = 2750N \text{ (po katalogu)} - \text{aksijalna sila}$$

$$f_{1r} = 0,001 \cdot \left(\frac{F_a}{C_0}\right)^{0,33} = 0,0003721 \text{ (po katalogu)} - \text{koeficijent koji zavisi od vrste ležaja i opterećenja za referentne uslove}$$

$$N_{Fr} = 19,3W - \text{opterećenje od trenja - ukupni moment trenja sračunat prema preporuci iz kataloga}$$

Iskustveno je uzeto da se ukupno toplotno opterećenje raspodeljuje $\frac{1}{4}$ na unutrašnju stazu kotrljanja, a $\frac{3}{4}$ na spoljnu stazu kotrljanja. Tako se na dalje dobija sledeće:

$$\text{Toplotno opterećenje na spoljnoj stazi kotrljanja: } \dot{Q}_a = \frac{3}{4} \cdot 19,3 = 14,475W$$

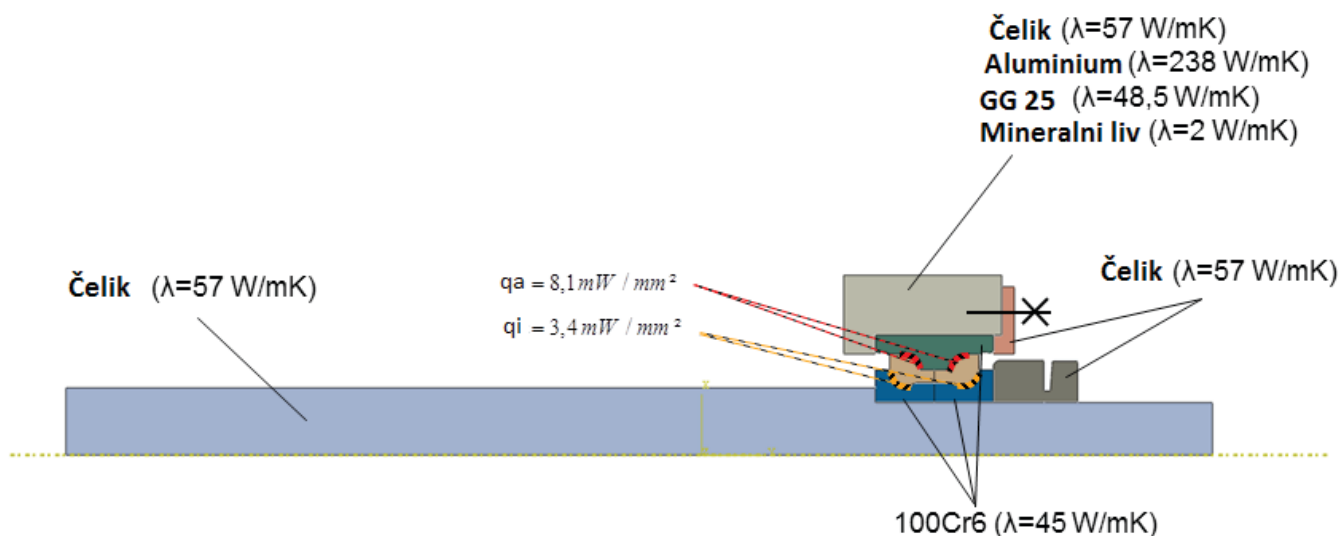
$$\text{Toplotno opterećenje na unutrašnjoj stazi kotrljanja: } \dot{Q}_i = \frac{1}{4} \cdot 19,3 = 4,825W$$

$$\text{Površina kotrljanja- unutrašnji prsten: } A_i=1420\text{mm}^2 \rightarrow \dot{q}_i = \frac{4825}{1420} = 3,4 \frac{\text{mW}}{\text{mm}^2}$$

$$\text{Površina kotrljanja- spoljni prsten: } A_a=1788 \text{ mm}^2 \rightarrow \dot{q}_a = \frac{14475}{1788} = 8,1 \frac{\text{mW}}{\text{mm}^2}$$

Vrednost toplotne provodnosti kontaktnih površina uzeta je iskutveno i prema navodu FE- Spec. 000.2, elastični model, medium kontaktne površine – vazduh [78].

U nastavku sledi prikaz termičkog opterećenja kao i toplotna provodljivost λ materijala elemenata uležištenja (slika 62) [80].



Slika 62. Termičko opterećenje i toplotna provodljivost (tip ZKLN)- prva iteracija

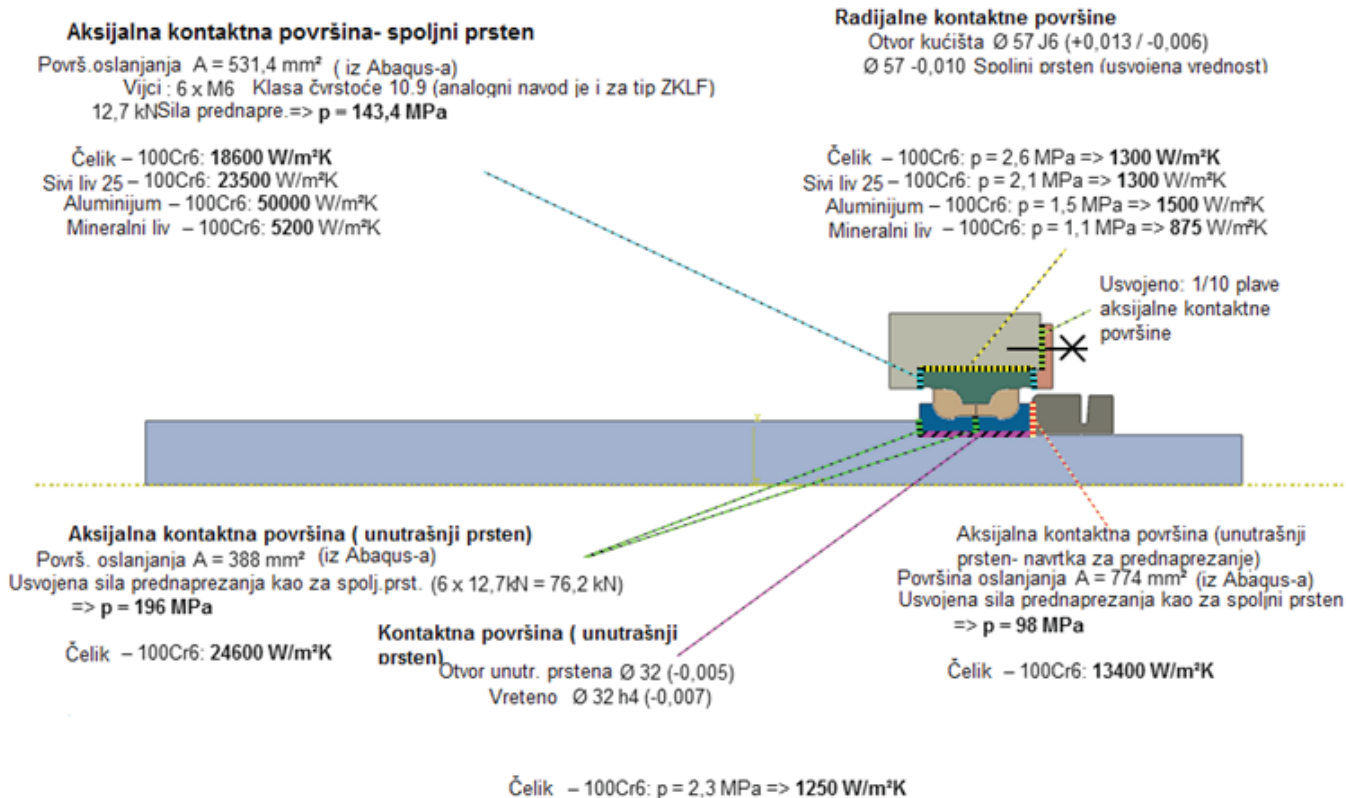
Na slici (63) dat je prikaz kontaktnih površina za slučaj radijalne ugradnje ležaja (tip ZKLN).

Pored toga date su usvojene vrednosti tolerancija naleganja, vrednost sile prednaprezanja, kao i dobijeni kontaktni pritisci koji se javljaju u datom slučaju ugradnje i dobiveni koeficijenti prelaza toplote.

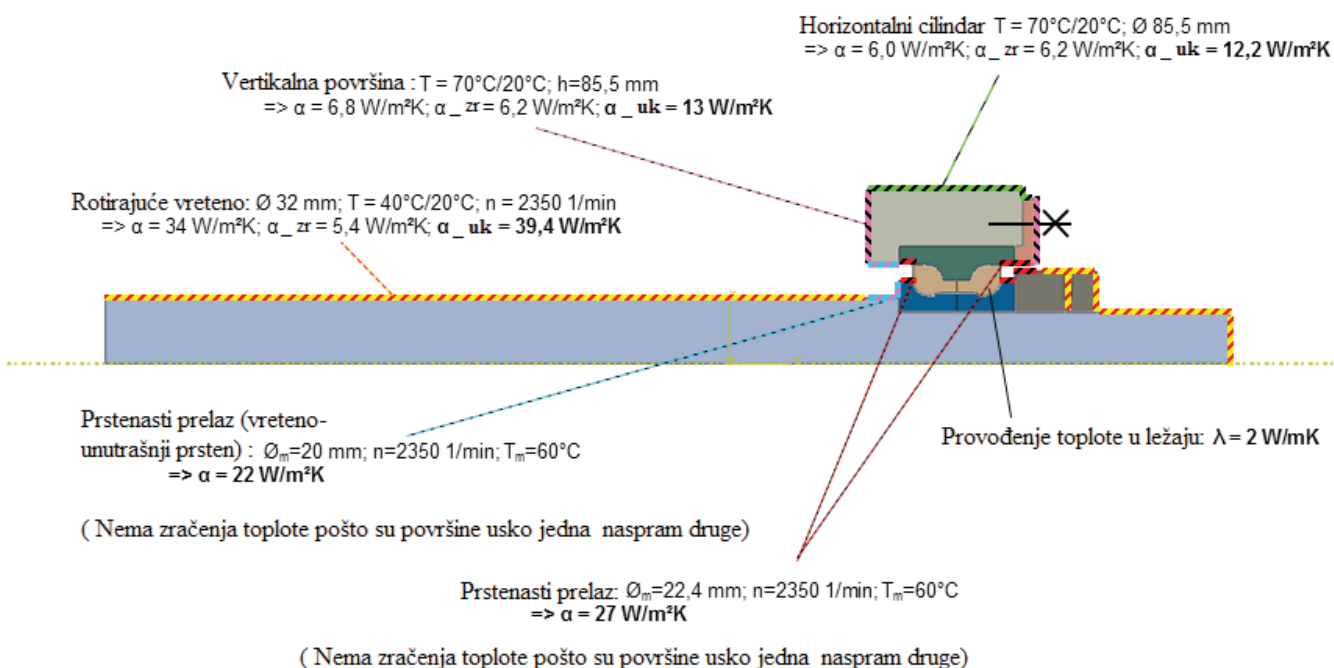
Sledeći korak u prvoj iteraciji je bio određivanje koeficijenta prelaza toplote za delove sistema i na kraju za ceo sistem.

Treba napomenuti da se koeficijent prelaza toplote za ceo sistem sastoji iz koeficijenta prelaza toplote uzimajući u obzir konvekciju toplote i prenos toplote radijacijom (zračenjem). Za određivanje koeficijenta prelaza toplote zračenjem usvojen koeficijent emisivnosti tamnih površina $\varepsilon=0,8$. Koeficijenti prelaza toplote (konvekcijom) su dobijeni iz Nusselt-ovog broja.

Na slici (64) su prikazani dobijeni koeficijenti prelaza toplote α za radijalni slučaj ugradnje ležaja (tip ZKLN) u prvoj iteraciji.



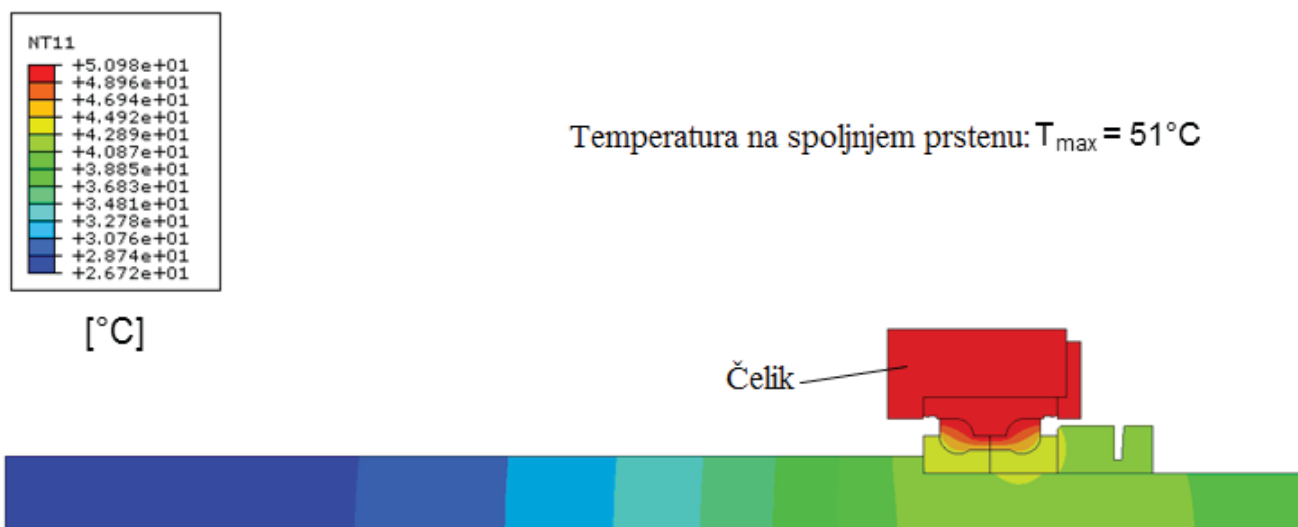
Slika 63. Prikaz kontaktnih površina- prva iteracija



Slika 64. Prikaz dobijenih koeficijenata prelaska toplote- prva iteracija

Pošto su određeni svi potrebni koeficijenti prelaza toplote, to je u sledećem koraku moguće odrediti temperaturno polje za ceo sistem. Pri tome, od važnosti je temperatura na spoljnjem prstenu ležaja, koja mora biti 70°C (temperatura uravnoteženja) koja je ujedno i glavni uslov za primenu toplotnog bilansa na ceo sistem.

Na slici 65 dat je prikaz temperaturnog polja u prvoj iteraciji.



Slika 65. Temperaturno polje u prvoj iteraciji sa temperaturom spoljnjeg prstena

Kao što se vidi sa slike (slika 65) temperatura spoljnjeg prstena je 51°C, što je daleko manje od zahtevanih 70°C, pa je iz tog razloga urađena druga i treća iteracija kako bi bila dostignuta unapred zadata temperatura spoljnjeg prstena. U nastavku će biti dati prikazi dobijenih rezultata po iteracijama, dok je metodologija rada potpuno ista.

Ulazni podaci za drugu i treću iteraciju su kako sledi:

Iteracija 2.- ulazni broj obrtaja $n=3500$ 1/min i odgovarajuće ukupno opterećenje od trenja $N_{Fr} = 32,8$ W (prema jednačini 103).

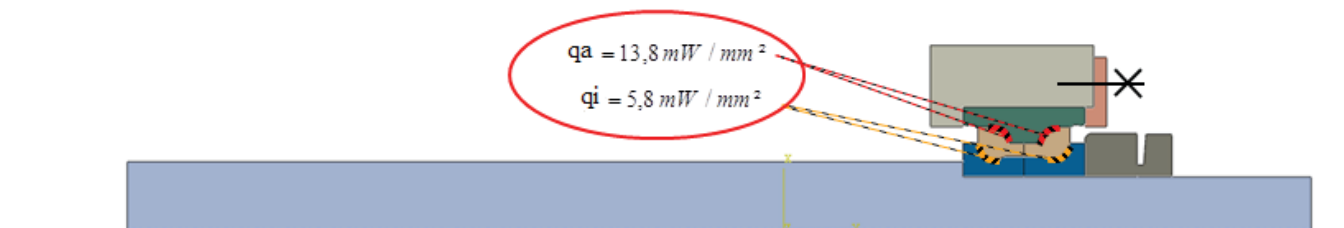
Iteracija 3.- ulazni broj obrtaja $n=3750$ 1/min i odgovarajuće ukupno opterećenje od trenja $N_{Fr} = 36,0$ W (prema jednačini 103).

Toplotno opterećenje:

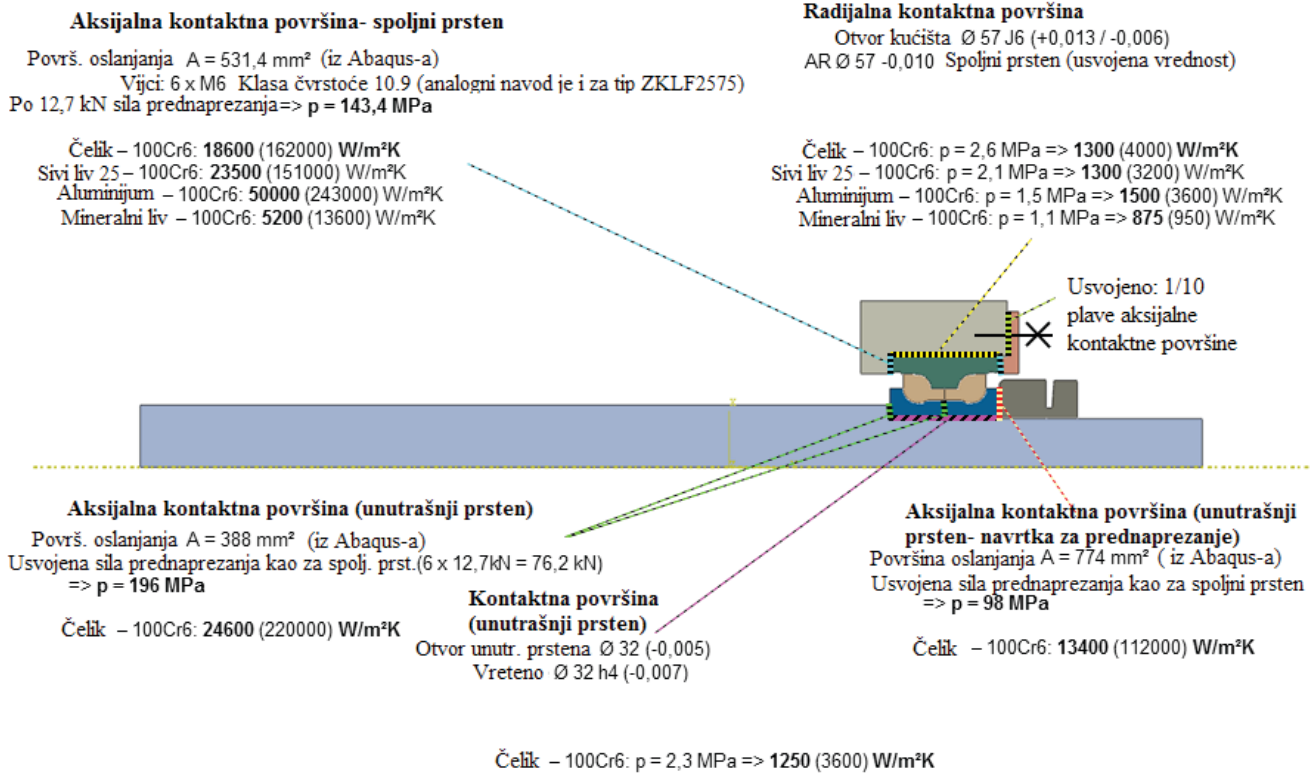
Ukupno opterećenje od trenja: $N_{Fr} = 32,8$ W

$Q_{p_s} = 3/4 * 32,8$ W = 24,6 W Ukupno toplotno opterećenje - spoljna staza kotrljanja
 $Q_{p_i} = 1/4 * 32,8$ W = 8,2 W Ukupno toplotno opterećenje - unutrašnja staza kotrljanja

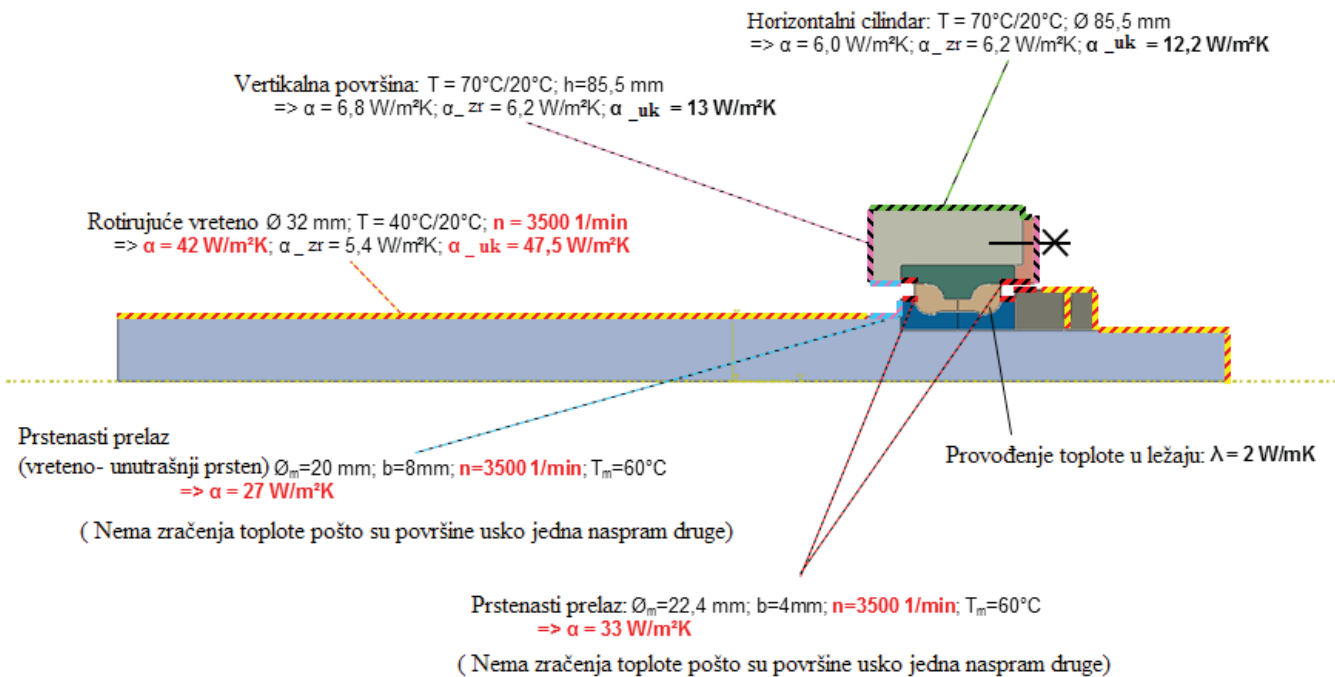
$A_i = 1420$ mm² => $q_{p_i} = 8200$ mW / 1420 mm² = 5,8 mW/mm² Površina staze kotrlj. - unutrašnji prsten
 $A_a = 1788$ mm² => $q_{p_a} = 24600$ mW / 1788 mm² = 13,8 mW/mm² Površina staze kotrlj. - spoljni prsten



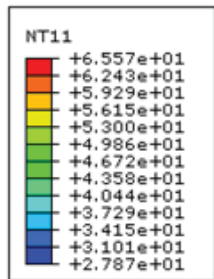
Slika 66. Termičko opterećenje (tip ZKLN)- druga iteracija



Slika 67. Prikaz kontaktnih površina- druga iteracija



Slika 68. Prikaz dobijenih koeficijenata prelaza toplote - druga iteracija



[°C]

Temperatura na spoljnjem prstenu: $T_{max} = 66^{\circ}C$



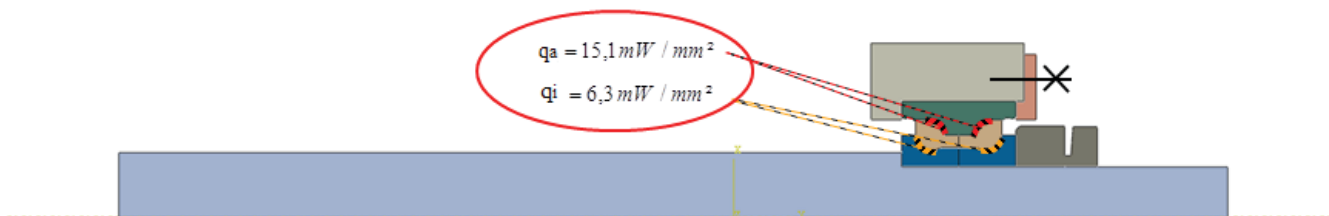
Slika 69. Temperaturno polje u drugoj iteraciji sa temepraturom spoljnjeg prstena

Toplotno opterećenje:

Ukupno opterećenje od trenja $N_{Fr} = 36,0 W$

$Q_{p_a} = 3/4 * 36,0 W = 27,0 W$ Ukupno toplotno opterećenje- spoljna staza kotrljanja
 $Q_{p_i} = 1/4 * 36,0 W = 9,0 W$ Ukupno toplotno opterećenje- unutrašnja staza kotrljanja

$A_i = 1420 mm^2 \Rightarrow q_{p_i} = 9000 mW / 1420 mm^2 = 6,3 mW/mm^2$ Površina staze kotrljanja- unutrašnji prsten
 $A_a = 1788 mm^2 \Rightarrow q_{p_a} = 27000 mW / 1788 mm^2 = 15,1 mW/mm^2$ Površina staze kotrljanja- spoljni prsten



Slika 70. Termičko opterećenje (tip ZKLN)- treća iteracija

Aksijalna kontaktna površina- spoljni prsten

Površ. oslanjanja $A = 531,4 \text{ mm}^2$ (iz Abaqus-a)
 Vijci 6 x M6 Klasa čvrstoće 10.9 (analogni navod je i za tip ZKLF2575)
 Po 12,7 kN sila prednaprezanja $p = 143,4 \text{ MPa}$

Čelik – 100Cr6: 18600 (162000) $\text{W/m}^2\text{K}$
 Sivi liv 25 – 100Cr6: 23500 (151000) $\text{W/m}^2\text{K}$
 Aluminijum – 100Cr6: 50000 (243000) $\text{W/m}^2\text{K}$
 Mineralni liv – 100Cr6: 5200 (13600) $\text{W/m}^2\text{K}$

Radijalna kontaktna površina

Otvor kućišta $\varnothing 57 \text{ J6 (+0,013 / -0,006)}$
 AR $\varnothing 57 -0,010$ Spoljni prsten (usvojena vrednost)

Čelik – 100Cr6: $p = 2,6 \text{ MPa} \Rightarrow 1300 (4000) \text{ W/m}^2\text{K}$
 Sivi liv 25 – 100Cr6: $p = 2,1 \text{ MPa} \Rightarrow 1300 (3200) \text{ W/m}^2\text{K}$
 Aluminijum – 100Cr6: $p = 1,5 \text{ MPa} \Rightarrow 1500 (3600) \text{ W/m}^2\text{K}$
 Mineralni liv – 100Cr6: $p = 1,1 \text{ MPa} \Rightarrow 875 (950) \text{ W/m}^2\text{K}$

Usvojeno: 1/10
 plave aksijalne
 kontaktne površine



Aksijalna kontaktna površina (unutrašnji prsten)

Površ. oslanjanja $A = 388 \text{ mm}^2$ (iz Abaqus-a)
 Usvojena sila prednaprez. kao za spolj.prst. (6 x 12,7kN = 76,2 kN)
 $\Rightarrow p = 196 \text{ MPa}$

Čelik - 100Cr6: 24600 (220000) $\text{W/m}^2\text{K}$

Kontaktna površina (unutrašnji prsten)

Otvor unutr. prstena $\varnothing 32 (-0,005)$
 Vreteno $\varnothing 32 \text{ h4} (-0,007)$

Aksijalna kontaktna površina (unutrašnji prsten- navrtka za prednaprezanje)

Površina oslanjanja $A = 774 \text{ mm}^2$ (iz Abaqus-a)
 Usvojena sila prednaprezanja kao za spoljni prsten
 $\Rightarrow p = 98 \text{ MPa}$

Čelik – 100Cr6: 13400 (112000) $\text{W/m}^2\text{K}$

Čelik – 100Cr6: $p = 2,3 \text{ MPa} \Rightarrow 1250 (3600) \text{ W/m}^2\text{K}$

Slika 71. Prikaz kontaktnih površina- treća iteracija

Horizontalni cilindar: $T = 70^\circ\text{C}/20^\circ\text{C}$; $\varnothing 85,5 \text{ mm}$
 $\Rightarrow \alpha = 6,0 \text{ W/m}^2\text{K}$; $\alpha_{\text{zr}} = 6,2 \text{ W/m}^2\text{K}$; $\alpha_{\text{uk}} = 12,2 \text{ W/m}^2\text{K}$

Vertikalna površina: $T = 70^\circ\text{C}/20^\circ\text{C}$; $h = 85,5 \text{ mm}$
 $\Rightarrow \alpha = 6,8 \text{ W/m}^2\text{K}$; $\alpha_{\text{zr}} = 6,2 \text{ W/m}^2\text{K}$; $\alpha_{\text{uk}} = 13 \text{ W/m}^2\text{K}$

Rotirajuće vreteno $\varnothing 32 \text{ mm}$; $T = 40^\circ\text{C}/20^\circ\text{C}$; $n = 3750 \text{ 1/min}$
 $\Rightarrow \alpha = 44 \text{ W/m}^2\text{K}$; $\alpha_{\text{zr}} = 5,4 \text{ W/m}^2\text{K}$; $\alpha_{\text{uk}} = 49,5 \text{ W/m}^2\text{K}$

Prstenasti prelaz

(vreteno- unutrašnji prsten): $\varnothing_m = 20 \text{ mm}$; $b = 8 \text{ mm}$; $n = 3750 \text{ 1/min}$; $T_m = 60^\circ\text{C}$
 $\Rightarrow \alpha = 28 \text{ W/m}^2\text{K}$

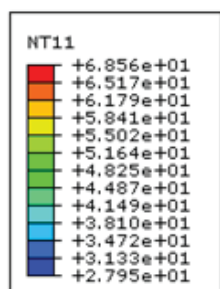
(Nema zračenja toplote pošto su površine usko jedna naspram druge)

Provođenje toplote u ležaju: $\lambda = 2 \text{ W/mK}$

Prstenasti prelaz: $\varnothing_m = 22,4 \text{ mm}$; $b = 4 \text{ mm}$; $n = 3750 \text{ 1/min}$; $T_m = 60^\circ\text{C}$
 $\Rightarrow \alpha = 34 \text{ W/m}^2\text{K}$

(Nema zračenja toplote pošto su površine usko jedna naspram druge)

Slika 72. Prikaz dobijenih koeficijenata prelaza toplote- treća iteracija



[°C]

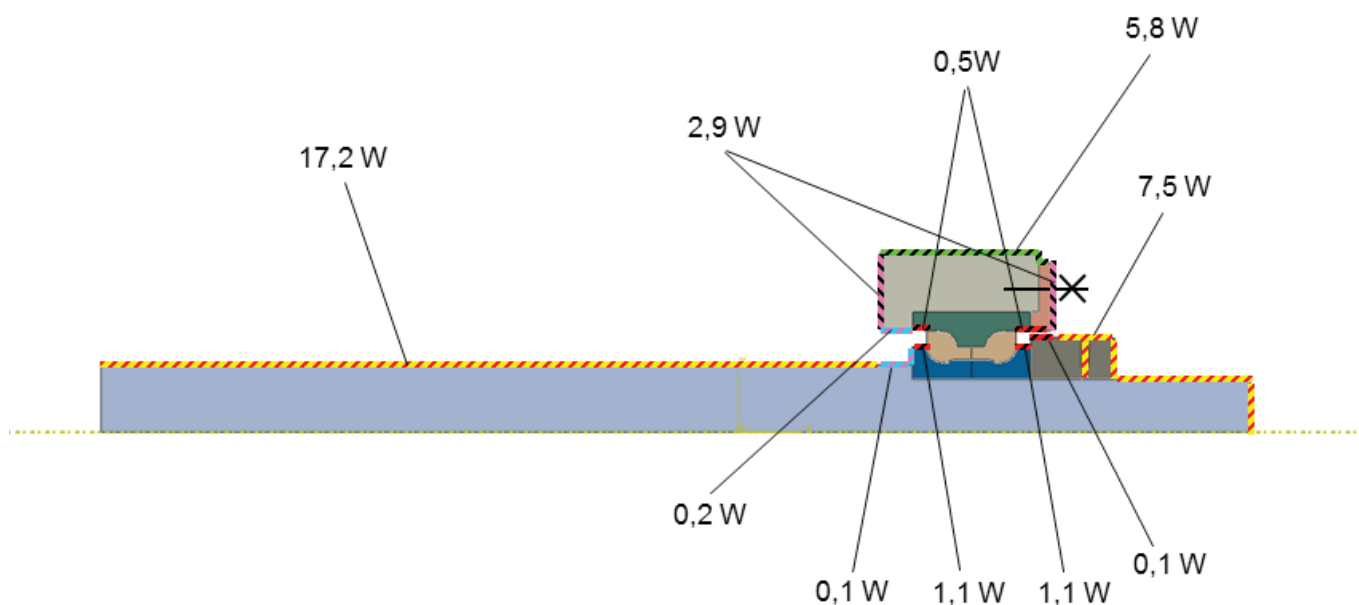
Temperatura na spoljnjem prstenu: $T_{max} = 69^{\circ}\text{C}$



Slika 73. Temperaturno polje u trećoj iteraciji sa temperaturom spoljnjeg prstena

U trećoj iteraciji dobijena je temperatura spoljnjeg prstena od 69°C , što je tehnički prihvatljivo i ujedno najpribližnije zadatoj temperaturi uravnoteženja od 70°C .

Pošto je ispunjen osnovni referentni uslov, to znači da je posmatrani sistem u stanju uravnoteženja, tako da se može primeniti toplotni bilans. Na slici (slika 74) dat je prikaz dobijenih rezultata nakon primenjenog toplotnog bilansa na posmatrani sistem.



Slika 74. Toplotni bilans (tip ZKLN)

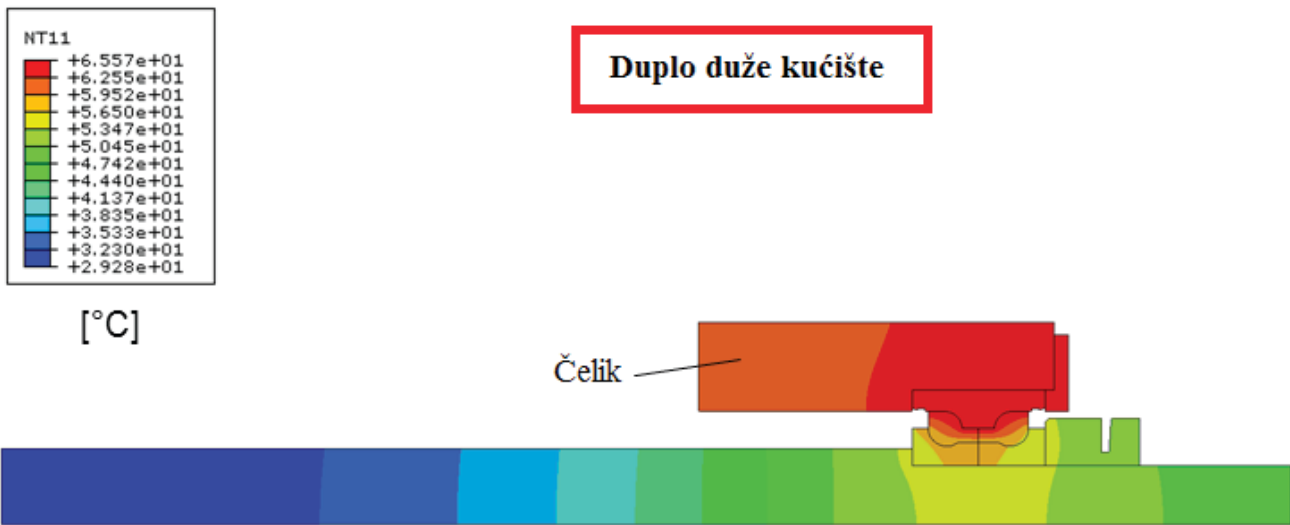
Iz rezultata sa slike (slika 74) se može zaključiti da se ukupno stvorena toplotna energija odvodi oko 25% preko kućišta, spoljnjeg prstena i poklopca, dok će oko 75% biti odvedeno preko navojnog vretena, precizne navrtke za prednaprezanje ležaja i unutrašnjeg prstena.

Isto tako je dobijeno ukupno opterećenje od trenja $N_{Fr} = 36 \text{ W}$, koje odgovara stanju uravnoteženja posmatranog sistema, što je ujedno i prvi deo simulacije. Dobijeno opterećenje od trenja će u daljem toku simulacije biti preneto na model sa ležajem ZKLF2575-2Z, a potom će se sagledati dobijeni rezultati.

7.6.1 TESTIRANJE MODELA

Sa ciljem eventualne identifikacije dodatnih uticajnih parametara izvršene su varijacije na modelu radijalno montiranog ležaja (tip ZKLN). Varijacije se odnose na testiranje modela sa duplo dužim kućištem, kraćim navojnim vretenom, zatim sa povećanim aksijalnim odvodom toplote na kućištu (uključeno vazdušno hlađenje od 0,8 m/s), zatim je primenjena druga raspodela toplotnog opterećenja na unutrašnji i spoljni prsten i na kraju je primenjena smanjena vrednost toplotne provodnosti kontaktne površine spoljni prsten-kućište.

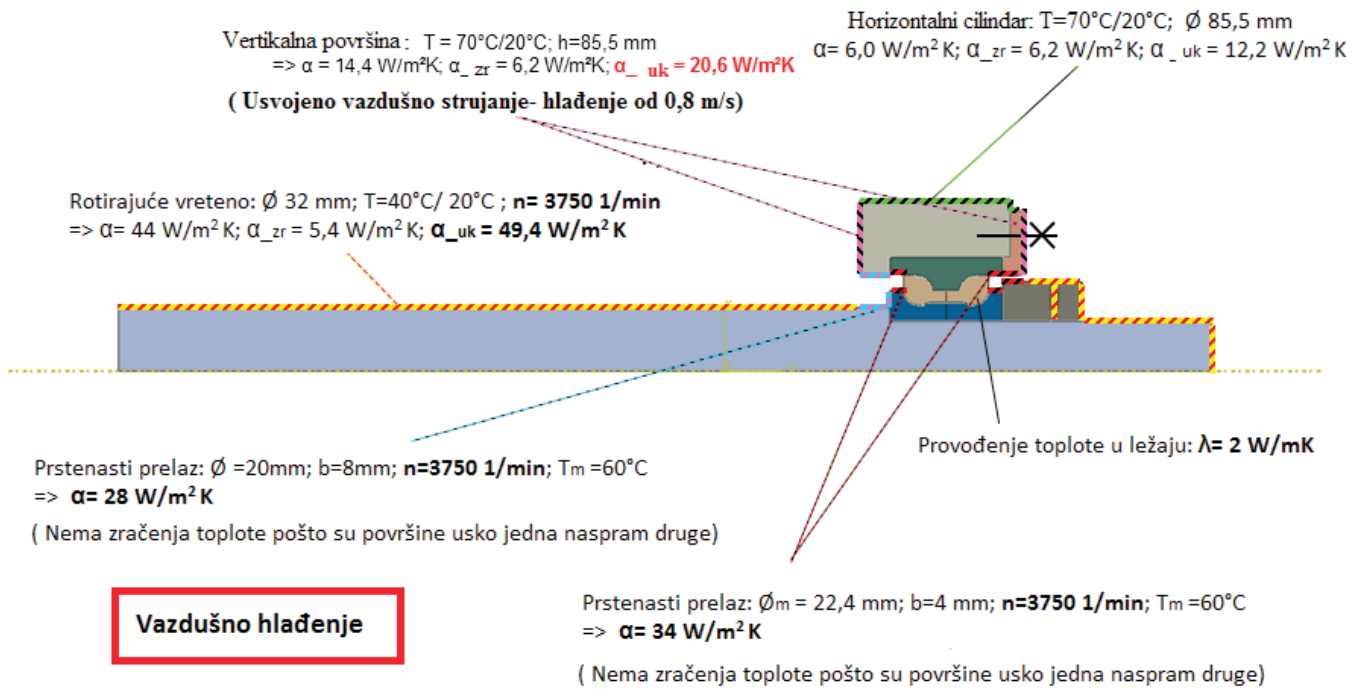
Dobijeni rezultati su prikazani na slikama (slika75 do 86).



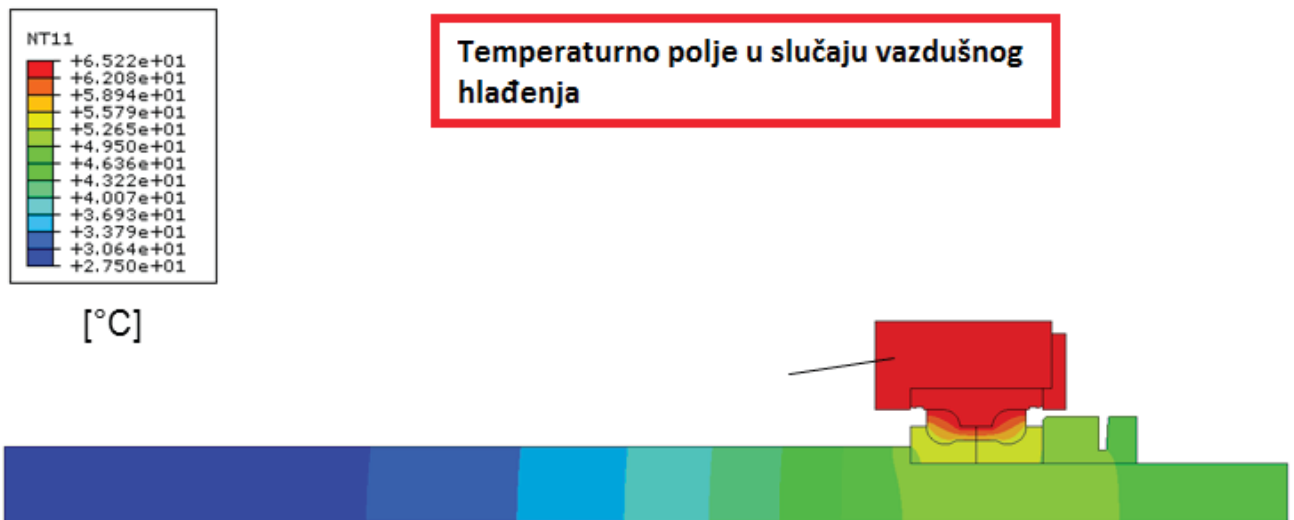
Slika 75. Temperaturno polje - varijacija duplo duže kućište



Slika 76. Temperaturno polje - varijacija kraće navojno vreteno



Slika 77. Koeficijenti prelaska toplote - varijacija sa uvedenim vazдушnim hlađenjem



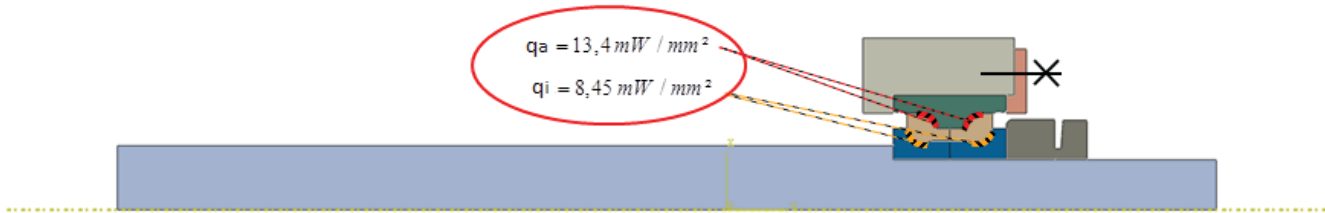
Slika 78. Temperaturno polje - varijacija sa uvedenim vazдушnim hlađenjem

Toplotno opterećenje:

Ukupno opterećenje od trenja: $N_{Fr} = 36,0 \text{ W}$

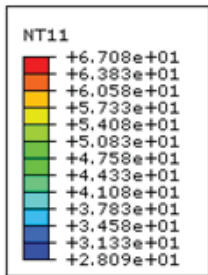
$Q_{p_a} = 2/3 * 36,0 \text{ W} = 24,0 \text{ W}$ Ukupno toplotno opterećenje- spoljna staza kotrljanja
 $Q_{p_i} = 1/3 * 36,0 \text{ W} = 12,0 \text{ W}$ Ukupno toplotno opterećenje- unutrašnja staza kotrljanja

$A_i = 1420 \text{ mm}^2 \Rightarrow q_{p_i} = 12000 \text{ mW} / 1420 \text{ mm}^2 = 8,45 \text{ mW/mm}^2$ Površina staze kotrljanja- unutrašnji prsten
 $A_a = 1788 \text{ mm}^2 \Rightarrow q_{p_a} = 24000 \text{ mW} / 1788 \text{ mm}^2 = 13,4 \text{ mW/mm}^2$ Površina staze kotrljanja- spoljni prsten



Izmenjena raspodela toplotnog opterećenja na spoljnjem i unutrašnjem prstenu

Slika 79. Varijacija - izmenjena raspodela toplotnog opterećenja



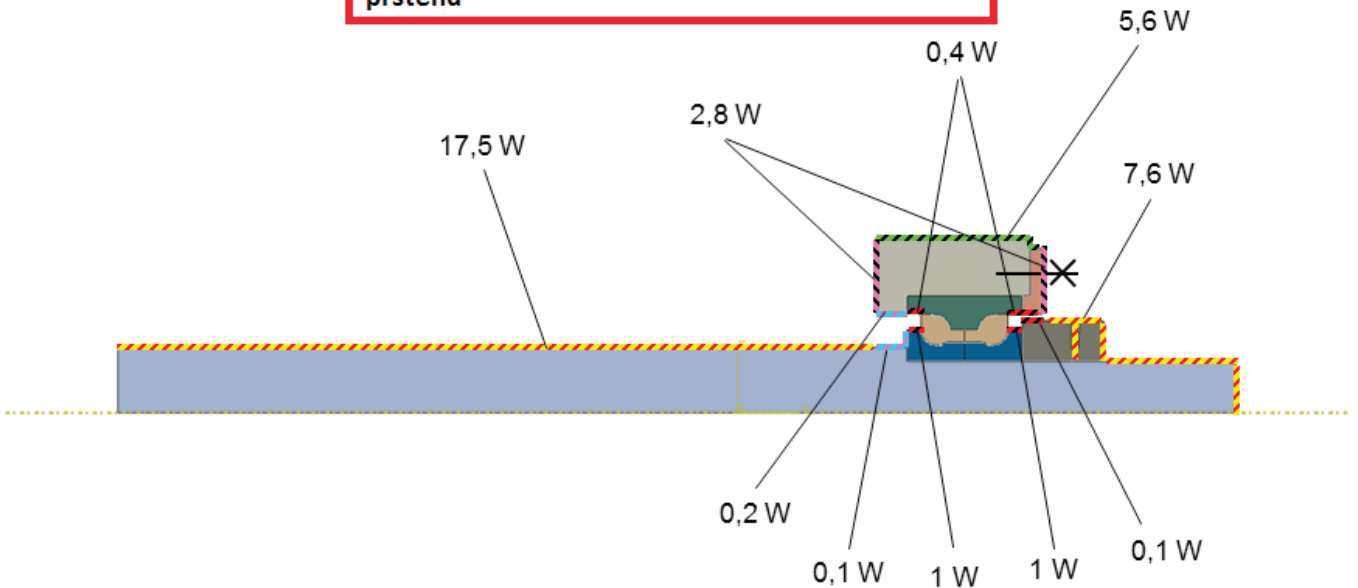
[°C]

Temperaturno polje u slučaju izmenjene raspodele toplotnog opterećenja na spoljnjem i unutrašnjem prstenu



Slika 80. Temperaturno polje - varijacija sa izmenjenom raspodelom toplotnog opterećenja

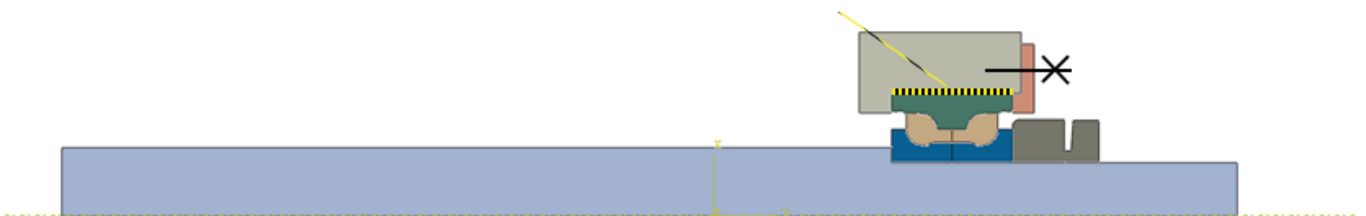
Toplotni bilans za slučaj izmenjene raspodele toplotnog opterećenja na spoljnjem i unutrašnjem prstenu



Odvođenje toplote preko kućišta, spoljnog prstena, poklopca: $\approx 25\%$
 Odvođenje toplote preko vretena, precizne navrtke i unutr. prst.: $\approx 75\%$

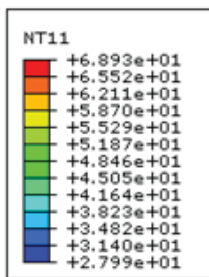
Slika 81. Toplotni bilans za slučaj izmenjene raspodele toplotnog opterećenja

Pri proračunu radialne kontaktne površine između spoljnog prstena i kućišta pošlo se od slučaja maksimalnog pokrivanja u toj regiji (sa tim se podrazumeva i maksimalni preklop). Tako definisane vrednosti opisuju maksimalno moguće provođenje toplote u regiji kontaktne površine. Da bi se se ovaj odnos mogao proceniti pri manjem preklopu, u ovoj varijaciji je uzeta manja vrednost koeficijenta toplotne provodljivosti λ .



Smanjen koeficijent toplotne provodljivosti na kontaktnoj površini spoljni prsten- kućište

Slika 82. Varijacija sa smanjenim koeficijentom toplotne provodljivosti kontaktne površine spoljni prsten-kućište

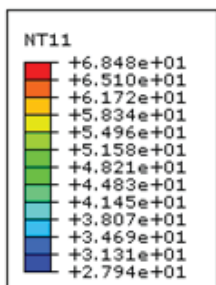


[°C]

Temperaturno polje za slučaj smanjenog koeficijenta toplotne provodljivosti na kontaktnoj površini spoljni prsten- kućište



Slika 83. Temperaturno polje - varijacija za slučaj smanjenog koeficijenta toplotne provodljivosti površine spoljni prsten-kućište

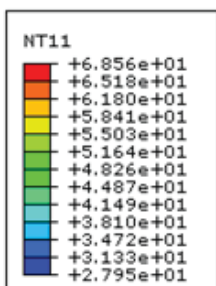


[°C]

Temperaturno polje za kućište od aluminijuma



Slika 84. Temperaturno polje - varijacija za kućište od aluminijuma



[°C]

Temperaturno polje za kućište od sivog liva GG25



Slika 85. Temperaturno polje - varijacija za kućište od sivog liva GG25



Slika 86. Temperaturno polje - varijacija za kućište od mineralnog liva

U tabeli 13. je dat prikaz rezultata varijacija koje su urađene na modelu radijlno montiranog ležaja (tip ZKLN).

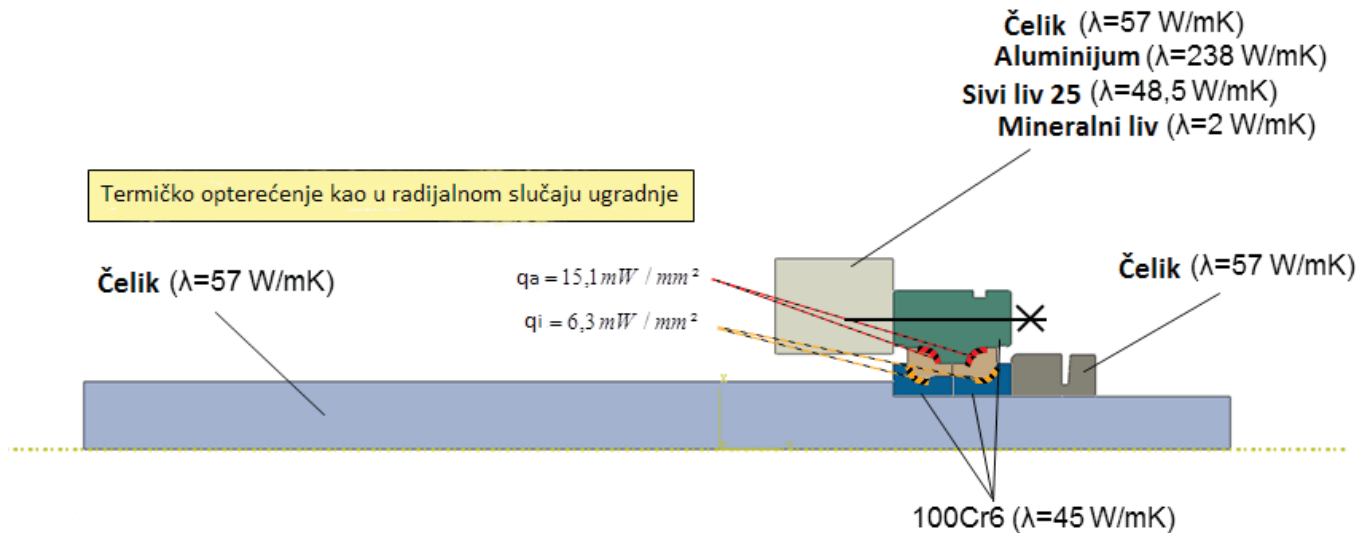
Tabela 13. Rezultati sprovedenih varijacija (tip ZKLN)

Opterećenje od trenja W	Ležaj	Kućište/ Varijacija	Temperatura na spoljnjem prstenu °C
36	ZKLN2557-2Z	Čelik	68,6
36	ZKLN2557-2Z	Čelik/ veće kućište	65,6
36	ZKLN2557-2Z	Čelik/ kraće vreteno	69,7
36	ZKLN2557-2Z	Čelik/ uvedeno hlađenje	65,2
36	ZKLN2557-2Z	Čelik/ raspodela top. opterećenje unutr. prst. 1/3, spolj. prst. 2/3	67,1
36	ZKLN2557-2Z	Aluminijum	68,5
36	ZKLN2557-2Z	Sivi liv 25, EN-GJL 250 (GG25)	68,6
36	ZKLN2557-2Z	Mineralni liv	70,1

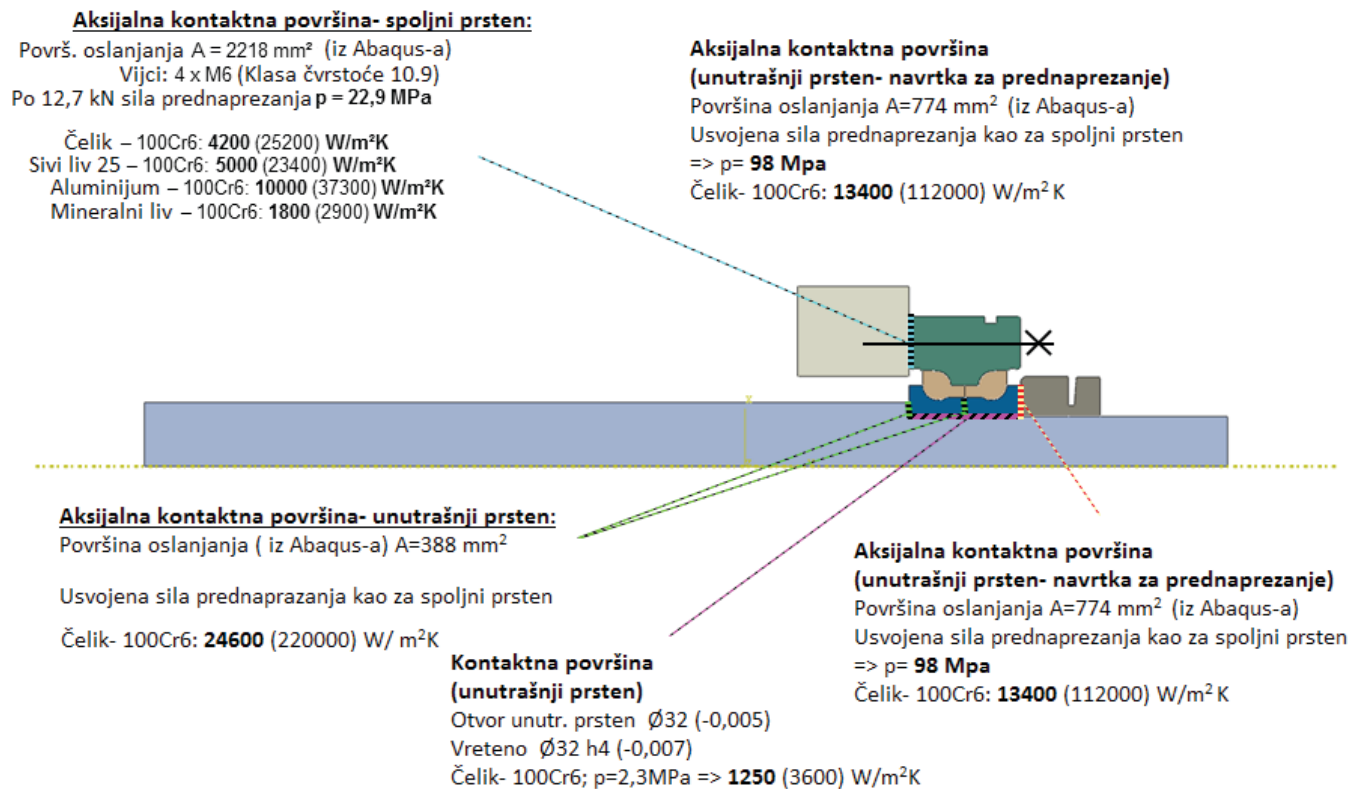
Sprovedene varijacije nisu pokazale nikakav značajan uticaj na temperaturno polje posmatranog modela.

7.6.2 SIMULACIJA AKSIJALNO MONTIRANOG LEŽAJA TIPA ZKLF2575-2Z

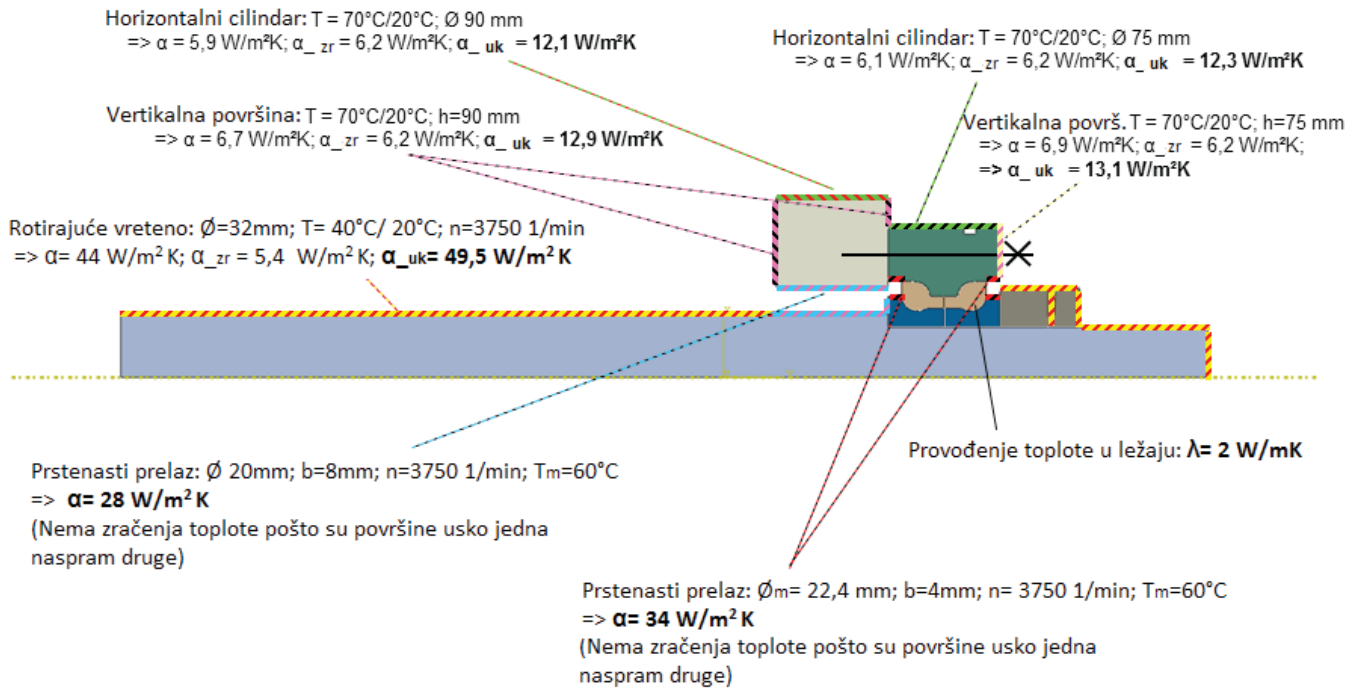
U ovom delu simulacije, kao startni podatak je preuzeto ukupno opterećenje od trenja $N_{Fr} = 36 \text{ W}$, koje je u slučaju radijalno montiranog ležaja tipa ZKLN2557-2Z indukovalo stanje uravnoteženja (temperaturu spoljnog prstena 70°C). Metodologija rada je u svemu ostalom ostala ista uz uvažavanje postojanja zavrtnjske veze za dodatno pričvršćenje ležaja za kućište mašine (slike 87 do 90).



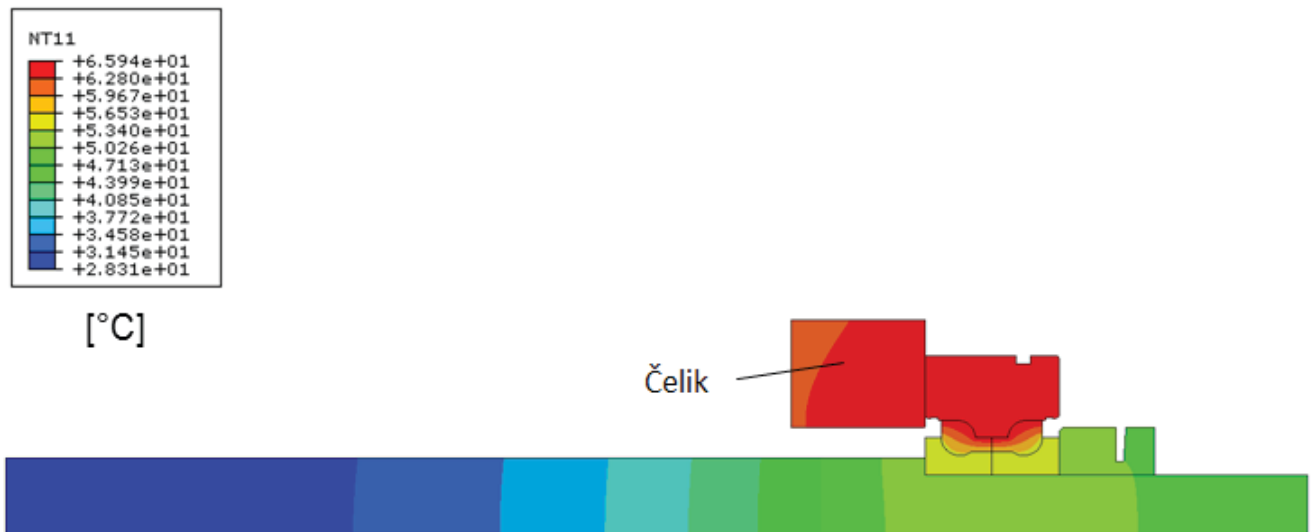
Slika 87. Termičko opterećenje (tip ZKLF)



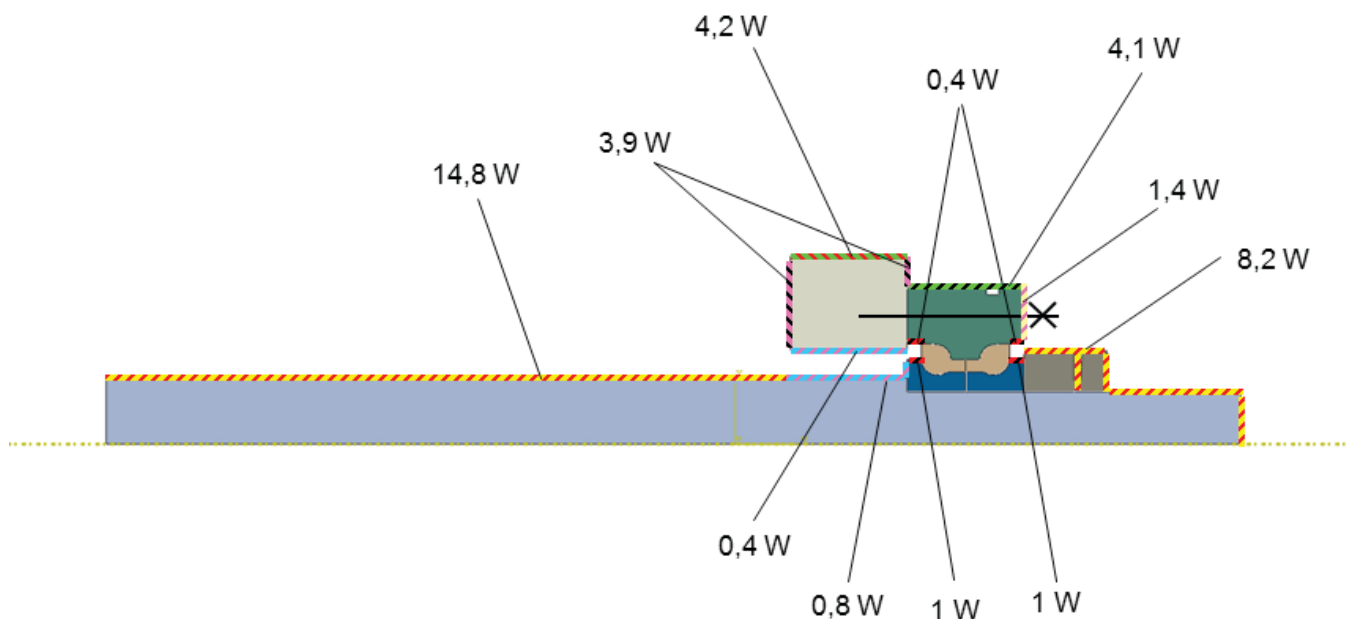
Slika 88. Prikaz kontaktnih površina (tip ZKLF)



Slika 89. Prikaz dobijenih koeficijenata prelaska toplote (tip ZKLF)



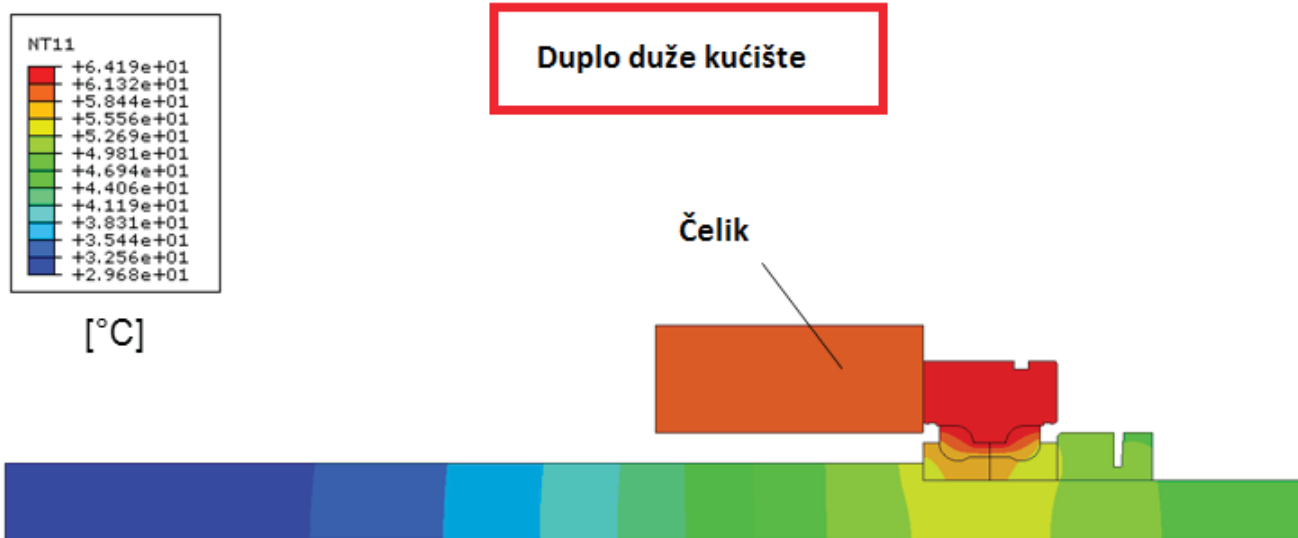
Slika 90. Temperaturno polje (tip ZKLF)



Slika 91. Toplotni bilans (tip ZKLF)

Sa slike (slika 91) se može zaključiti da se ukupna stvorena količina toplotne energije stvorena u uležištenju odvodi oko 35% preko kućišta i spoljnjeg prstena, dok se oko 65% odvodi preko navojnog vretena, precizne navrtke za prednaprezanje i unutrašnjeg prstena.

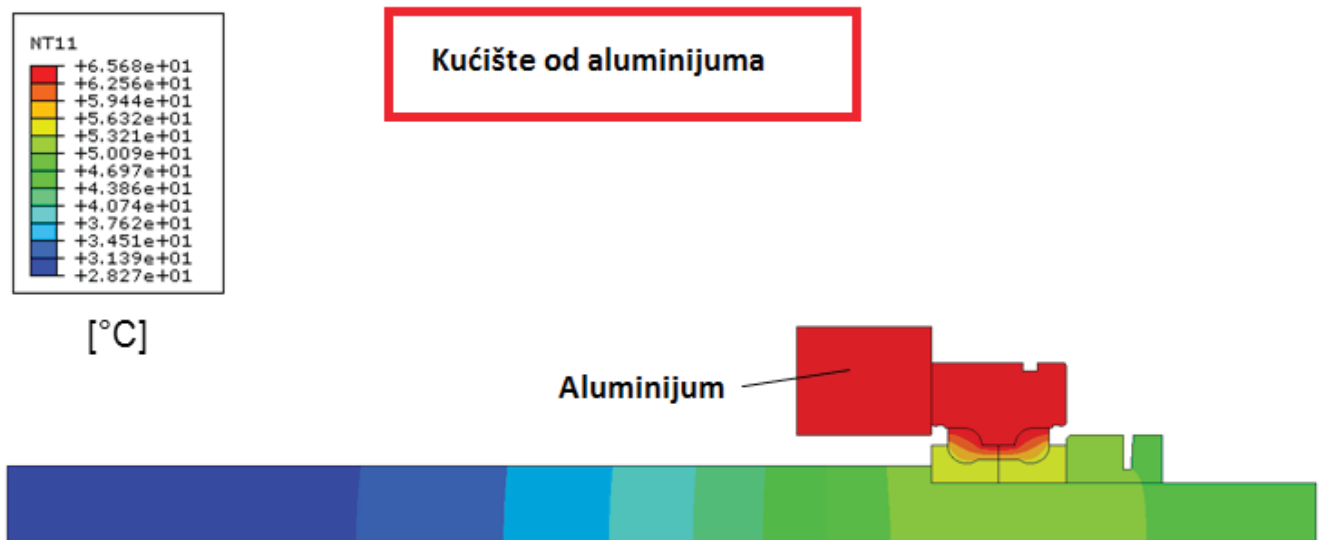
Na slikama (slike 92 do 96) su prikazane varijacije koje su urađene na modelu aksijalno ugrađenog ležaja tipa ZKLF.



Slika 92. Temperaturno polje- varijacija sa duplo dužim kućištem



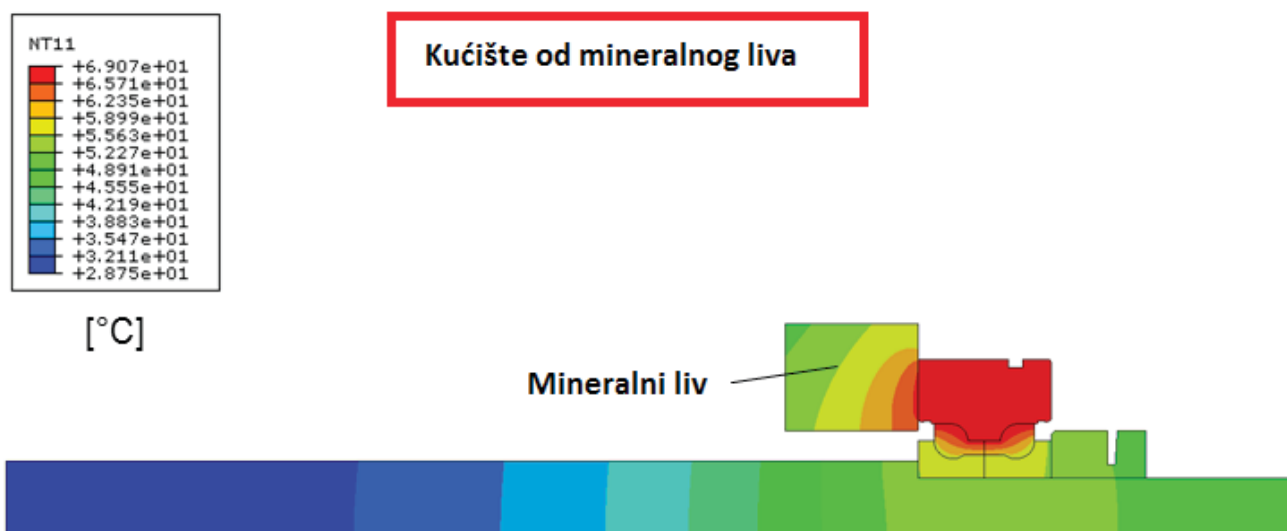
Slika 93. Temperaturno polje - varijacija sa kraćim navojnim vretenom



Slika 94. Temperaturno polje - varijacija sa kućištem od aluminijuma



Slika 95. Temperaturno polje - varijacija sa kućištem od sivog liva



Slika 96. Temperaturno polje - varijacija sa kućištem od mineralnog liva

U tabeli 14 je dat prikaz rezultata varijacija koje su urađene na modelu aksijalno montiranog ležaja (tip ZKLF).

Tabela 14. Rezultati sprovedenih varijacija (tip ZKLF)			
Opterećenje od trenja W	Ležaj	Kućište/ Varijacija	Temperatura na spoljnjem prstenu °C
36	ZKLF2575-2Z	Čelik	65,9
36	ZKLF2575-2Z	Čelik/ veće kućište	64,2
36	ZKLF2575-2Z	Čelik/ kraće vreteno	67,0
36	ZKLF2575-2Z	Aluminijum	65,7
36	ZKLF2575-2Z	Sivi liv 25, EN-GJL 250 (GG25)	65,9
36	ZKLF2575-2Z	Mineralni liv	69,1

Diskusija rezultata će biti prikazana u devetom poglavlju.

8. Funkcionalna zavisnost uticajnih parametara

Kao logičan nastavak eksperimentalnog istraživanja nameće se pitanje definisanja funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara na termičku stabilnost ležaja. Kao što je već navedeno u šestom poglavlju cilj eksperimenta je bilo merenje: broja obrtaja, temperature spoljnog prstena, temperature okruženja, sile trenja tj. momenta trenja i aksijalne sile prednaprazanja.

Od značaja za analizu termičkog opterećenja ležaja su nedvosmisleno sledeći parametri: broj obrtaja, moment trenja i temperatura spoljnog prstena. Navedene veličine u sebi nose informacije koje predstavljaju kombinovani uticaj konstrukciono-triboloških parametara na termičku stabilnost ležaja. Iz tog razloga se došlo na ideju da se ispita i po mogućstvu definiše funkcionalna zavisnost koja važi za uslove rada ležaja definisanih u poglavljima 6.1 do 6.3 ove disertacije.

Sagledavanjem dobijenih rezultata eksperimentalnog ispitivanja uočena je jaka nelinearnost u dobijenim rezultatima. Iz tog razloga je kao instrument za definisanje funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara izabran ANFIS model tj. ANFIS- mreža- sistem (*Adaptive Neuro-Fuzzy Interference System*).

8.1 Adaptivni neuro-fazi sistem zaključivanja - ANFIS i Fuzzy logika

Kombinacijom dveju kompjuterskih softverskih metoda, veštačke neuronske mreže (ANN) i fazi logike (Jang 1993) formira se adaptivni neuro- fazi sistem zaključivanja (ANFIS).

Faza logike nema definisan metod koji može da se upotrebi kao vodič u procesu transformacije u bazno pravilo fazi sistema odlučivanja (FIS). To bi zahtevalo jako dugo vreme za podešavanje funkcije pripadnosti (MF) (Jang 1993). Ova faza ima sposobnost uvida u proces precizne kvantitativne analize i sposobnost promene kvalitativnih aspekata ljudskog znanja.

Adaptivni neuro- fazi sistem zaključivanja (ANFIS) ima veću mogućnost od veštačke neuronske mreže (ANN) u procesu učenja da se prilagodi svom okruženju. Zbog toga se veštačka neuronska mreža (ANN) može da smanji stopu greške u određivanju pravila u fazi logici i da se iskorisiti za automatsko prilagođavanje funkcija pripadnosti (MF) [81].

8.1.1 FAZI LOGIKA

Dr Lotfi Zadeh je 1965. godine u svom radu pod nazivom „Fuzzy sets“ uveo pojam Fazi logika. Definiše se kao matematički aparat koji omogućava rad sa nepreciznim informacijama. Ona obezbeđuje mehanizam za reprezentaciju jezičkih konstrukcija (na primer: malo, mnogo, često, retko sredina, itd.) [82]. Fazi logika obezbeđuje strukturu za ljudsko rezonovanje do neke granice. Raniji matematički modeli nisu efikasni i nisu mogli u potpunosti da opišu višeznačne pojmove kao i nedovoljno precizne informacije.

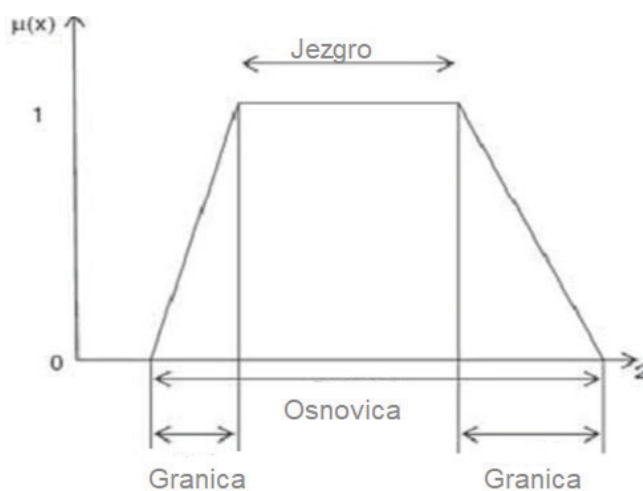
Tradicionalni sistemi za modelovanje i tehnike za analizu su postali kruti i suviše precizni. Uvođenjem raznih uprošćenja, pretpostavki i različitih vrsta ograničenja obezbeđivao se zadovoljavajući kompromis između količine informacija i njihove nesigurnosti. U fazi logici se koncept karakteristične funkcije u

odnosu na koncept u klasičnim skupovima proširuje. Meri se „stepen pripadnosti“ skupu i on predstavlja vrednost iz intervala $[0, 1]$. Funkcija pripadnosti nekom skupu u fazi logici je karakteristična funkcija.

Zadeh je kreirao fazi skupove koji se razlikuju od klasičnih skupova kod kojih je granica skupa precizna. On je uopštio klasične skupove na način da je proširio skup valuacije $\{0,1\}$ (nisi unutra / jesi unutra) na interval realnih brojeva $[0, 1]$. Stepem pripadnosti nekog elementa fazi skupu opisuje koliko je taj element odgovara pojmu/termu koji je reprezentovan fazi skupom, odnosno koliko je kompatibilan [82]. Ako je A fazi skup on sadrži objekat x sa stepenom $\mu(x)$. Preslikavanje $\mu: X \rightarrow [0, 1]$ se naziva karakterističnom funkcijom ili funkcijom pripadnosti (engl. *membership function*). Fazi skup A se izražava kao skup uređenih dvojnki $A = \{(x, \mu(x)) | x \in X\}$.

8.1.2 FUNKCIJE PRIPADNOSTI I NJIHOVA SVOJSTVA

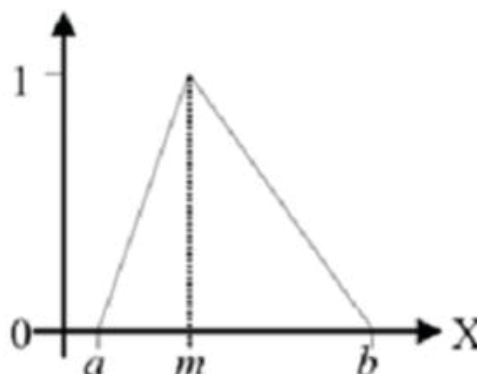
Funkcija pripadnosti (engl. *membership function*) predstavlja funkciju koja nema zadane jasne granice (skupu elementi ne moraju nužno potpuno pripadati). Funkcija klasičnih skupova, naziva se karakteristična funkcija i ima vrednosti 0 i 1. To su rubni skupovi fuzzy skupova. Funkcije pripadnosti imaju karakteristike specifične za sve vrste funkcija pripadnosti. Karakteristike su: granice, visina, središte jezgro i osnovica. Granice (engl. *Boundary*) su klasičan skup svih elemenata za koje je vrednost manja od 1 i zavise od same funkcije pripadnosti. Visina (engl. *height*) je klasičan skup svih elemenata za koje je vrednost maksimalna. Središte (engl. *Crossover point*) je klasičan skup svih elemenata za koje je vrednost 0.5. Jezgro (engl. *Core*) je klasičan skup svih elemenata za koje je vrednost 1. Osnovica (engl. *Support*) je klasičan skup svih elemenata za koje je vrednost veća od 0 [82]. Na slici (slika 97) grafički su predstavljene karakteristike funkcije pripadnosti.



Slika 97. Karakteristike funkcije pripadnosti [82]

8.1.3 VRSTE FUNKCIJE PRIPADNOSTI

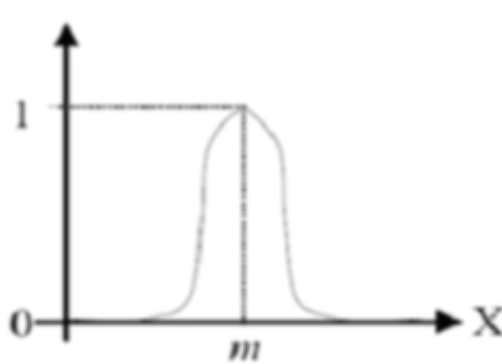
Vrste funkcija su: Trougao, Trapez, Gauss-ova kriva, Generalizovano zvono. Trougao funkcija pripadnosti (slika 98) koristi se uglavnom kod fazifikacije, dok se Trapez funkcija pripadnosti upotrebljava kod agregacije. Svaka funkcija zavisi od određenog slučaja[82].



Slika 98. Funkcija pripadnosti Trougao[82]

Funkcija pripadnosti Trougao je oblika trougla (slika 98). Označavaju je tri parametra: a , b i m . Njena osnovica proteže se između a i b . Matematički izraz za ovu funkciju je [82] :

$$\text{trougao}(x; a, m, b) = \begin{cases} 0, & \text{za } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{za } a \leq x \leq m \\ 1, & \text{za } m = x \\ \frac{x-m}{b-m}, & \text{za } m \leq x \leq b \\ 0, & \text{za } b \leq x \end{cases} \quad (125)$$

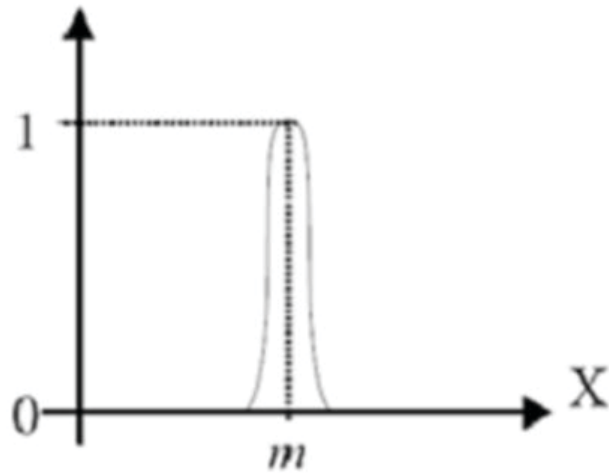


Slika 99. Funkcija pripadnosti Gauss-ova kriva [82]

Funkcija pripadnosti Gauss-ova kriva prikazana je na slici (slika 99). Ona je specifična po svom obliku i po dva parametra: m i k . Matematički izraz koja opisuje tu funkciju je [82]:

$$\text{gaussian}(x; k, m) = e^{-k(x-m)^2} \quad (126)$$

Parametar m određuje jezgro (centar funkcije), k određuje osnovicu (širinu). i mora imati vrednost veću od nule [82].



Slika 100. Funkcija pripadnosti Generalizovano zvono [82]

Funkcija pripadnosti Generalizovano zvono prikazana je na slici (slika 100). Ona je karakteristična po svom obliku zvona. Nju određuju tri parametra: a , m i b . Funkcija je definisana izrazom (119) [82].

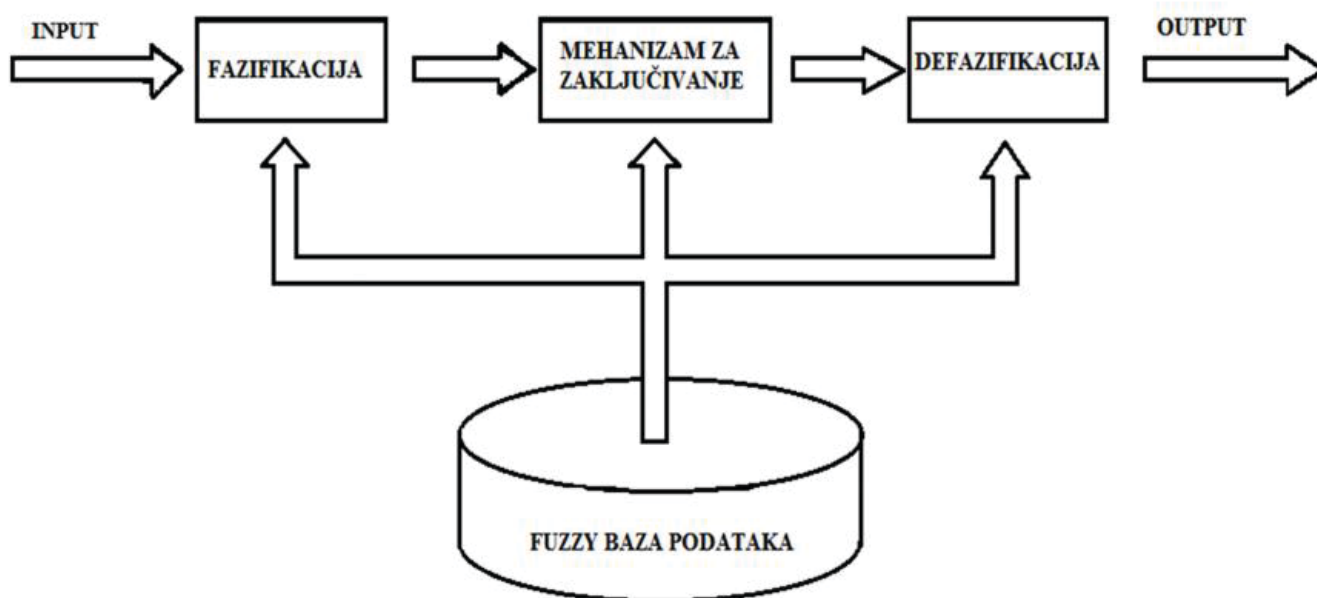
$$\text{gen. zvono } (x; a, b, m) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-b}{a} \right|^{2m}} \quad (127)$$

Parametar b najčešće je pozitivan. U slučaju kada nije, grafik izgleda okrenuto od grafika na slici (slika 100). Gauss- ova kriva je često poznata u statistici, ali zajedno sa Generalizovanim zvonom se koristi za opisivanje fuzzy setova [82].

8.1.4 DIJAGRAM FUZZY SISTEMA S BAZOM ZNANJA

Fuzzy sistem za zaključivanje (engl. *fuzzy inference system, FIS*) je sistem za „računanje“ koji raspoložuje s više koncepata znanja. Koncepti znanja su : teorija fuzzy if-then pravila, fuzzy skupova i fuzzy zaključivanje [82].

Struktura fuzzy sistema za zaključivanje sastoji se od: rečnika, baze pravila i mehanizama za zaključivanje. Baza pravila sastoji se od fuzzy pravila (if-then pravila). U rečniku su definisane funkcije pripadnosti neophodne za korišćenje fuzzy pravila. Mehanizam za zaključivanje pomoću parametara koristi se za donošenje zaključka (slika 101). Poznate vrste modela fuzzy sistema za zaključivanje su: Mamdani i Sugeno modeli [82].



Slika 101. Šema Fuzzy sistema [82]

8.1.4.1 FAZIFIKACIJA I DEFAZIFIKACIJA

Fuzzy sistemu za zaključivanje ne može da radi bez dva glavna procesa: fazifikacija i defazifikacija [82].

8.1.4.2 LINGVISTIČKA VARIJABLA, IF-THEN PRAVILA

Reč subjektivnog karaktera označava pojam lingvističke varijable. Da bi tu reč mašina mogla da razume neophodno je za nju definisati funkcija pripadnosti. One određuju granice u kojima postoji ta lingvistička varijabla.

If-then pravila su pravila na osnovu kojih fuzzy logika donosi neki zaključak. To su pravila jezičkog karaktera i sastoje se od premisa i zaključka (kao i u logici). Izgled *if-then* pravila prikazuje se [82]:

IF x je A THEN Y je B .

„ x je A“ - premisa

„ y je B“ - zaključak.

8.1.4.3 FAZIFIKACIJA

Prvi korak ka rešenju u fuzzy logici je fazifikacija. Ona transformiše crisp ulazne parametre u fuzzy ulazne parametre. Crisp ulazni parametri su numeričke vrednosti koje se transformišu u odgovarajuće jezičke vrednosti. Neizrazite ulazne vrednosti su vrednosti jezičkog tipa. Za transformaciju Crisp ulaznih vrednosti potreban je FIU (engl. *fuzzy inference unit*).

Na primer, ako se koristi: jezička varijabla x (odstupanje od zadane vrednosti), kvantitativno područje razmatranja $X:[0,100]$, semantička funkcija $M:X \rightarrow T$ i prostor jezičkih vrednosti $T = \{\text{veliko, srednje, malo, nula}\}$.

Za svaku jezičku varijablu određena je funkcija u kojoj su složene granice [82]

$$\text{veliko} = \{(\mu_l(x), x | x \in X)\}, \quad \mu_l(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < 70 \\ \frac{x-70}{20} & \text{za } 70 \leq x \leq 90 \\ 1 & \text{za } x > 90 \end{cases} \quad (128)$$

$$\text{srednje} = \{(\mu_m(x), x | x \in X)\}, \quad \mu_m(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < 30 \\ \frac{x-30}{20} & \text{za } 30 \leq x < 50 \\ \frac{75-x}{25} & \text{za } 50 \leq x \leq 75 \\ 1 & \text{za } x > 75 \end{cases}$$

$$\text{malo} = \{(\mu_s(x), x | x \in X)\}, \quad \mu_s(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < 15 \\ \frac{x-15}{15} & \text{za } 15 \leq x < 30 \\ \frac{45-x}{15} & \text{za } 30 \leq x \leq 45 \\ 0 & \text{za } x > 45 \end{cases} \quad (129)$$

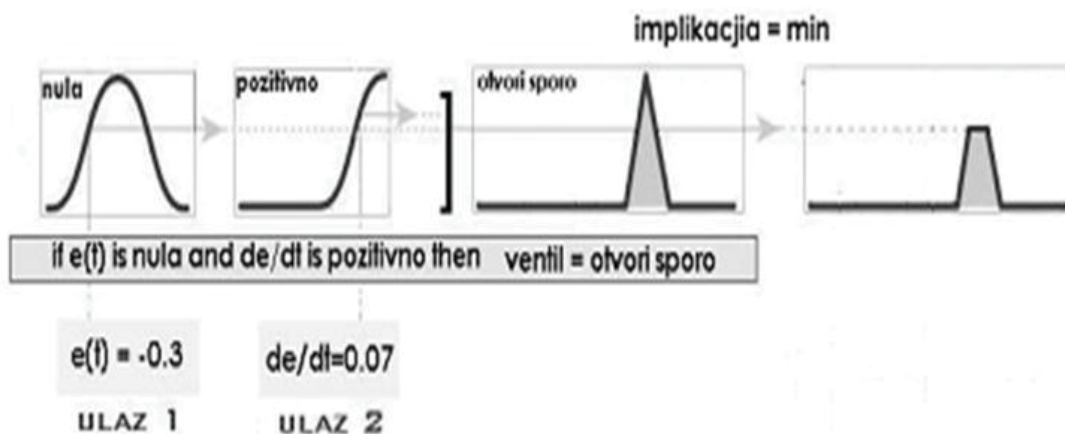
$$\text{nula} = \{(\mu_z(x), x | x \in X)\}, \quad \mu_z(x) = \begin{cases} 1 & \text{za } x < 5 \\ \frac{20-x}{15} & \text{za } 5 \leq x < 20 \\ \frac{45-x}{15} & \text{za } 20 \leq x \leq 45 \\ 0 & \text{za } x > 45 \end{cases}$$

Za numeričku vrednost važi ovaj izraz i stepen istinitosti [82]:

$$\mu_M(55) = \frac{75-55}{25} \text{ za } 50 \leq x \leq 75 = 0.8 \quad (130)$$

8.1.4.4. AGREGACIJA

Proces agregacije je proces kombinovanja fuzzy rezultata pomoću pravila u kojem se definiše konačan fuzzy rezultat. Ovaj rezultat se šalje u proces defazifikacije (kodiranja). Agregacija se bazira na logičkim operacijama konjunkcija (T- norma) ili disjunkcija (S-norma) [82].



Slika 102. Proces agregacije [82]

Na slici (slika 102) predstavljen je proces agregacije. Rezultati prva dva grafika dobijeni su u procesu fazifikacije. Zadano je da je ulaz 1 nula. Ulaz 2 je pozitivan. U zaključku se konstatuje da se ventil otvora sporo (prikazan na trećem grafiku). Kod procesa agregacije pouzdanost iskaza ulaza 1 i ulaza 2 proverava se operatorom „ili“ (engl. or). On je operacija preseka koji se dobija određivanjem minimuma od ulaza 1 i ulaza 2. Njegovim određivanjem dobija se četvrti grafik koji prikazuje rezultat [82].

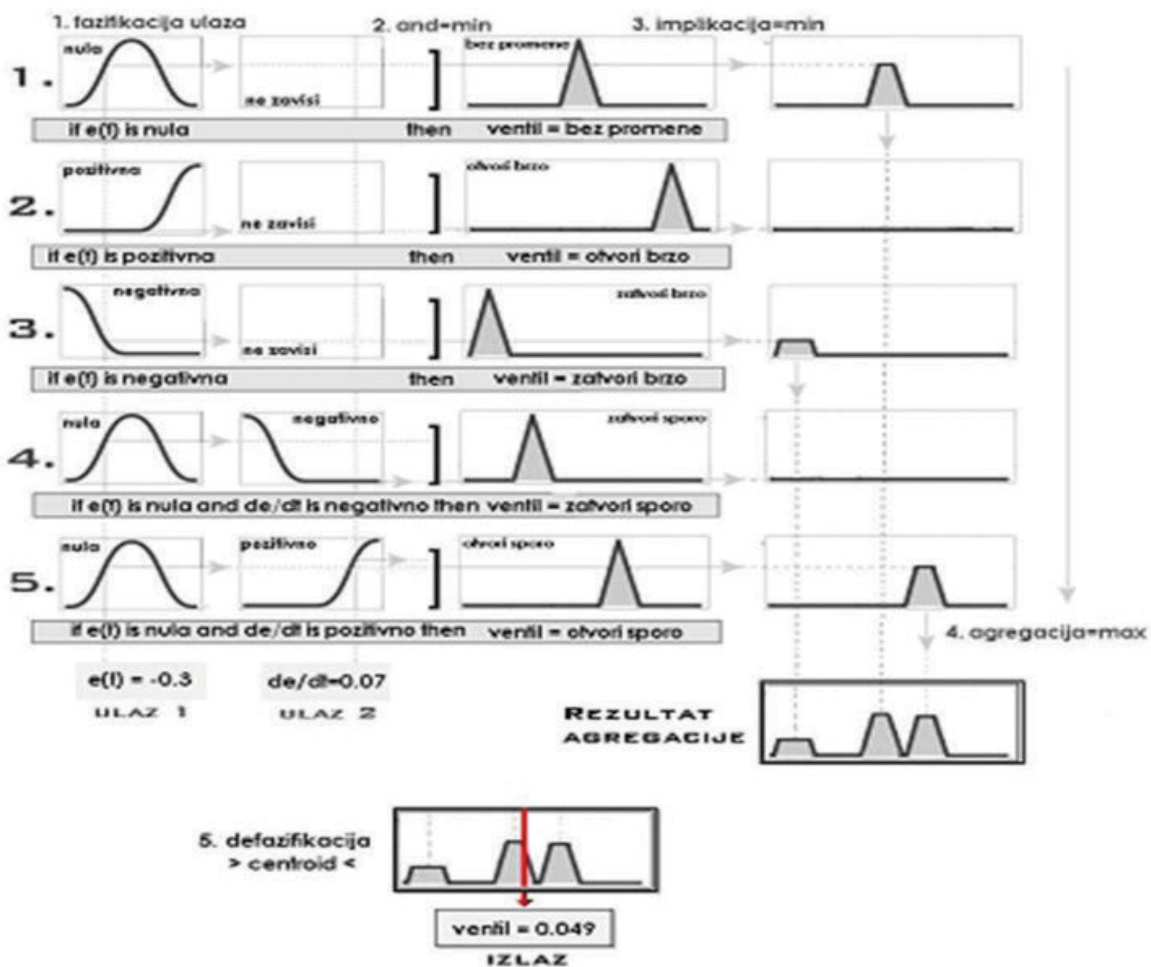
8.1.4.5 DEFAZIFIKACIJA

Defazifikacija je suprotan proces od fazifikaciji i predstavlja drugi i završni korak u fuzzy logici. Fuzzy izlazni parametri pretvaraju u crisp izlazne parametre. U procesu agregacije dobiven je rezultat agregacije nakon ispitivanja operatorom „ili“ i operatorom „i“. Izračunavanje koeficijenta se završava u fazi defazifikacije pomoću sledećih metoda: centar suma, prvi maksimum, centar najveće površine, centar površine, sredina maksimuma i visinska defazifikacija. Centar suma je najčešća metoda kod defazifikacije. COG (engl. *Center of gravity*) metoda se izražava [82]:

$$u^{CRISP} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \int_u \mu_B(u) du}{\sum_{i=1}^R \int_u \mu_B(u) du} \quad (131)$$

- b_i - centar površine funkcije
- R - broj pravila
- B - zaključak

Na slici (slika 103) prikazana su sva tri procesa (fazifikacija, agregacija i defazifikacija). U četvrtoj koloni prikazani su rezultati koji su dobijeni u procesu agregacije. Ovi rezultati se s operatorom „i“ ispituju, posle čaga se dobija se unija (konačan rezultat agregacije -rezultat agregacije). Centar gravitacije u procesu defazifikacije izračunat je pomoću metode COG. Parametri za ovu metodu nalaze se u rezultatu agregacije [82].



Slika 103. Agregacija i defazifikacija [82]

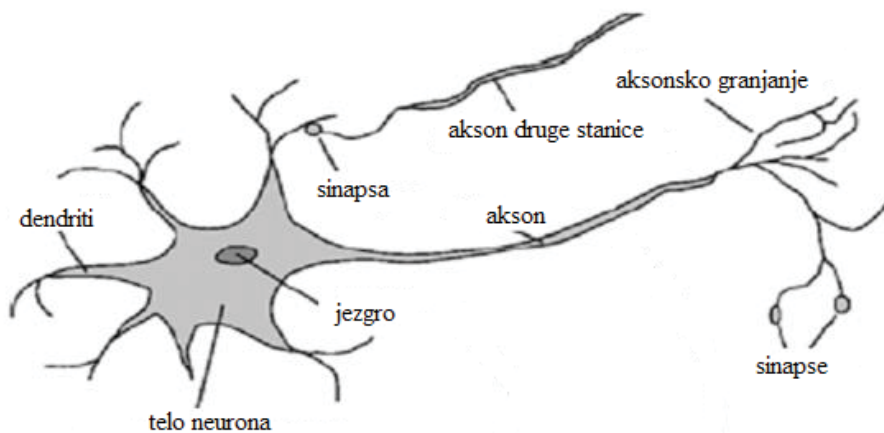
8.2 Neuronske mreže

Računarski modeli sastavljeni od više jednostavnih elemenata za obradu podataka nazivaju se neuronske mreže (funkcionišu slično ljudskom mozgu). Neuronske mreže sastoje se od neurona, gde svaki od njih ima lokalnu memoriju u kojoj pamti podatke koje obrađuje. Struktura sastava za obradu podataka je ključni element ovog modela. Sastavljena je od velikog broja međusobno povezanih elemenata (neurona). Ovi elementi skladno rade sa ciljem što boljeg rešavanja konkretnog problema. Neuronske mreže postižu dobre rezultate u rešavanju problema predviđanja i klasifikacije, odnosno u rešavanju svih problema kod kojih postoji odnos ulaznih i izlaznih varijabli [82].

Veštačke neuronske mreže su nastale po uzoru na biološke neuronske mreže koje su pojednostavljene simulacije ljudskog mozga. Tehnološki pristup tretira neuronske mreže kao tehnološke sisteme za složenu obradu informacija [82].

8.2.1 **BIOLOŠKE NEURONSKE MREŽE**

Biološke neuronske mreže sastavni su deo čoveka. Ljudski mozak sastoji se od 100 milijardi neurona (slika 104). Oni su odgovorni za izvođenje vrlo važnih funkcija kao što su: učenje, emocije, percepcija razmišljanje, motorika itd. Funkcije neuronskih mreža još uvek nisu u potpunosti razumljive. Biološki neuron je ćelija koja prima informacije od drugih neurona putem dendrita. Zatim ih obrađuje i šalje impuls putem aksona i sinapsi drugim neuronima u mreži. U mreži milioni neurona mogu obrađivati paralelno informacije [82].

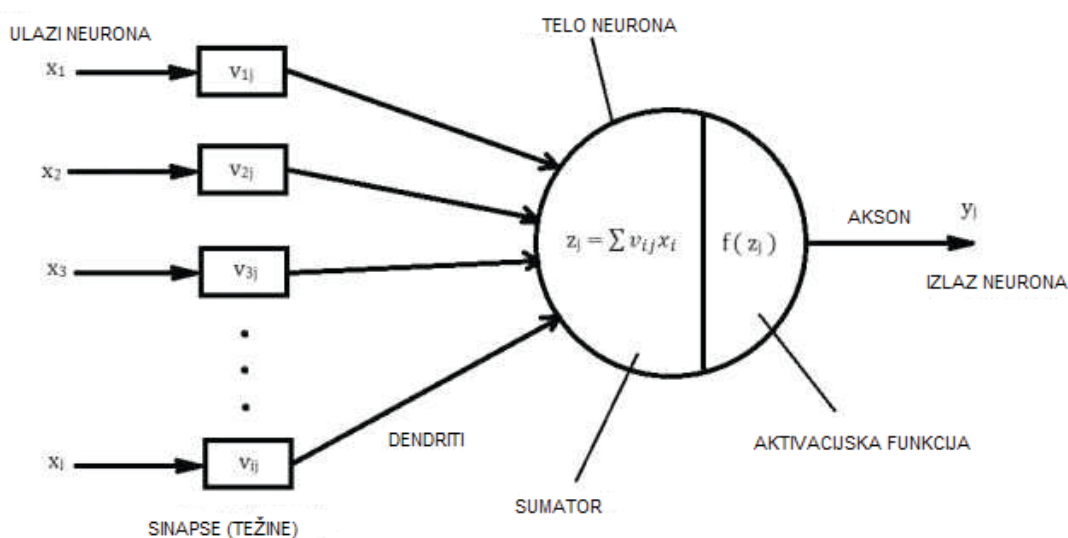


Slika 104. Prikaz biološkog neurona[82]

8.2.2 VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE (ENGL. ANN-ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS)

Veštačka neuronska mreža sastoji se od međusobno povezanih veštačkih neurona i primenjuje se za razumevanje bioloških neuronskih mreža ili za rešavanje problema na području veštačke inteligencije. Funkcionišu na sličan način kao i biološke mreže (pokušava imitirati funkcionisanje mozga). Sumator veštačkog neurona zamjenjuje telo biološkog neurona (slika 105). Ulogu dendrita preuzimaju ulazi u sumator. Izlaz iz sumatora je akson veštačkog neurona. Pomoću aktivacijske funkcije izveden je prag osetljivosti veštačkog neurona. Pomoću težinskih faktora (preslikavaju funkcije sinaptičke veze biološkog neurona) ostvaruje se veze veštačkog neurona s njegovom okolinom. Moguće je sačuvati i obrađivati vrlo složene informacije [82].

Veštačka neuronska mreža koristi se za rešavanje zadataka kao što su: prepoznavanje uzoraka, obrada slike, govora, simulacije i obrade nepreciznih podataka. Prednost i pozitivne karakteristike veštačke neuronske mreže su ogledaju se u tome što omogućuje da se: uči iz iskustva, radi sa velikim brojem varijabila i prilagodljive su okolini [82].

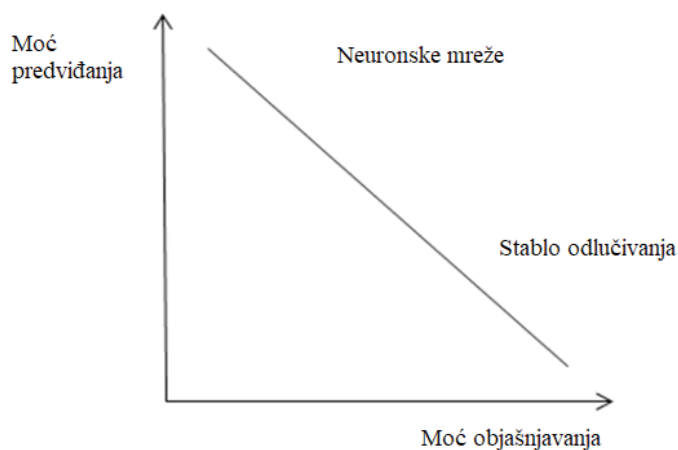


Slika 105. Šema veštačkog neurona[82]

8.2.3 NEURONSKE MREŽE - PREDNOSTI I NEDOSTACI

Prednosti neuronskih mreža su: rešavaju gotovo sve probleme bolje nego statističke i tradicionalne metode; sposobnost generalizacije; imaju moć predviđanja i klasificiranja i učenje na osnovu primera i prepoznavanje oblika. Nedostaci neuronskih mreža: ne mogu davati odgovore izvan raspona u kojem uče; uspešno učenje zahteva velik broj podataka; imaju slabu moć objašnjavanja; teškoće u korišćenju (vreme treniranja) i nisu pogodne za aritmetičke proračune i zadatke obrade [82].

Na slici (slika 106) prikazana je moć objašnjavanja i moć predviđanja. Neuronske mreže odlično predviđaju ali nedovoljno jasno objašnjavaju (suprotno od stabla odlučivanja). Zbog toga što je znanje o obradi podataka u neuronskoj mreži sačuvano u obliku različitih težinskih koeficijenata (teško ga je predstaviti čoveku u obliku pravila), neuronska mreža ne može da objasni kako je došla do određenog rezultata. Zbog toga se neuronske mreže koriste samo u slučajevima kada je bitan rezultat klasifikacije bez jasnog definisanja pravila na osnovu kojih su dobijeni rezultati [82].



Slika 106. Zavisnost moći predviđanja od moći objašnjavanja [82]

8.2.4 UČENJE (TRENIRANJE) NEURONSKE MREŽE

Sposobnost učenja, odnosno sticanja iskustava iz podataka koji se obrađuju su najvažnija karakteristika neuronske mreže. Postoje dva tipa (načina) učenja neuronske mreže: nadgledano (engl. *supervised*) i nenadgledano (engl. *unsupervised*) učenje. Nadgledano učenje podrazumeva učenje kod kog sistem sam podešava parametre na osnovu podataka s poznatim ulaznim i izlaznim vrednostima. *Back-propagation* i *perceptron* algoritam su najčešće korišćeni algoritmi za nadgledano učenje. Suprotno od nadgledanog učenja je nenadgledano učenje. U njemu sistem sam otkriva odnose između podataka (prema opisanim karakteristikama) i mreže. Ovaj tip učenja se koristi za prepoznavanje uzoraka. Za oba tipa učenja prethodno važno je da se zna da li je izlazna vrednost poznata ili nije. Na osnovu toga određuje se da li je učenje nadgledano ili ne [82].

Važno je naglasiti da li se učenje neuronskih mreža realizuje pomoću iteracija ili epoha. Iteracija podrazumeva učenje u kom se vrši podešavanje težinskih faktora, odnosno dolzi se do pomaka u algoritmu. Celokupan skup za učenje predstavlja epohu u učenju.

Razlika između grupnog i pojedinačnog učenje u tome koliko se primera za učenje predstavi mreži za vreme trajanja jedne iteracije.

Za grupno učenje (engl. *batch* ili *off-line*) predočavaju se svi primeri u jednoj iteraciji. Neuronska mreža uči se u samo jednoj fazi u kojoj se prilagođavaju težine, dok se u ostalim fazama težine su fiksirane. Pojedinačno učenje (engl. *Patern-By-Patern* ili *on-line*) podrazumeva da se neuronska mreža uči u vremenskim intervalima (iteraciji) kojima je dodeljena (svakom vremenskom intervalu) jedan primer za učenje neuronske mreže, uz prilagođavanje težinskih faktora [82].

8.2.5 TESTIRANJE MREŽE

Druga faza rada neuronske mreže je testiranje mreže. Ova faza je odlučujuća za ocenjivanje mreže. U ovoj fazi mreža više ne uči, odnosno težine su fiksne na vrednostima koje su dobijene kao rezultat prethodne faze učenja.

Kreiranoj mreži se predstavljaju novi ulazni vektori koji nisu učestvovali u procesu učenja. Ona treba da proizvede izlaz na predstavljeni novi ulazni vektor. Izračunavanjem greške ili nekog drugog merila tačnosti ocenjuje se mreža i vrši se upoređivanje izlaza mreže sa stvarnim izlazima. Dobijena vrednost greške mreže na uzorku za validaciju je rezultat kojim se tumači uspešnost ili neuspešnost neuronske mreže. Ova vrednost koristi se dalje za „kvalitet“ predviđanje na budućim podacima [82].

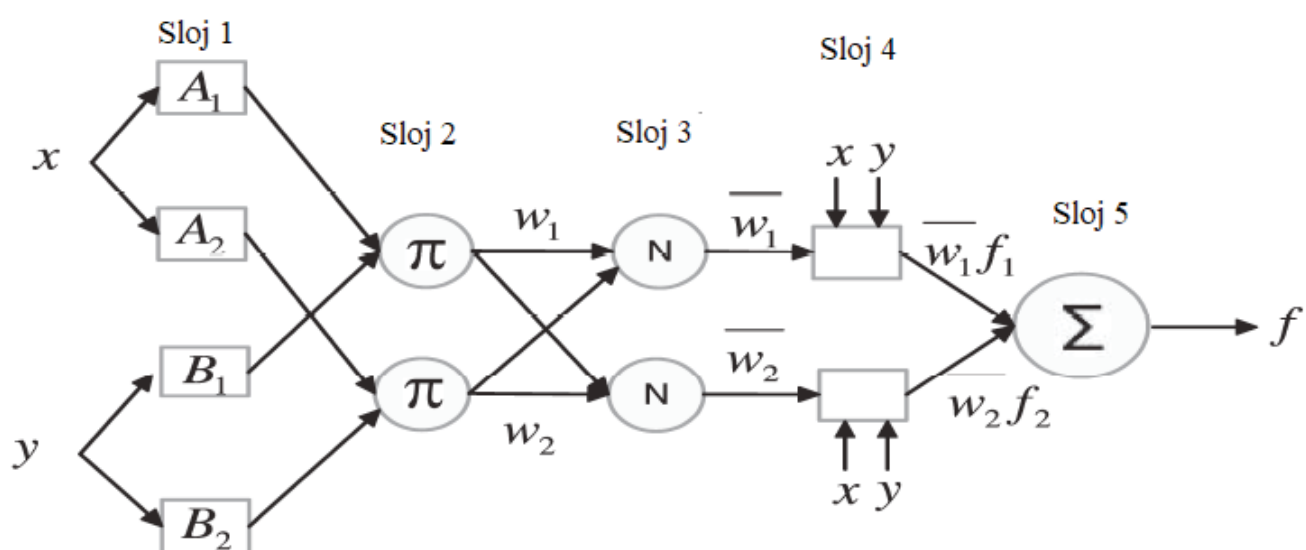
8.3 Struktura ANFIS (engl. adaptive neuro - fuzzy inference system) neuronske mreže

ANFIS (engl. *adaptive neuro fuzzy inference system*) je alat koji se nalazi u Matlabu i služi za spajanje fuzzy logike i neuronskih mreža u jednu celinu procesom učenja. U ANFIS sistemu neuronska mreža istovremeno postaje i fuzzy sistem za zaključivanje. Najčešće se ANFIS predstavlja kao petoslojna adaptivna neuronska mreža (slika 107) i odgovara fuzzy modelu Sugeno po svojoj funkcionalnosti.

Sistem s dva ulaza – x i y i jednim izlazom – z koristi se za opis strukture. Za Sugeno model prvog reda uglavnom se definišu dva pravila [82]:

$$\text{Ako } x \text{ je } A_1 \text{ i } y \text{ je } B_1 \text{ onda } f_1 = p_1x + q_1y + r_1 \quad (132)$$

$$\text{Ako } x \text{ je } A_2 \text{ i } y \text{ je } B_2 \text{ onda } f_2 = p_2x + q_2y + r_2 \quad (133)$$



Slika 107. Struktura ANFIS-a [82]: 1. sloj – ulazni sloj; 2. sloj – funkcija pripadnosti ulaza (fazifikacija; aktivacijska funkcija fazifikacijskog neurona odgovara neizrazitom skupu pridruženom pravilu); 3. sloj- neizrazita pravila (svaki neuron odgovara neizrazitom pravilu; konjunkcija (min) ulaza (AKO radi) pravila se kod neizrazitih skupova ostvaruje operacijom preseka (množenja); težine između 3. i 4. sloja odgovaraju normalizovanim nivoima (faktorima) uverenosti u istinitost neizrazitih pravila; težine se uspostavljaju u fazi učenja sistema; 4. sloj – funkcije pripadnosti izlaza; disjunkcija (max) izlaza (ONDA radi); pravila se kod neizrazitih skupova ostvaruju operacijom unije (algebarskog zbirom); 5. sloj – defazifikacija (metode defazifikacije (slaganje zbiru i kopija))

8.4 Određivanje funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara kod aksijalnih kugličnih ležaja tipa ZKLF

U ovom poglavlju će biti predstavljena funkcionalna zavisnost uticajnih parametara aksijalnih kugličnih ležaja tipa ZKLF.

Kao prvi korak u definisanju funkcionalne zavisnosti urađeno je eksperimentalno istraživanje pod unapred definisanim uslovima (poglavlje 6.1 do 6.3).

S obzirom da je cilj dobijanje funkcionalne zavisnosti uticajnih konstrukciono-triboloških parametara na termičku stabilnost ležaja tipa ZKLF, to su za bazne podatke za dalji rad izabrani: broj obrtaja, moment trenja i temperatura spoljnog prstena. Treba napomenuti da dobijena funkcionalna zavisnost važi samo za uslove koji su definisani u poglavljima 6.1. do 6.3.

Pošto je završen eksperimentalni deo, dobijen je spektar zavisnosti uticajnih parametara (slike 54 i 55). Iz spektra zavisnosti se uočava jaka nelinearnost između uticajnih parametara, te je iz tog razloga za definisanje funkcionalne zavisnosti najpodobnije koristiti ANFIS mrežu.

Kao reprezentive za ANFIS mrežu izabrani su sledeći ispitani uzorci: DRP1041B003 sa zaptivačima, DRP1041B003 bez zaptivača, DRP1040B006 bez zaptivača, DRP1040B008 bez zaptivača. Prva dva uzorka se odnose na ležaj ZKLF2575-2Z, dok se preostala dva uzorka odnose na ležaj ZKLF50115-2Z. Pomenuti uzorci su u spektru imali najmanju nelinearnost pa su iz tog razloga usvojeni za dalje procesuiranje u ANFIS mreži. Isto tako izvršena je i kombinacija uzoraka sa i bez zaptivača kako bi se uključio i uticaj zaptivača (trenja na zaptivačima) na ukupno termičko opterećenje ležaja.

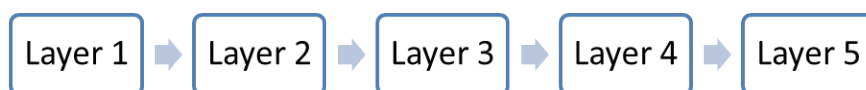
8.4.1 DEFINISANJE PROTOKOLA ANFIS MREŽE

Kao što je već pomenuto ANFIS mreža predstavlja kombinaciju veštačke neuronske mreže i fazi logike. Na osnovu toga treba uspostaviti odgovarajuću arhitekturu tj. napraviti model ANFIS mreže koji će za željene parametre dati odgovarajući izlaz, u ovom slučaju funkcionalnu zavisnost uticajnih parametara. Cela analiza je urađena u programu Matlab.

Sa tim u vezi u prvom koraku biće definisani uticajni parametri čija funkcionalna zavisnost se traži, a to su:

- Zaptivači (vrednosti 0 ili 1 zavisno da li je uzorak bez ili sa zaptivačima)
- Moment trenja (opseg vrednosti za sve izabrane uzorke 100,64 do 159 Nmm)
- Temperatura spoljnjeg prstena (opseg vrednosti za sve izabrane uzorke 25,75 do 58,5 °C)
- Broj obrtaja (1000- 8000 1/min)

U sledećem koraku određena je arhitektura ANFIS mreže. Aktualna ANFIS mreža se sastoji iz 5 slojeva (slika 108). *Fuzzy*- interfejs sistema je glavno jezgro ANFIS mreže. Ovo dalje znači da će biti obavljena fazifikacija ulaznih parametara i time se dobijaju fuzzy ulazni parametri. Svaki od slojeva mreže ima svoju specifičnu ulogu u algoritmu. Ukupan broj ulaznih podataka za treniranje mreže je bio 119 dok je broj podataka za testiranje mreže bio 27.



Slika 108. ANFIS slojevi

Sledeća faza u pripremi mreže jeste izbor funkcije pripadnosti koja će obaviti fazifikaciju parametara. Uzimajući u obzir jako izraženu nelinearnost uticajnih parametara izabrana je funkcija pripadnosti - Generalizovano zvono koja je pogodna za slučajeve izrazite nelinearnosti.

U nastavku će biti prikazani parametri aktuelnog FIS modela (*Fuzzy Inference Model*), koji u stvari predstavljaju jezgro ANFIS modela- sistema.

```
[System]
Name='Untitled'
Type='sugeno'
Version=2.0
NumInputs=3
NumOutputs=1
NumRules=8
AndMethod='prod'
OrMethod='probor'
ImpMethod='prod'
AggMethod='sum'
DefuzzMethod='wtaver'
```

[Input1]

Name='input1'

Range=[0 1]

NumMFs=2

MF1='in1mf1':'trimf',[-1 1.07295880542391e-14 0.999958522341583]

MF2='in1mf2':'trimf',[7.68100514414026e-06 1 2]

[Input2]

Name='input2'

Range=[100.64 159]

NumMFs=2

MF1='in2mf1':'trimf',[42.28 100.473129962621 159.154661938759]

MF2='in2mf2':'trimf',[100.88979336184 158.843126721622 217.360007874858]

[Input3]

Name='input3'

Range=[25.57 58.5]

NumMFs=2

MF1='in3mf1':'trimf',[-7.36005185113431 25.6557031652444 58.4825066702235]

MF2='in3mf2':'trimf',[25.4867235836102 58.6600600292191 91.43]

[Output1]

Name='output'

Range=[1000 8000]

NumMFs=8

MF1='out1mf1':'linear',[0 -399.283740791328 1817.54187275893 -4945.70163387322]

MF2='out1mf2':'linear',[0 -1260.89767828093 2276.45865871598 5524.9474549697]

MF3='out1mf3':'linear',[0 -535.756473753472 3206.51185931163 2892.84342279058]

MF4='out1mf4':'linear',[0 -1059.45470597201 2820.78480154531 12029.1210424816]

MF5='out1mf5':'linear',[11960.5758959767 -167.049132727731 -313.994993236786 11960.5758959606]

MF6='out1mf6':'linear',[-5168.93293018084 371.059206756716 -329.902784164033 -5168.93292996887]

MF7='out1mf7':'linear',[-7677.20768312147 168.283206751155 102.776868335965 -7677.20768312439]

MF8='out1mf8':'linear',[3318.4807464163 -269.304585043851 348.460327222824 3318.48074647516]

[Rules]

1 1 1, 1 (1) : 1

1 1 2, 2 (1) : 1

1 2 1, 3 (1) : 1

1 2 2, 4 (1) : 1

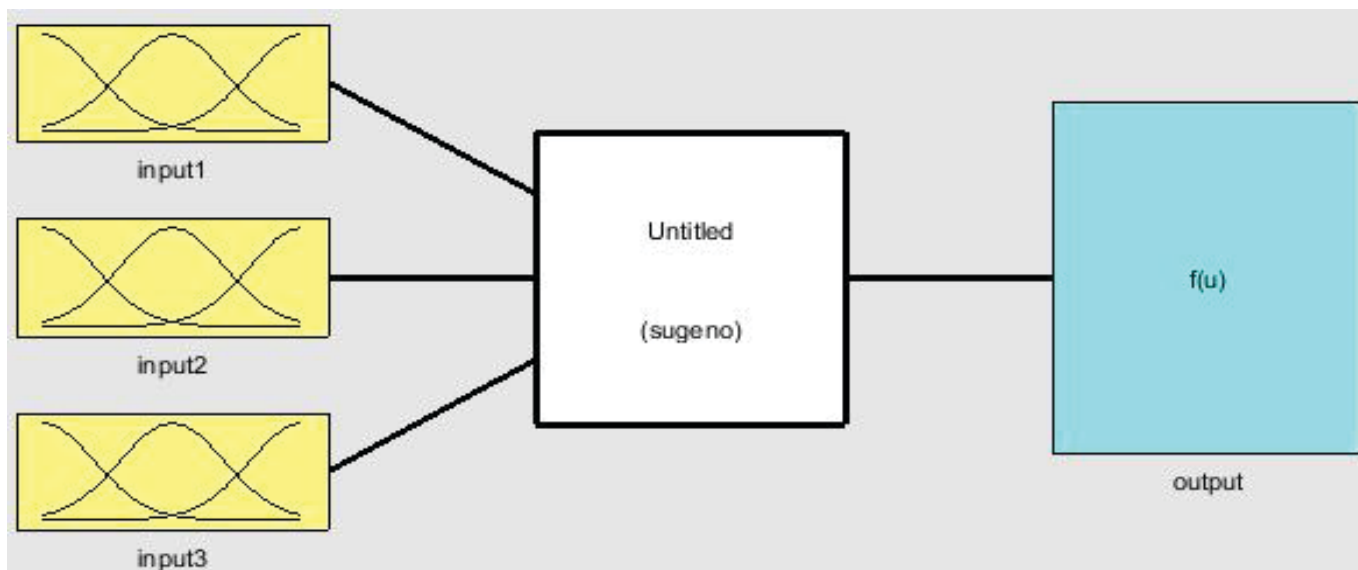
2 1 1, 5 (1) : 1

2 1 2, 6 (1) : 1

2 2 1, 7 (1) : 1

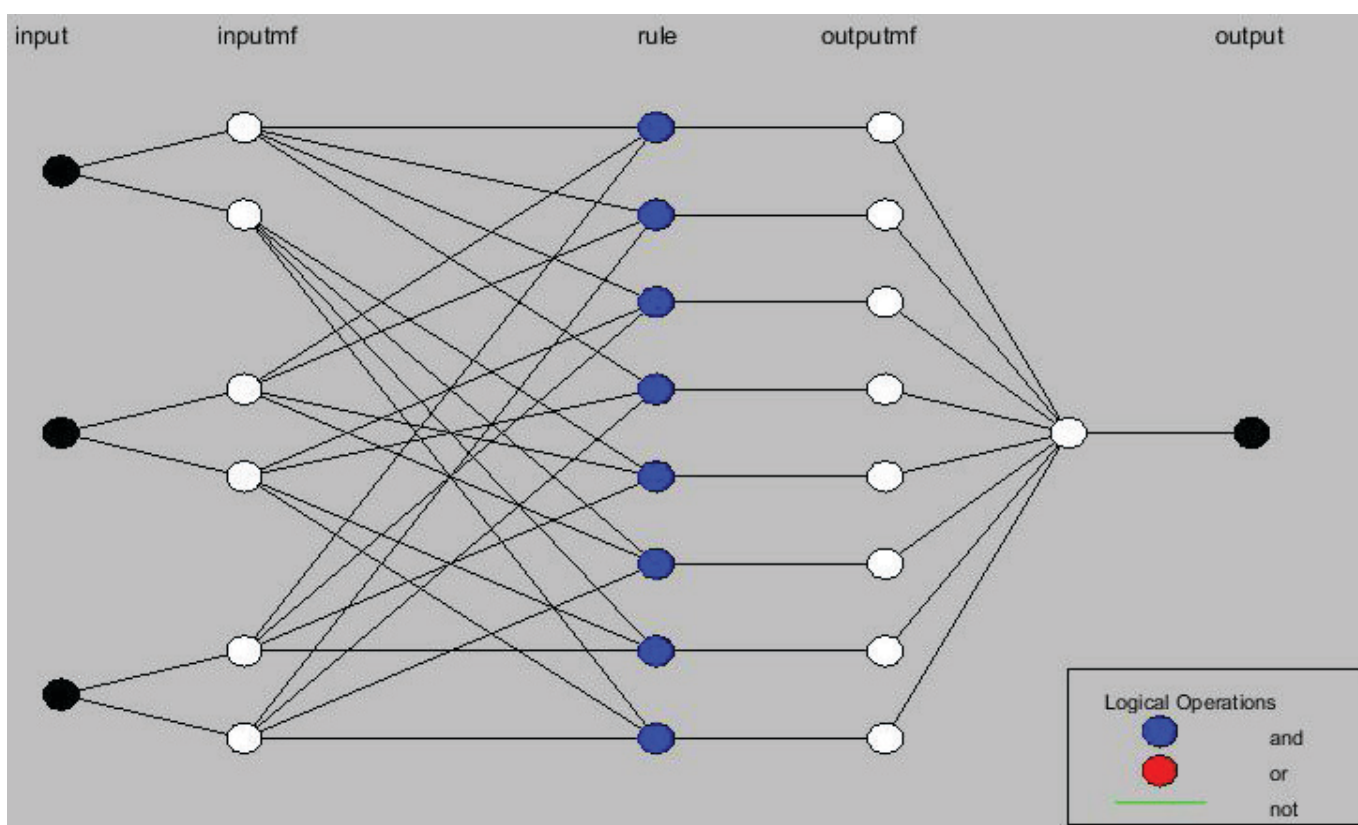
2 2 2, 8 (1) : 1

Uprošćen prikaz sistema je dat na slici (slika 109).



Slika 109. Šema ANFIS sistema

Na slici (slika 110) je data struktura korišćenog ANFIS sistema sa prikazom svih slojeva.



Slika 110. Struktura korišćenog ANFIS sistema

Prvi sloj je ulazni sloj u kome se nalaze ulazi. U drugom sloju se definiše funkcija pripadnosti ulaza i fazifikacija ulaznih parametara. U trećem sloju su neizrazita pravila. Svaki neuron odgovara jednom neizrazitom pravilu. Težine između 3. i 4. sloja se uspostavljaju u fazi učenja sistema. U četvrtom sloju se vrši definisanje funkcije pripadnosti izlaza. U petom sloju će biti urađena defazifikacija.

U završnom koraku će dobiveni rezultati biti podvrgnuti testiranju. Za testiranje dobivenih podataka biće iskoršćena metoda „koren srednje kvadratne greške“ (RMSE).

8.4.2 REZULTAT ANFIS MREŽE

ANFIS model je treniran tako da se na osnovu testa rezultata metodom korena srednje kvadratne greške (RMSE) odredi međusobni uticaj parametara. To znači da što je vrednost RMSE-a manji to je međusobni uticaj posmatranih parametara jače izražen. Takođe je proveravanjem RMSE-a praćen „overfitting“ između podataka u fazi treniranja mreže i testiranih podataka. Ako vrednost RMSE-a postane previsok to upućuje da regresija podataka nije dobra.

Nakon završene analize dobiveni su sledeći rezultati (tabela 15).

Tabela 15. Rezultati ANFIS mreže koji se odnose na uticajne parametre

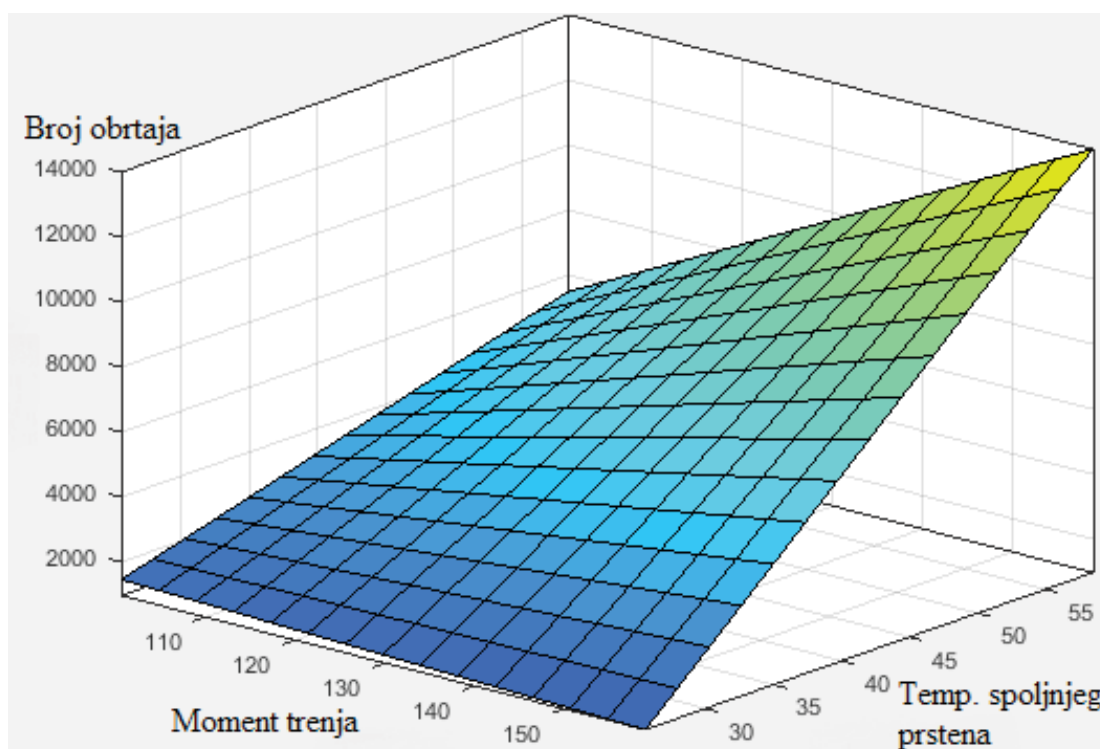
Parametar	Vrednosti nakon treniranja mreže	Testirana vrednost rezultata
Zaptivači	1925,2541	1893,2526
Moment trenja	1839,7293	1817,9710
Temperatura spoljnjeg prstena	943,1706	969,780

U nastavku će biti prikazani rezultati koji se odnose na kombinaciju uticajnih parametara (tabela 16).

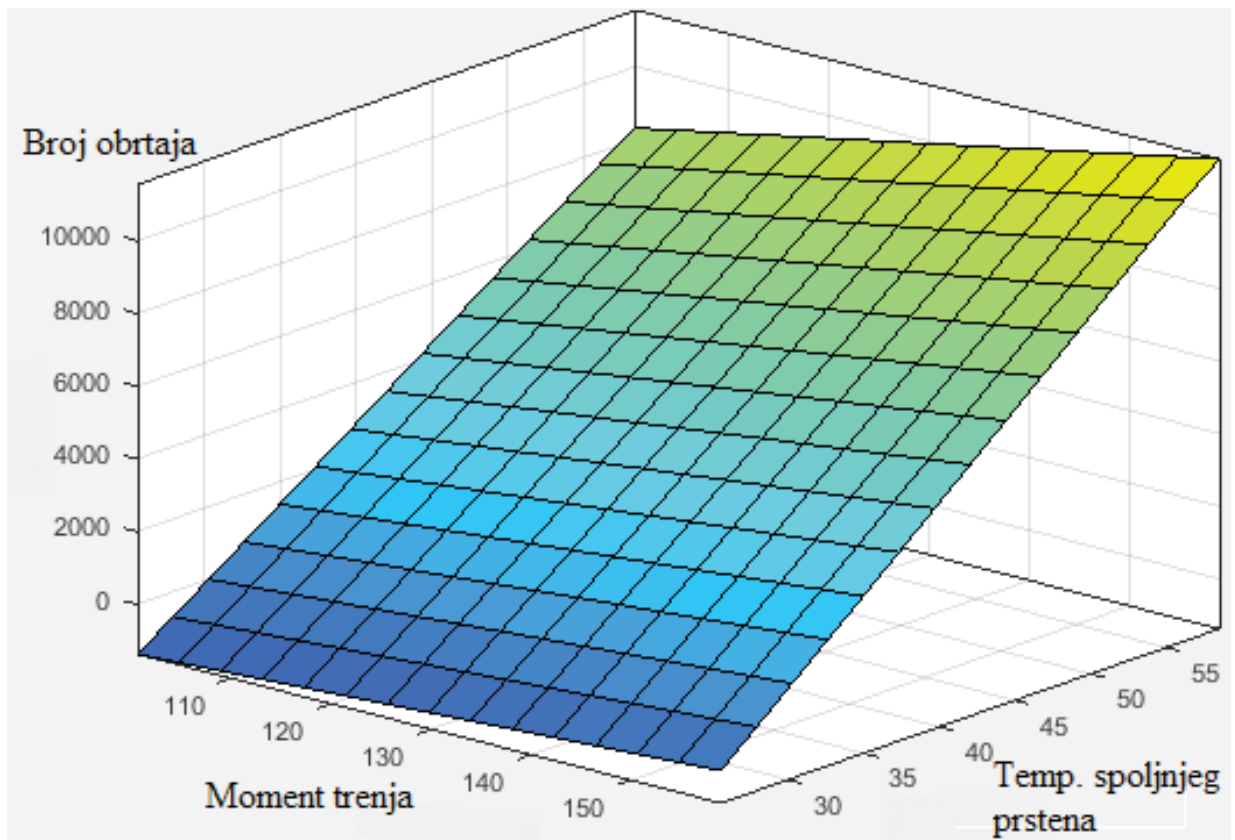
Tabela 16. Rezultati ANFIS mreže koji se odnose na kombinaciju uticajnih parametara

Parametar	Vrednosti nakon treniranja mreže	Testirana vrednost rezultata
Zaptivači i moment trenja	1790,9212	1777,6771
Zaptivači i temperatura spoljnjeg prstena	808,3712	837,8941
Moment trenja i temperatura spoljnjeg prstena	585,9940	625,4099

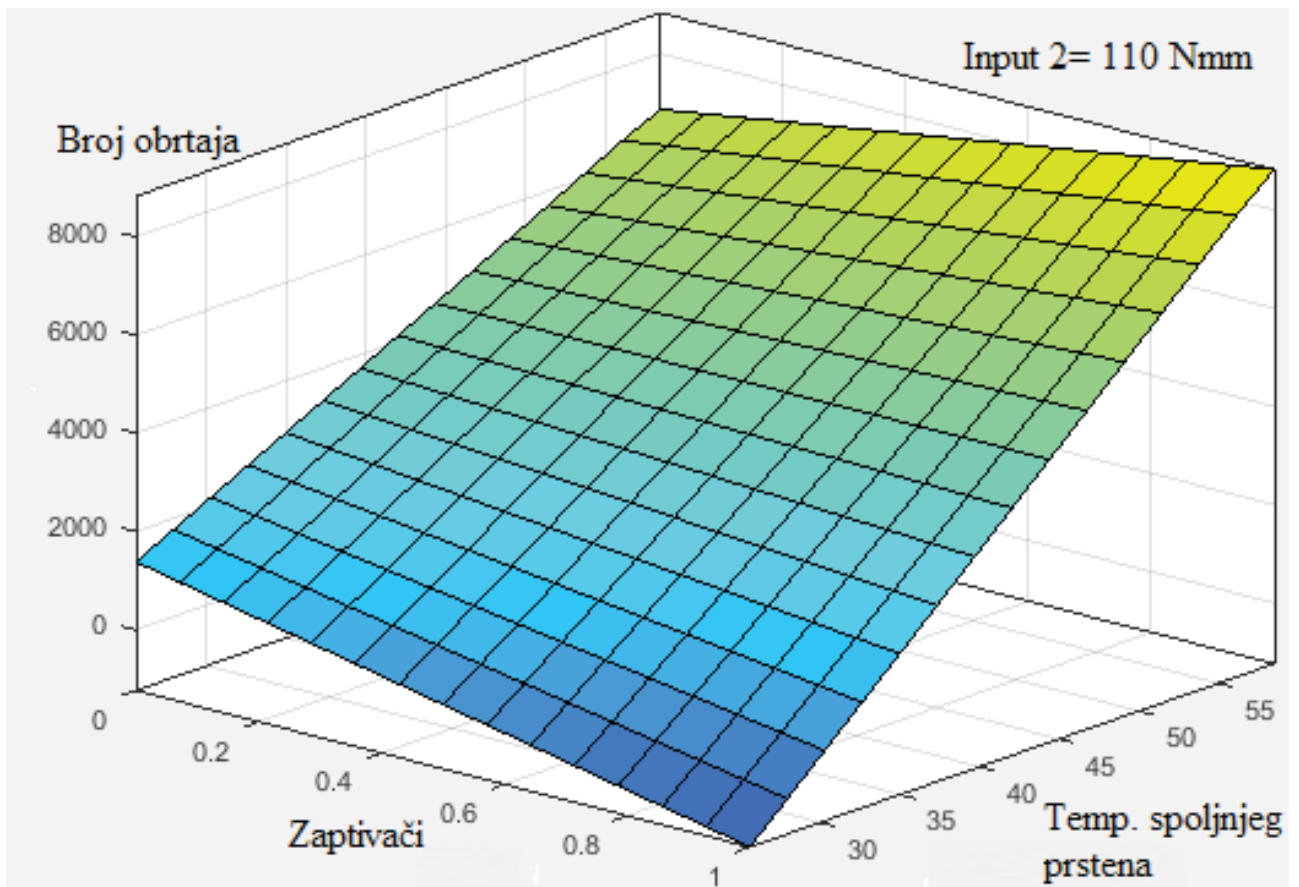
Radi lakšeg sagledavanja rezultata na slikama (slike 111 do 123) su dati 3-D dijagrami generisani iz programa Matlab u kome je i urađena kompletna analiza.



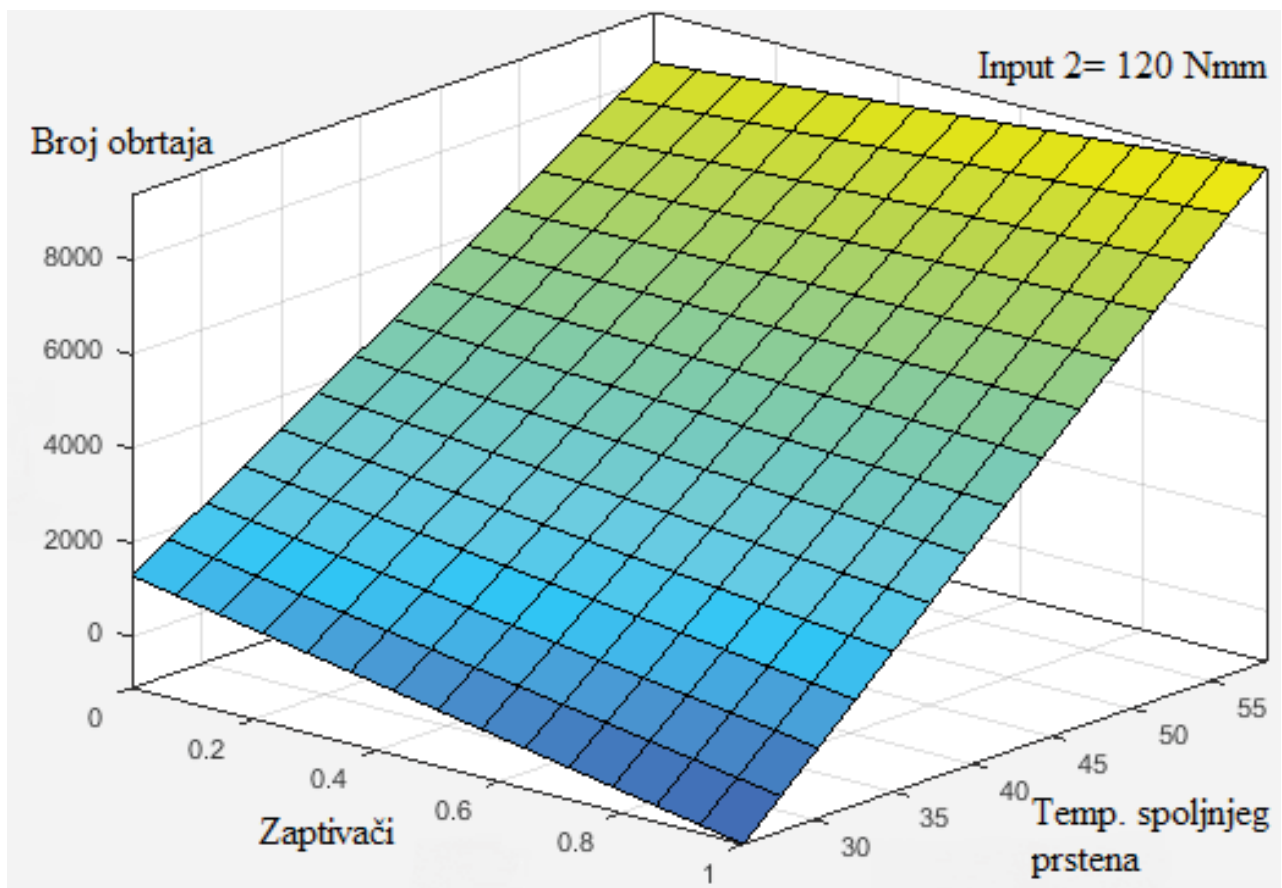
Slika 111. Dijagram funkcionalne zavisnosti za slučaj bez zaptivača (Input 1=0)



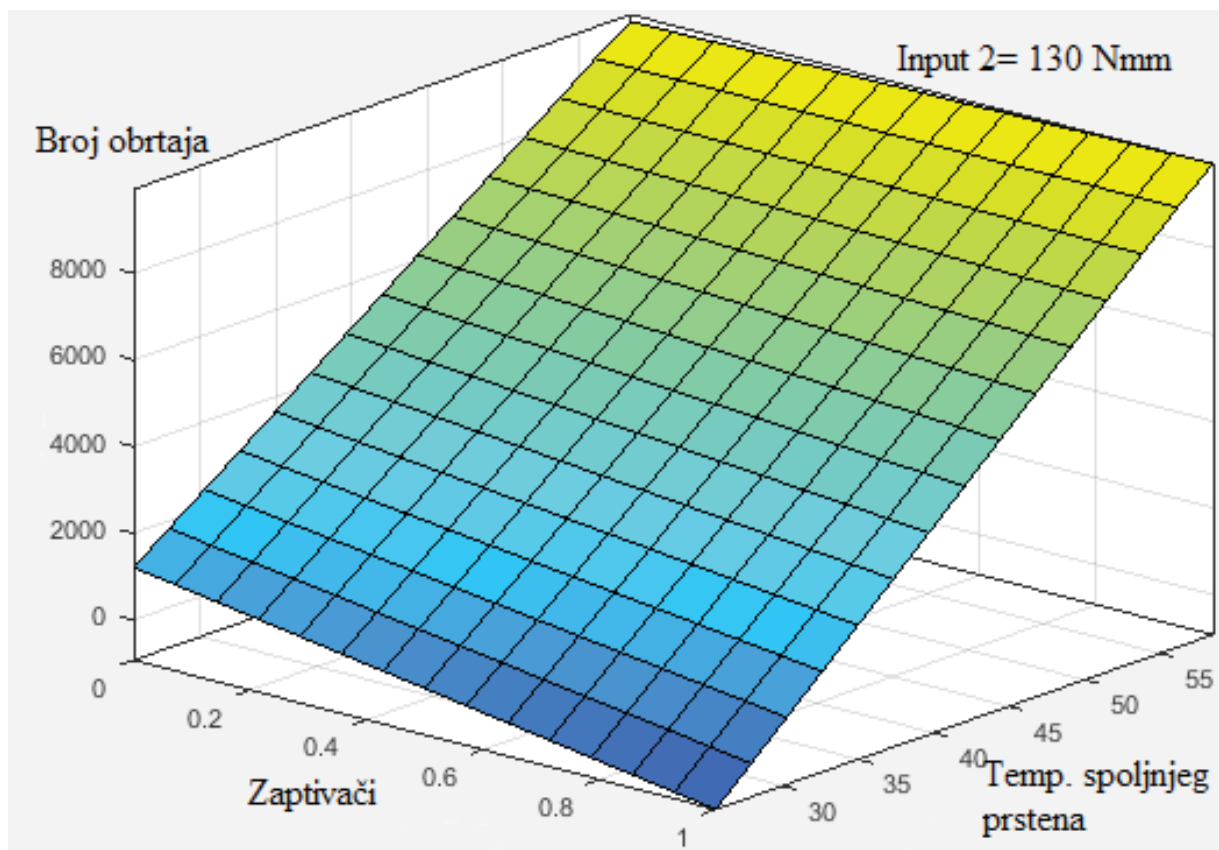
Slika 112. Dijagram funkcionalne zavisnosti za slučaj sa zaptivačima (Input 1=1)



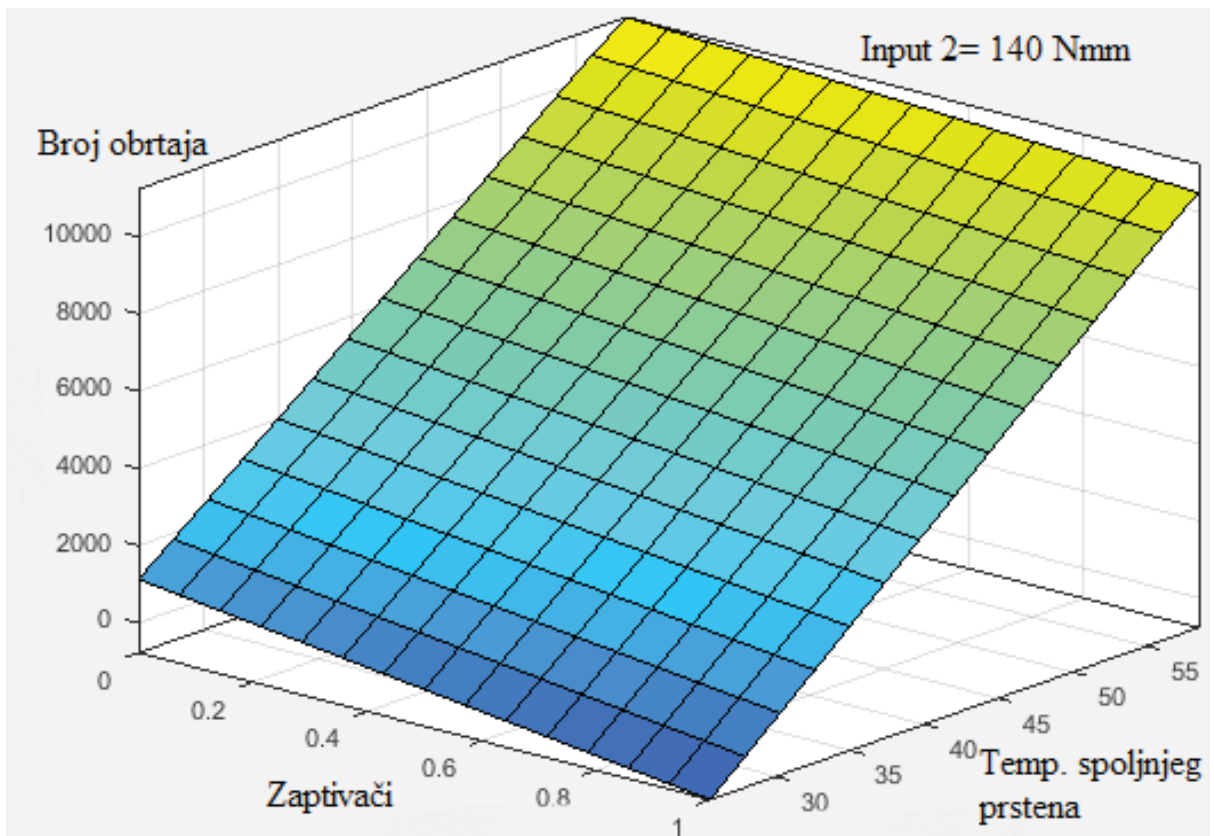
Slika 113. Dijagram funkcionalne zavisnosti za Input 2= 110 Nmm



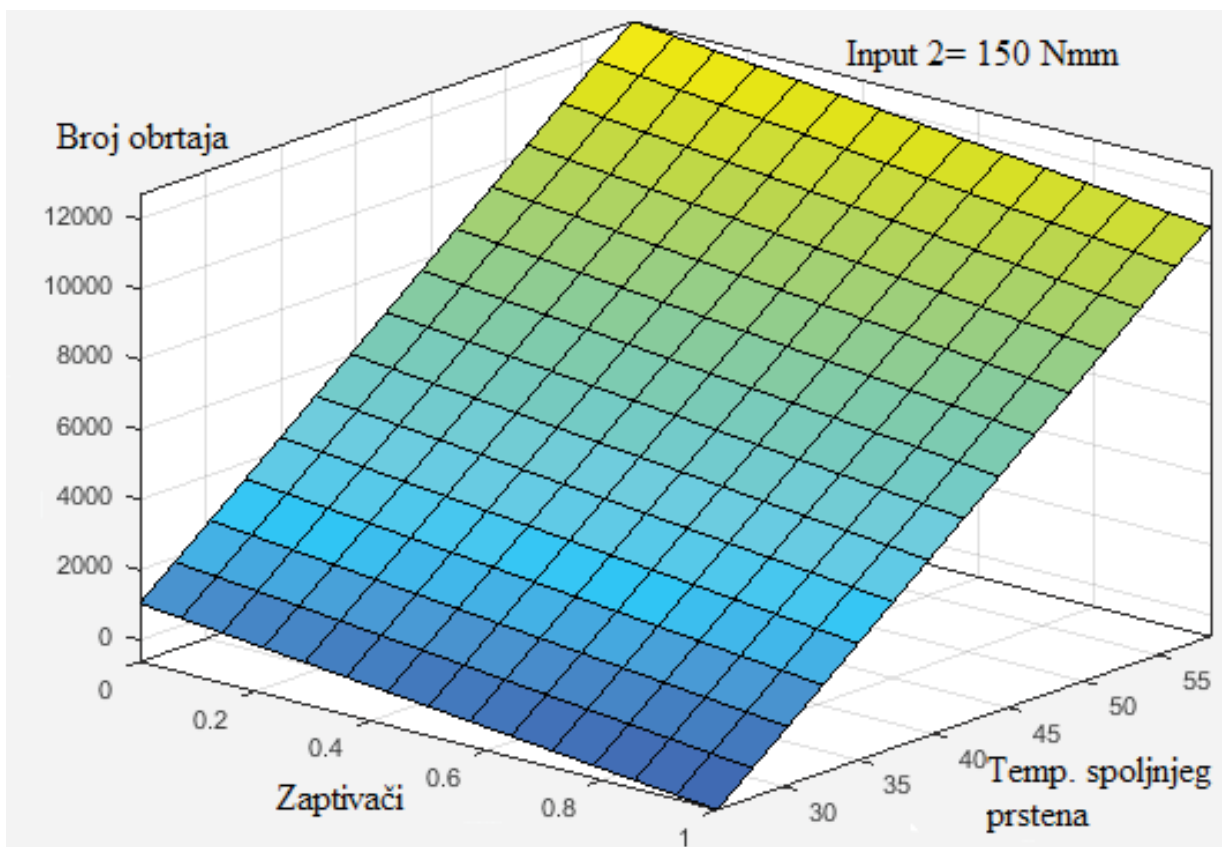
Slika 114. Dijagram funkcionalne zavisnosti za Input 2= 120 Nmm



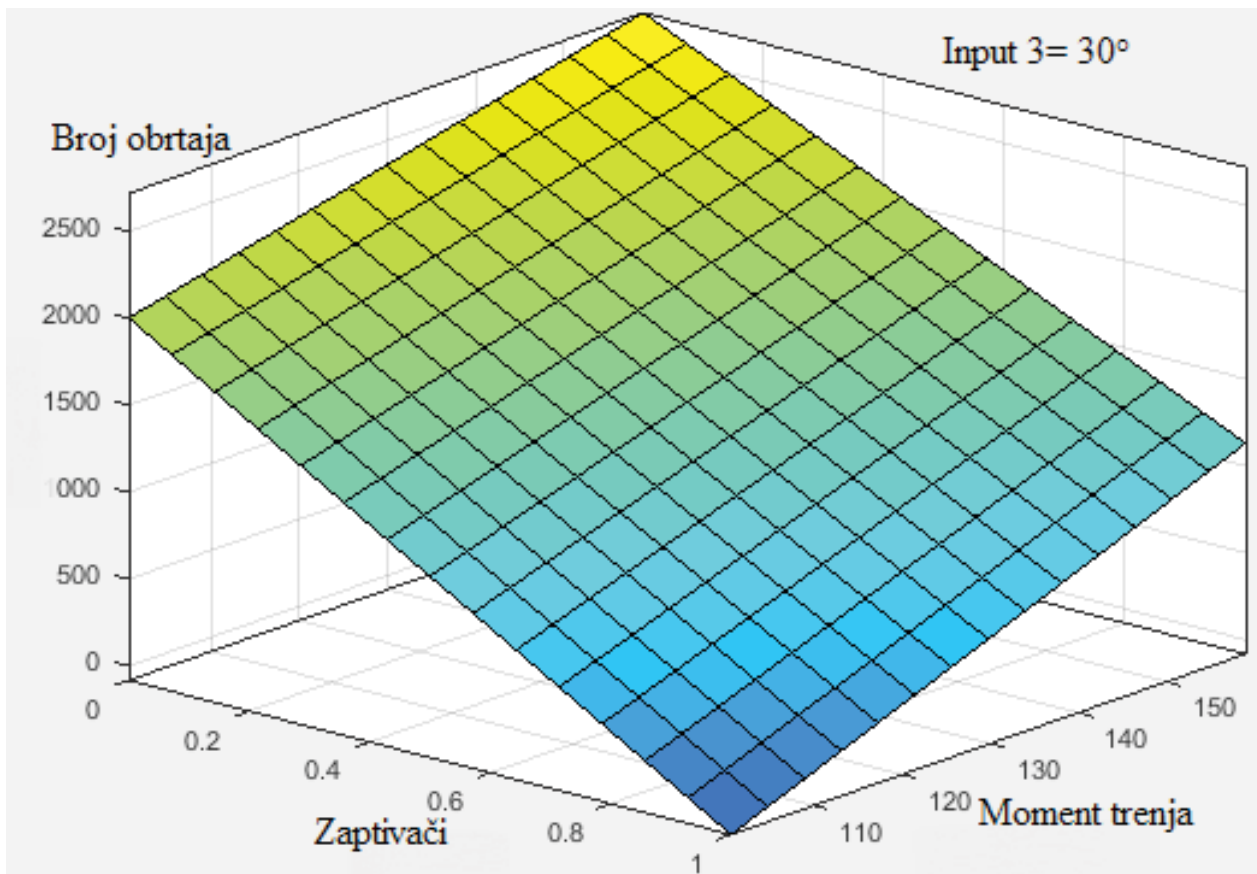
Slika 115. Dijagram funkcionalne zavisnosti za Input 2= 130 Nmm



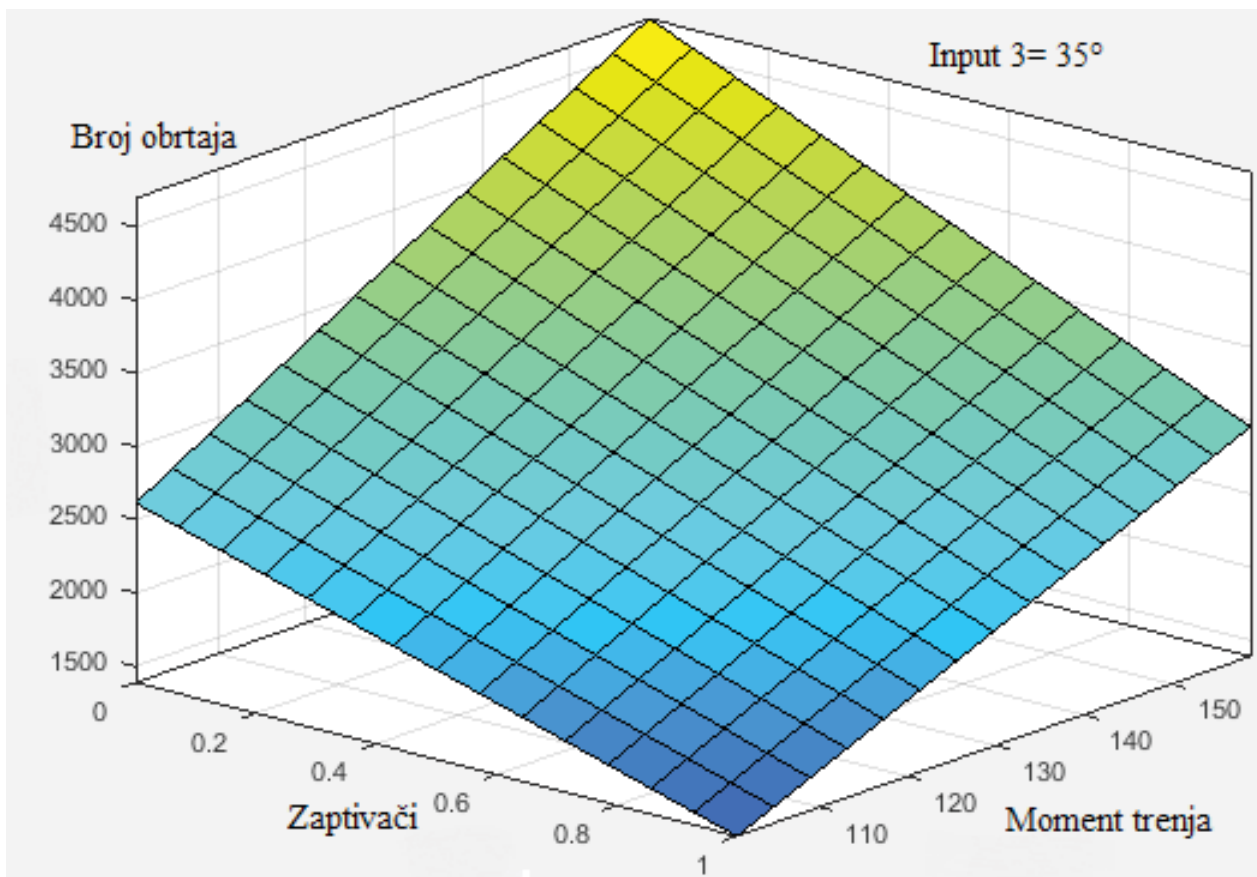
Slika 116. Dijagram funkcionalne zavisnosti za Input 2= 140 Nmm



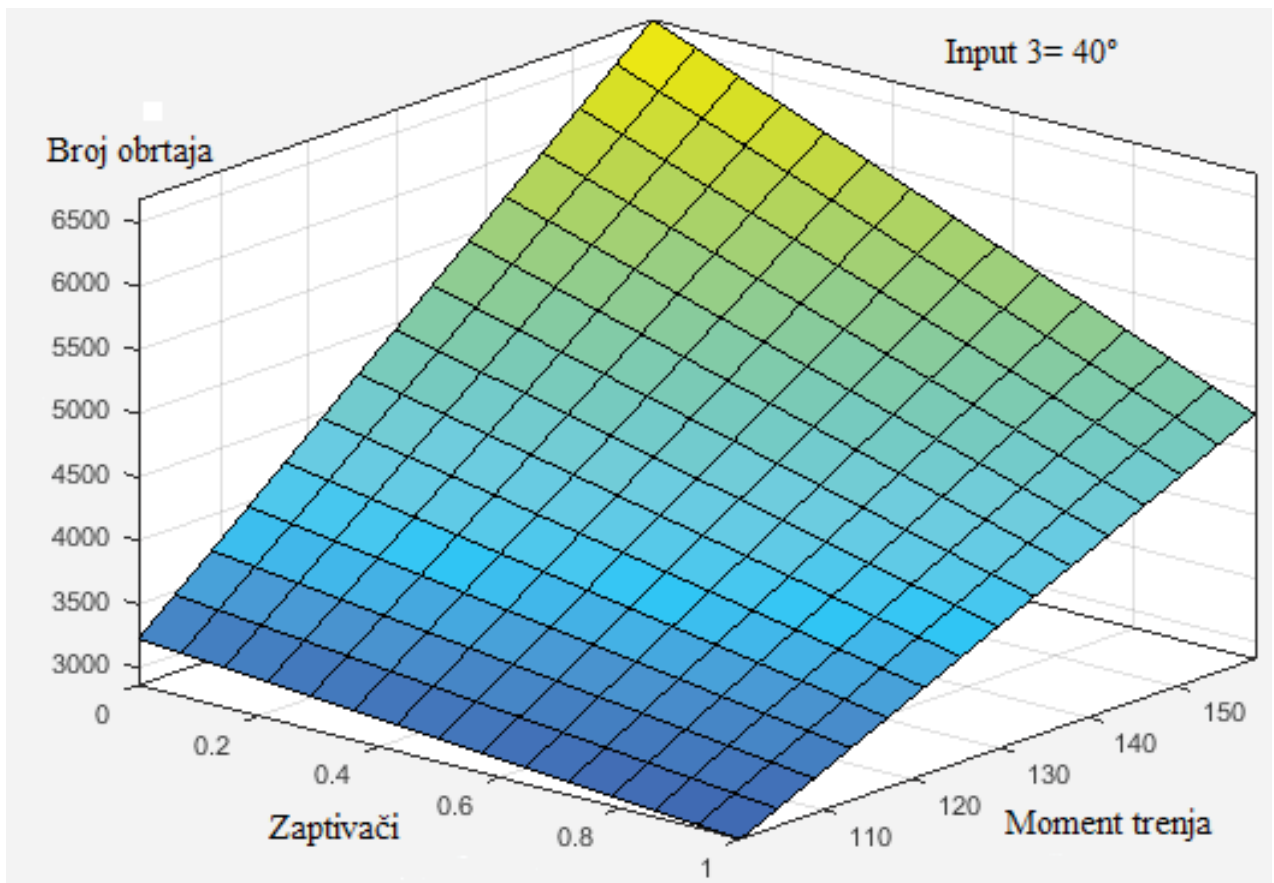
Slika 117. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 2= 150 Nmm



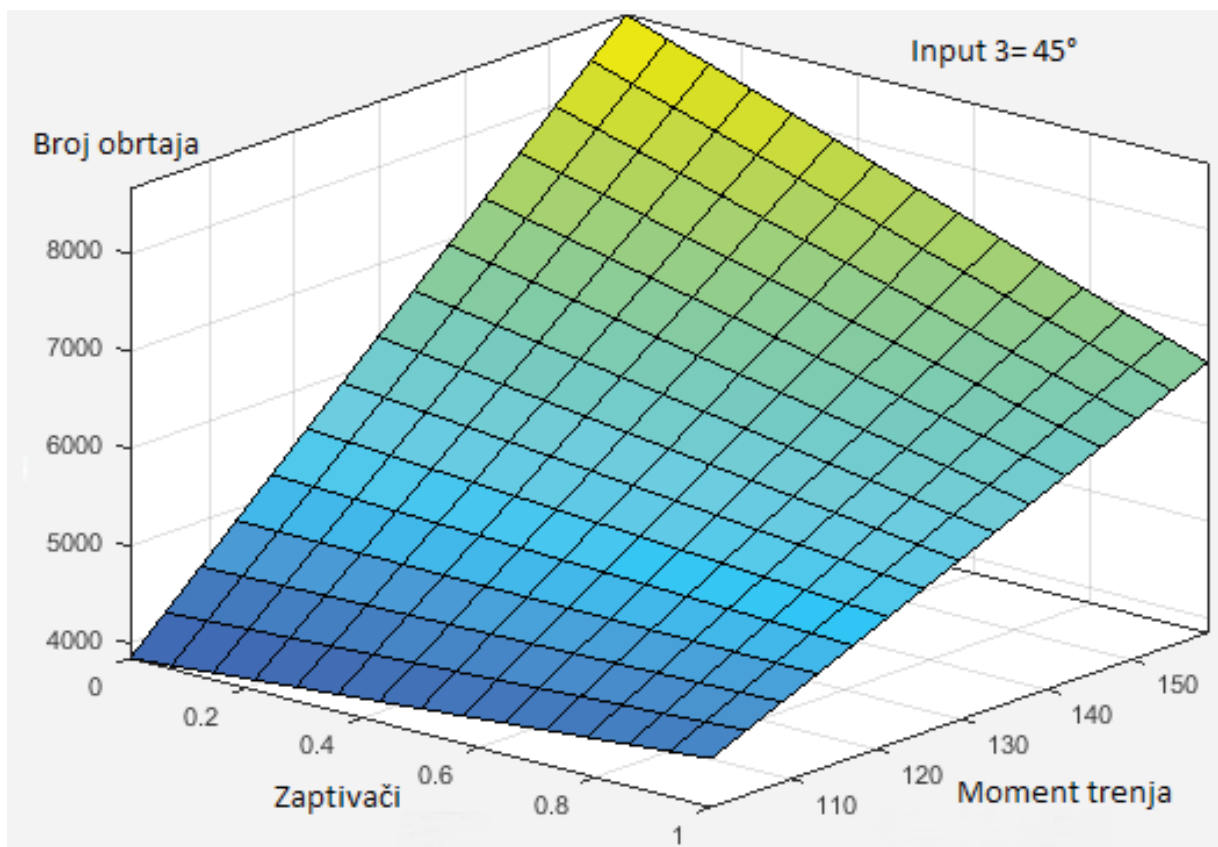
Slika 118. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 3= 30°



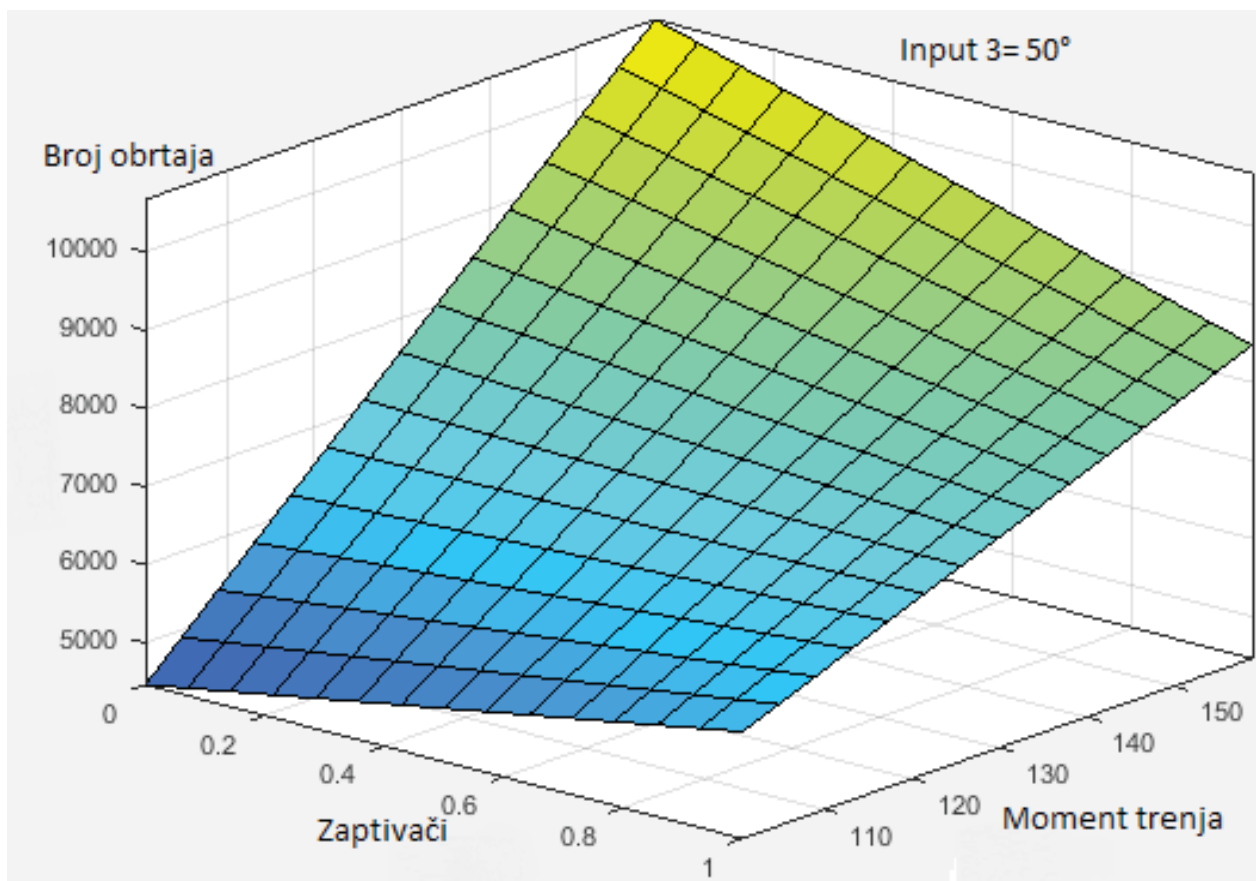
Slika 119. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 3= 35°



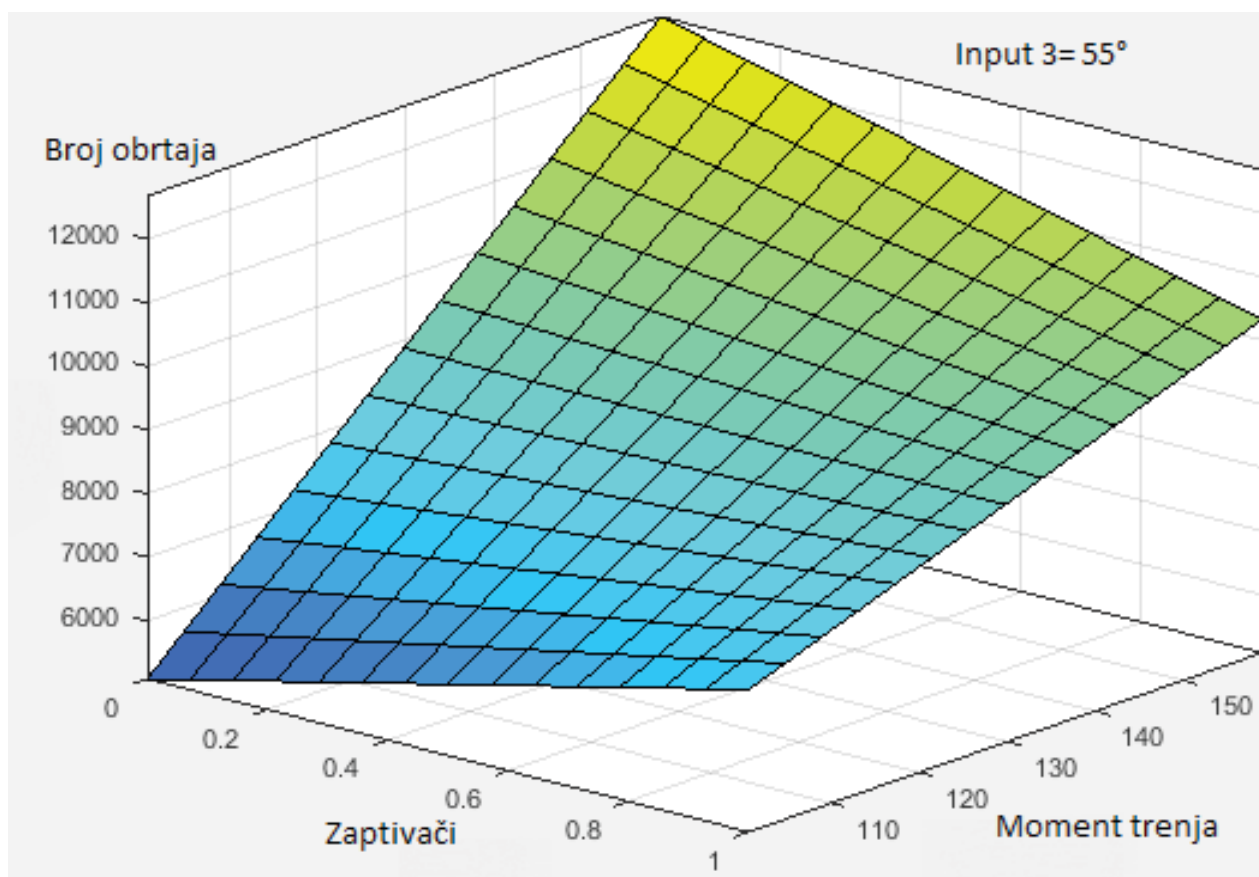
Slika 120. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 3= 40°



Slika 121. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 3= 45°



Slika 122. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 3= 50°



Slika 123. Dijagrami funkcionalne zavisnosti za Input 3= 55°

Diskusija dobijenih rezultata biće prikazana u devetom poglavlju u sklopu diskusije rezultata FEA analize.

9. Diskusija rezultata i zaključna razmatranja

Kao što je već prikazano u ovoj disertaciji, uležištenje navojnih vretena je jedan od najzahtevnijih zadataka u mašinstvu. Sa jedne strane od uležištenja se očekuje visoka tačnost vođenja pri velikom broju obrtaja, pri operativnom stanju celokupnog mašinskog sistema 24 časa najmanje pet dana u nedelji, dok sa druge strane stoje ograničavajući faktori samih mašinskih elemenata (konstrukcija, kinematika elementa, radni uslovi, itd.).

Na početku istraživanja je glavni zadatak bio iznalaženje prikladnog parametra, koji će po mogućstvu nositi što više informacija o posmatranom sistemu uležištenja. Otuda je za taj parametar proglašena temperatura koja u sebi nosi više informacija vezanih za proces koji se odigrava u uležištenju tokom rada sistema. Sa druge strane, temperatura je parametar koji se vrlo lako može pratiti pomoću dodatne opreme koja nije tako skupa i zahtevna, pa se sa time dolazi do permanentnog monitoringa sistema.

Temperatura tj. stvorena toplotna energija u uležištenju direktno zavisi od trenja koje je prisutno u ležaju. Ona se širi od staze kotrljanja kroz ležaj i dalje na kućište mašine i navojno vreteno. Pri većem broju obrtaja vretena, trenje u ležaju je veće pa je i veća količina stvorene toplotne energije. Pri tome dolazi i do termičkog opterećenja navojnog vretena. Inače glavni problem navojnih vretena je baš termičko opterećenje, koje dalje izaziva plastične deformacije vretena, što dalje vodi do „izobličavanja“ i time se javlja određena greška u vođenju koja direktno utiče na kvalitet krajnjeg proizvoda (videti poglavlje „Pregled stanja istraživanja i identifikacija područja istraživanja“).

Isto tako stvorena toplotna energija u sebi nosi informacije o konstrukciono- tribološkim parametrima u samom uležištenju. Iz tog razloga je i predmet ove disertacije istraživanje konstrukciono- triboloških parametara koji u osnovi najviše utiču na termičku stabilnost uležištenja, a sa tim i na kvalitet finalnog proizvoda.

Čitajući postojeću literaturu iz oblasti ležaja za uležištenje navojnih vretena, može se konstatovati, da su oni „skromno“ izučena oblast, koja se u principu svodi na navode koje daje sam proizvođač. Što se tiče termičke stabilnosti ove vrste ležaja, ni tu ne postoje neka obimnija istraživanja. Aktuelni standard DIN732, deo 1 i 2, je opšta norma za određivanje referentnog (graničnog termičkog) broja obrtaja, za većinu standardnih serija ležaja. Međutim, ležaji tipa ZKLF nisu poptuno definisani pomenutim standardom, jer u svojoj konstrukciji imaju znatne specifičnosti, koje pomenuta norma ne uzima u obzir, a od suštinskog su značaja za anлізу termičke stabilnosti ležaja (ugao dodira od 60° , dvodelni unutrašnji prsten, znatni prednapon u ležaju, zavrtnajska veza, precizna navrtka za prednaprezanje ležaja).

Iz tog razloga je standard DIN732, deo 1 i 2 iskorišćen samo u jednom malom delu, kao startni podatak za istraživanje, a u daljem radu su urađeni eksperimentalni deo kao i simulacija koji su upotpunili istraživanje i dali određene zaključke.

Urađeni eksperiment sa ležajima ZKLF2575-2Z i ZKLF50115-2Z je dao zavisnost ukupnog momenta trenja u ležaju od broja obrtaja (slika 54 i 55). Analizom dobijene zavisnosti uočava se određeno odstupanje u rezultatima, koje je proizvod uslova pod kojim je eksperiment rađen (ovde se pre svega misli na nepostojanje dodatne aksijalne sile od navrtke navojnog vretena kao i nepostojanje dodatne fiksacije ležaja za

kućište mašine). Međutim rezultati eksperimentalnog dela su pomogli u identifikaciji mogućih uticajnih parametara na termičku stabilnost ležaja.

Naime, analizom dobijene zavisnosti ukupnog momenta trenja i broja obrtaja dolazi se do zaključka da su raspodela masti u ležaju, efekat ubrzanje ležaja (prelazni režim) kao i dejstvo centrifugalne sile na kavez i kotrljajna tela (kuglice) glavni uticajni parametri pri analizi termičke stabilnosti ispitivanih ležaja.

Za određivanje dodatnih parametara potrebna je sveobuhvatna analiza u koju treba uključiti veliki broj eksperimenata radi određivanja količine masti za podmazivanje, koeficijenta koji zavisi od vrste ležaja i podmazivanja za referentne uslove, koeficijenta koji zavisi od vrste ležaja i opterećenja za referentne uslove, koeficijenta odnosa broja obrtaja, koeficijenta koji će uzeti u obzir mešovito trenje u ležaju pri ubrzavanju kao i koeficijenta koji će definisati dejstvo centrifugalne sile na kavez i kotrljajna tela.

Ovaj zaključak se logično nameće i analizom jednačine (106). Kao što je prikazano u pomenutoj jednačini se pojavljuju konstante „S“, „T“, i „Z“, koje predstavljaju funkcije određenih koeficijenata. Da bi se iz ove jednačine eksplicitno izrazio referentni termički broj obrtaja n_{0r} koji je kasnije potreban za određivanje konačnog broja obrtaja u odnosu na termičku stabilnost, neophodno je unapred znati sve potrebne koeficijente koji figurišu u gore navedenim konstantama. Na žalost, u ovom trenutku nivo tehničkog saznanja ne daje preporuku ili pak približne vrednosti ovih koeficijenata za posmatrani tip ležaja, te ostaje da se oni dobiju eksperimentalno. U matematičkom smislu jednačina (106) predstavlja kompleksnu iracionalnu jednačinu, koja se može rešiti numeričkom metodom, ali pod uslovom da se unapred zadaju vrednosti konstanti koje figurišu u jednačini. Pri tome treba naglasiti da će se dobiti samo približna rešenja koja će biti definisana početnim uslovima (kroz konstante), što dalje znači da ne postoji jedinstveno rešenje, već samo sukcesivna rešenja za svaki dati slučaj posebno.

U završnom delu istraživanja je urađena termička simulacija za konkretan slučaj radijalno i aksijlno ugrađenog ležaja. Pri tome su urađene i dodatne varijacije na modelima, kako bi se dobila kompletnija slika ponašanja konkretne ugradbene situacije.

Analiziranjem dobijenih rezultata može se zaključiti sledeće. Dobijene temperature na spoljnjem prstenu za oba slučaja montaže se razlikuju neznatno $\Delta T < 3^\circ\text{C}$, što je tehnički prihvatljivo za dalju analizu. Isto tako su dodatne varijacije pokazale da je odnos krajnjih temperatura nadalje nezavistan od vrste materijala kućišta (čelik, aluminijum, sivi liv EN-GJL 250 (GG25), mineralni liv).

Značajna razlika koja se javila u simulaciji je vezana za toplotni bilans (slika 74 i 91). Naime, u slučaju ležaja tipa ZKLN (radijalni slučaj ugradnje), ukupna toplotna energija u sistemu se prenosi oko 25% preko kućišta, spoljnog prstena i poklopca sa strane ležaja, a oko 75% preko navojnog vretena, pripadajuće navrtke i unutrašnjeg prstena. U slučaju ležaja tipa ZKLF (aksijalni slučaj ugradnje), oko 35% ukupno razvijene toplotne energije se prenosi preko kućišta, vijčane veze i spoljnog prstena, dok će oko 65% biti preneto preko navojnog vretena, pripadajuće navrtke i unutrašnjeg prstena. Odgovarajući toplotni bilansi a sa njima i odgovarajuća temperaturna polja daju jako bitan zaključak, koji se dalje može koristiti kao smernica još u fazi projektovanja uležištenja.

Analizom dobijenih temperaturnih polja se može zaključiti da je glavni uticajni faktor u termičkoj analizi ispitanih modela referentna površina preko koje se vrši prenos stvorene toplotne energije. To je ujedno i glavni uzrok nastale razlike dobijenih temperaturnih polja. Iz ovoga se dalje može zaključiti da će termičko opterećenje uležištenja navojnog vretena zavisiti od vrste i veličine ležaja, kao i od veličine površine za pritezanje.

Treba napomenuti da temperaturna polja u posmatranoj simulaciji treba shvatiti kvalitativno.

9.1 Diskusija dobijene funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara

Sagledavanjem dobijene funkcionalne zavisnosti uticajnih parametara može se izvesti sledeći zaključak. Najmanju grešku pri treniranju mreže je imala temperatura spoljnog prstena ležaja. Na osnovu toga se može zaključiti da je ona najuticajniji parametar gledano pojedinačno. Isto tako najveću grešku u treniranju mreže su imali zaptivači pa se izvodi zaključak da je trenje koje se javlja na zaptivačima a pod napred definisanim uslovima ispitivanja imalo najmanji uticaj na termičku stabilnost ležaja. U toku analize nije došlo do „overfitting“-a.

Sagledavanjem dobijene funkcionalne zavisnosti kombinovanih parametara može se izvesti sledeći zaključak. Kombinacija momenta trenja i temperature spoljnog prstena je imala najmanju grešku u fazi treniranja mreže pa se zbog toga ona izdvaja kao najuticajnija kombinacija parametara na termičku stabilnost ležaja, a zajedno sa brojem obrtaja. Ovaj zaključak potvrđuje i teroijsku postavku o termičkoj stabilnosti ležaja. Naime glavni faktori pri termičkom opterećenju ležaju su brojevi obrtaja i moment trenja. Temperatura spoljnog prstena je takođe jedan od faktora koji figuriše u termičkoj analizi ležaja. Naime preko nje se definiše temperatura uravnoteženja koja je glavni referentni uslov za primenu toplotnog bilansa na lažaj, pa se iz tog razloga i u ovoj analizi istakla kao jedan od uticajnih faktora.

Iz dosadašnjeg izlaganja se može zaključiti da je termička analiza uležištenja navojnog vretena jako kompleksna, i da zahteva multidisciplinarni pristup. Trenutna saznanja u ovoj oblasti su još uvek skromna, tako da ne daju mogućnost definisanja jednog unificiranog modela za termičku analizu. Zbog toga u praksi treba svaki slučaj posmatrati posebno. U osnovi akcenat treba staviti na referentnu površinu preko koje će se vršiti prenos toplotne energije. Preporučljivo je da se konkretni slučaj ugradnje podvrgne FEA- analizi sa ciljem što približnijeg opisa radnih uslova i dobijanja što tačnijeg temperaturnog polja koje će definisati i termičko opterećenje datog uležištenja.

Nuačni doprinos ove doktorske disertacije ogleda se u sledećem:

- Identifikacija dominantnih konstrukcion-triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom za uležištenje navojnih vretena sa aspekta optimalne funkcije.
- Eksperimentalno istraživanje triboloških karakteristika aksijalnih kugličnih ležaja tipa ZKLF (broja obrtaja, temperature spoljnog prstena, temperature okruženja, sile trenja tj. momenta trenja i aksijalne sile prednaprezanja).
- Proširenju postojećeg matematičkog modela za analizu ponašanja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom (ono je predstavljeno u termičkoj analizi ove disertacije a ogleda se u uvođenju zavrtanjske veze i precizne navrtke za prednaprezanje ležaja u samu analizu temperaturnog polja odnosno termičkog opterećenja uležištenja).
- Termička analiza sistema uležištenja (sistem “vreteno- ležaj- kućište za koje je ležaj dodatno pričvršćen- zavrtanjska veza- precizna navrtka za pritezanje”). Ovaj numerički model daje osnovu za određivanje greničnog termičkog broja obrtaja za konkretan slučaj ugradnje.
- Razvijen ANFIS model adaptivne fuzzy- neuro mreže za utvrđivanje analitičke zavisnosti eksperimentalnih parametara ispitivanja aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom za uležištenje navojnih vretena.
- Određivanje funkcionalne zavisnosti dominantnih konstrukciono- triboloških parametara aksijalnih kugličnih ležaja sa kosim dodirom .

Završna razmatranja ove disertacije iniciraju potencijalne dalje korake tj. istraživanja koja se odnose na:

- Formiranje modela i termička analiza aksijalnih cilindrično valjčanih/ igličastih ležaja za uležištenje navojnih vretena (npr. serija ZARF, ZARN proizvođača INA).

- Dodatna ekperimentalna istraživanja svih aksijalnih ležaja za uležištenje navojnih vretena sa ciljem dobijanja krivih raspodele koje bi pomogle u određivanju potrebnih koeficijenata za određivanje termičkih referentnih brojeva obrtaja (koeficijenti odnosa broja obrtaja, koeficijenti koji su zavisni i nezavisni od opterećenja za ovu vrstu ležaja i ugao dodira kotrljajnog tela i staze kotrljanja od 60° , koeficijenti koji bi opisali prelazni režim kod ove grupe ležaja itd.) čime bi se postojeći standard DIN 732 proširio i dopunio u domenu aksijalnih ležaja sa kosim dodirom namenjenih za uležištenje navojnih vretena.

Na kraju treba podvući da je termički granični broj obrtaja jako bitan parametar pri analizi ležajeva kod kojih je izraženo tempereturno opterećenje. Međutim i u tim slučajevima se ne smeju zanemariti kinematske performanse ležaja za date uslove rada, pošto ležaj za date uslove rada može dostići granični termički broj obrtaja ali da pri tome dođe do narušavanja kinematike ležaja.

Literatura

- [1] Mahmmod , A., M., 2011, *The effect of the heat generated by friction in the ball- screw-nut system on the precision of high speed machine*, Journal Al-Taqani, 24(6), pp. 112-123.
- [2] Zahedi, A., Movahhedy, M.R., 2012, *Thermo-mechanical modeling of high speed spindles*, Scientia Iranica, 19(2), pp. 282–293.
- [3] Xiaolei, D., Jianzhong, F., Yuwen, Z., 2015, *A predictive model for temperature rise of spindle–bearing integrated system*, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 137(2), pp.1-10.
- [4] Yoshida, T., Tozaki, Y., Omokawa, H., Hamanaka, K., 2001, *Tribological technology. Three-dimensional ball motion in angular contact ball bearing for high-speed machine tool spindle*, J-GLOBAL, 38(6), pp.304-307.
- [5] Xiao, S., Guo, J., Zhang, B., 2006, *Research on the motorized spindle’s thermal properties based on thermo-mechanical coupling analysis*, Technology and Innovation Conference, ITIC, Hangzhou, China, pp. 1479 – 1483.
- [6] Yang, L., Wanhua, Z., 2012, *Axial thermal error compensation method for the spindle of a precision horizontal machining*, International conference Mechatronics and Automation, ICMA, pp. 2319 – 2323.
- [7] Wang, B., Mei, X., Hu, C., Wu, Z., 2010, *Effect of inner ring centrifugal displacement on the dynamic characteristics of high-speed angular contact ball bearing*, International conference Mechatronics and automation, ICMA, pp. 951 – 956.
- [8] Morita, Y., 2002, *High speed and high precision enhancement technology of the bearing for the main spindle of machine tool*, Journal Science of machine, F0147A, 54(9), pp. 935-940.
- [9] Oura, Y., Katsuno, Y., Sugita, S., 1999, *Robust series high-speed precision angular contact ball bearings for machine tool spindles*, Journal NSK Tech J, S0469A, 668; pp. 20-28.
- [10] Teng Hu, Guofu Yin, Congying Deng (2014.) *Approach to Study Bearing Thermal Preload Based on the Thermo- Mechanical Information Interaction Net*, International Journal of Control and Automation Vol.7, No.7 (2014), pp. 299-312
- [11] Syath Abuthakeer. S, Mohanram P.V, Mohan Kumar G (2011.) *Dynamic and thermal analysis of high speed motorized spindle*, International Journal of applied engineering research, Dindigul Volume 1, No 4, 2011, ISSN- 0976-4259, pp. 864- 882
- [12] Chi-Wei Lin, Yang-Kuei Lin, Chih-Hsing Chu (2013.) *Dynamic Models and Design of Spindle-Bearing Systems of Machine Tools: A Review*, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing Vol. 14, No. 3, pp. 513-521

- [13] Teng Hu, Guofu Yin, Mingnan Sun (2014.) *Model Based Research of Dynamic Performance of Shaft-Bearing System in High-Speed Field*, Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration Volume 2014, Article ID 478270
- [14] Emil Udup, Claudiu-Florinel Bisu, Miron Zapciu *Numerical Model for Thermo-Mechanical Spindle Behavior*, Advances in Production, Automation and Transportation Systems, ISBN: 978-1-61804-193-7, pp. 259- 264
- [15] P. Kolar, T. Holkup (2010.) *Prediction of machine tool spindle's dynamics based on a thermo-mechanical model*, MM Science Journal, pp. 166-170
- [16] HEIDENHAIN (2006.) *Genauigkeit von Vorschubachsen*
- [17] Schaeffler Technologies AG & Co. KG (2016.) *Lager für Gewindetribe*Katalog TPI 123 D-D
- [18] Schaeffler Gruppe Industrie (2009) *Lager für Gewindetribe*, Katalog TPI 123D-D: Schaeffler Gruppe
- [19] Brändlein- Eschmann- Hasbargen-Weigand (1998) *Die Wälzlagerpraxis*, ISBN 3-7830-0290-7, Schweinfurt: Herausgegeben in Zusammenarbeit mit FAG Kugelfischer, pp.210-234
- [20] Aleksandar Živković, Milan Zeljković, Slobodan Tabaković (2013.) *Programsko rešenje za analizu ponašanja kugličnih ležaja*, Univerzitet u Novom Sadu Fakultet tehničkih nauka
- [21] Zverv, I., Eun, I.U., Chung, W.J., Lee, C.M: *Simulation of Spindle Units Running on Rolling Bearings*, Int J Adv Manuf Technol (2003) 21:889–895
- [22] Arumugam, P., Swarnamani, S., Prabhu, B. S.: *An Experimental Investigation on the Static and Dynamic Characteristics of Journal Bearings Under the Influence of Twisting Misalignment*, ASME Journal of Tribology, Vol. 119, No. 1, Pages.188–192, 1997
- [23] Zverv, I., Pyoun, Y.S., Lee, B. K., Kim, J. D., Jo, I., Combs, A.: *An elastic deformation model of high speed spindles built into ball bearings*, Journal of Materials Processing Technology, ISSN 0924- 0136, 2005, Vol. 170, Pages 570-578.
- [24] Harris, T.A.: *Rolling bearing analysis*, Fourth edit ion, John Wiley & Sons, Inc, 2001, ISBN: 0-471-35457-0.
- [25] Harris, T.A., Michael N. K.: *Rolling bearing analysis: Essential Concepts of Bearing Technology*, Fifth edition, Taylor & Francis Group, 2007, ISBN:0-8493-7183-X
- [26] O'Brien, M.J., Presser, N., Robinson, E.Y.: *Failure analysis of three Si3N4 balls used in hybrid bearings*, Engineering Failure Analysis, ISSN 1350-6 307, 2003, Vol. 10, Pages 453– 473.
- [27] Zaretsky, E. V., Vlcek, B. L., Hendricks, R.C.: *Effect of Silicon Nitride Balls and Rollers on Rolling Bearing Life*, NASA/TM—2005-213061, Glenn Research Center, 2005

- [28] Zverv, I., Pyoun, Y.S., Lee, B. K., Kim, J. D., Jo, I., Combs, A.: *An elastic deformation model of high speed spindles built into ball bearings*, Journal of Materials Processing Technology, ISSN 0924- 0136, 2005, Vol. 170, Pages 570-578.
- [29] Harris, T.A., Michael N. K.: *Rolling bearing analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology*, Fifth edition, Taylor & Francis Group, ISBN: 0-8493 -7182-X, 2007.
- [30] Harris, T.A., Michael N. K.: *Rolling bearing analysis: Essential Concepts of Bearing Technology*, Fifth edition, Taylor & Francis Group, 2007, ISBN: 0-8493-7183-X.
- [31] Jones, A.B.: *A general theory of elastically constrained ball and radial roller bearings under arbitrary load and speed conditions*. ASME J Basic Eng., 1960, Vol. 82, Pages 309–320.
- [32] Harris, T.A., Michael N. K.: *Rolling bearing analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology*, Fifth edition, Taylor & Francis Group, ISBN: 0-8493-7182-X, 2007.
- [33] Houpert, L.: *A Uniform Analytical Approach for Ball and Roller Bearing*, Proc. At the STLE/ ASME Tribology Conf., San Francisco, ASME J. Tribol., 119, 1997, pp. 851–857
- [34] Houpert, L.: *An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity - Part I*, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, ISSN:0742-4787, 2001, Vol. 123, Pages 582-588.
- [35] Tung, L., N., Lin, J., F.: *Ball bearing skidding under radial and axial loads*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 37, ISSN 0094-114X, 2002, Pages 91-113
- [36] Antoine, J-F., Visa, C., Sauvey, C.: *Approximate Analytical Model for Hertzian Elliptical Contact Problems*, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, Vol. 128, ISSN: 0742-4787, 2006, Pages 660-664
- [37] Crawford, R. M., Long, T.: *Ball Bearing Dynamic Analysis Using Computer Methods - Part I: Analysis*, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, Vol. 118, ISSN:0742-4787, 1996, Pages 52-58.
- [38] Bourdon, A., Rigal, J. Play, F., D.: *Static Rolling Bearing Models in a CAD. Environment for the Study of Complex Mechanisms: Part I - Rolling Bearing Model*, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, Vol. 121, ISSN:0742-4787, 1999, Pages 205-214.
- [39] Lin, C.-M.: *Analysis for the Stiffness of Ball Bearings*, Master's thesis, Chung Yuan Christian University Department of Mechanical Engineering, 2002.
- [40] Antoine, J -F., Abba, G., Molinari, A.: *A New Proposal for Explicit Angle Calculation in Angular Contact Ball Bearing*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, Vol. 128, ISSN:1050-0472, 2006, Pages 468-478.
- [41] Tamura, H., Tsuda, Y.: *On the static running accuracy of ball bearings*, Bulletin of the JSME 28, 1240-1246, 1985.

- [42] Gargiulo, E. P.: *A simple way to estimate bearing stiffness*, Machine Design 52, 1980, Pages 107-110
- [43] Kang, Y., Shen, P.-C., Huang, C.-C., Shyr, S.-S., Chang, Y.-P.: *A modification of the Jones–Harris method for deep-groove ball bearings*, Tribology International, Vol. 39, ISSN: 301-679X, 2006, Pages 1413–1420.
- [44] Bourdon, A., Rigal, J. Play, F. D.: *Static Rolling Bearing Models in a CAD. Environment for the Study of Complex Mechanisms: Part II - Complete Assembly Model*, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, Vol. 121, ISSN:0742-4787, 1999, Pages 215-223.
- [45] Bossmanns, B.: *Thermo-mechanical modeling of motorized spindle systems for high speed milling*, Ph.D. Dissertation, Purdue University, 1997.
- [46] Bossmanns, B., Jay, F. T.: *A thermal model for highspeed motorized spindles*, International Journal of Machine Tools & Manufacture, ISSN 0890-6955, Vol. 39, 1999, Pages 1345–1366.
- [47] Chi, W. L., Jay, F. T., Kamman, J.: *An integrated thermo-mechanical-dynamic model to characterize motorized machine tool spindles during very high speed rotation*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Machine Engineering, ISSN 08 90-6955, 2003, Vol. 43, Pages 1035–1050.
- [48] Jedrzejewski, J., Kowal, Z., Kwasny, W., Modrzycki W.: *High-speed precise machine tools spindle units improving*, Journal of Materials Processing Technology, ISSN 0036-8792, 2005, Vol 162–163, Pages 615–621.
- [49] Jedrzejewski, J.: *Effect of the thermal contact resistance on thermal behaviour of the spindle radial bearings*, International Journal of Machine Tools & Manufacture, ISSN 0890-6955, 1988, Vol. 28, Pages 409-416.
- [50] Kim, S. M., Sun, K. L.: *Prediction of thermo-elastic behavior in a spindle bearing system considering bearing surroundings*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, ISSN 0890-6955, 2001, Vol. 41, Pages 809–831.
- [51] Min, X., Shuyun, J., Ying, C.: *An improved thermal model for machine tool bearings*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, ISSN 0890 -6955, 2007, Vol. 47, Pages 53-62
- [52] Sun, M. K., Kang, J. L., Sun, K. L.: *Effect of bearing support structure on the high-speed spindle bearing compliance*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, ISSN 0890-6955, 2002, Vol. 42, Pages 365–373
- [53] Nataraj, C., Harsha, S.P.: *The effect of bearing cage run-out on the nonlinear dynamics of a rotating shaft*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 13, ISSN: 1007-5704 Issue 4, 2008, Pages 822-838.

- [54] Harsha, S. P.: *Nonlinear dynamic analysis of rolling element bearings due to cage run-out and number of balls*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 289, ISSN: 0022-460X, 2006, Pages 360–381.
- [55] Harsha, S.P.: *Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 41, ISSN: 0094-114X, 2006, Pages 688–706.
- [56] Upadhyay, S. H., Harsha, S. P., Jain, S. C.: *Analysis of Nonlinear Phenomena in High Speed Ball Bearings due to Radial Clearance and Unbalanced Rot or Effects*, Journal of Vibration and Control, Vol. 16 (1), Pages 65–88, 2010.
- [57] Lioulios, A.N., Antoniadis, I.A.: *Effect of rotational speed fluctuations on the dynamic behaviour of rolling element bearings with radial clearances*, International Journal of Mechanical Sciences, ISSN 0020-7403 2006, Vol. 48, Pages 809–829.
- [58] Villa, C. J., Sinou, J., Thouverez, F.: *Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 13, ISSN: 1007-5704, 2008, Pages 804–821.
- [59] Čermelj, P., Boltmar, M.: *An indirect approach to investigating the dynamics of a structure containing ball bearings*, Journal of Sound and Vibration Vol 276, ISSN: 0022-460X, 2004, Pages 401-417.
- [60] Crawford, R. M., Long, T.: *Ball Bearing Dynamic Analysis Using Computer Methods- Part I: Analysis*, Journal of Tribology, Transactions of the ASME, Vol. 118, ISSN: 0742-4787, 1996, Pages 52-58.
- [61] Choudhury, A., Tandon, N. A: *Theoretical model to predict vibration response of rolling bearings to distributed defects under radial load*, ASME Journal of Vibration and Acoustics 120, 1998, Pages 214–220.
- [62] Meyer, L.D., Ahlgran, F.F., Weichbrodt, B.: *An analytical model for ball bearing vibrations to predict vibration response to distributed defects*, ASME Journal of Mechanical Design, 1980, Vol. 102, Pages 205–210.
- [63] Jang, G.H., Jeong, S.W.: *Analysis of a ball bearing with waviness considering the centrifugal force and gyroscopic moment of the ball*. ASME J. Tribol., 2003, Vol 125, Pages 487–498
- [64] Jang, G. H., Jeong, S.-W.: *Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness*, Journal of Sound and Vibration, ISSN: 0022-460X, 2004, Vol. 269, Pages 709-726.
- [65] Harsha, S. P., Kankar, P.K.: *Stability analysis of a rotor bearing system due to surface waviness and number of balls*, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.46, ISSN: 020-7403, 2004, Pages 1057–1081.

- [66] Harsha, S. P., Sandeep, K., Prakash, R.: *Nonlinear dynamic behaviors of rolling element bearings due to surface waviness*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 272, ISSN: 022-460X, 2004, Pages 557–580.
- [67] Wang, L., Dezhi, Z.;Gu, L.: *Nonlinear Dynamics Behaviors of a Rotor Roller Bearing System with Radial Clearances and Waviness Considered*, Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 21, ISSN: 1000-9361, 2008, Pages 86-96.
- [68] Harsha, S. P.: *Nonlinear dynamic analysis of a high -speed rotor supported by rolling element bearings*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 290, ISSN: 0022-460X, 2006, Pages 65–100.
- [69] Changqing, B., Qingyu, X.: *Dynamic model of ball bearings with internal clearance and waviness*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 294, ISSN: 0022-460X, 2006, Pages 23–48.
- [70] Li, H., Yung, C. S.: *Analysis of bearing configuration effects on high speed spindles using an integrated dynamic thermo-mechanical spindle model*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, ISSN 0890-6955, 2004, Vol. 44, Pages 347–364.
- [71] Cao, Y.: *Modeling of high-speed machine tools spindle system*, Ph.D thesis, The University of British Columbia, 2006.
- [72] Stein, J.L. Tu, J.F.: *A state-space model for monitoring thermally induced preload in anti-friction spindle bearings of high-speed machine tools*, ASME Trans. J. Dyn. Syst. Meas. Contr. 116 (1994) 372–386.
- [73] Wensing, J.A.: *On the dynamics of ball bearings*, PhD thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, ISBN: 90-36512298, 1998.
- [74] DIN 732 Teil 1 und Teil 2 (1994) *Thermische Bezugsdrehzahl*: Deutsches Institut für Normung
- [75] Ilić, G., Vukić, M., Radojković, N., Živković, P., Stojanović. I.: *Termodinamika II – Osnove prostriranja toplote i materije*, Mašinski fakultet Univerziteta u Nišu, ISBN 978-86-6055-056-1, Niš, 2014.
- [76] Krstić, V., Miltenović, A., Miltenović, Đ., Banić, M. (2011) *Grenzdrehzahlermittlung an Axial-Schrägkugellager für Gewindetribe*, Zlatibor: Proceedings of the 7th International Conference „Research and Development of Mechanical Elements and Systems”IRMES, str.563-568.
- [77] Krstić, V., Miltenović. A., Banić, M., Miltenović, Đ. (2011) *Thermal speed limit of axial roller bearings used in support of screw-nut transmissions*; Balkan Journal of Mechanical Transmissions (ISSN 2069–5497), str. 39-44.
- [78] Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieur Wesen (GVC) VDI (2006) *Wärmeatlas*, ISBN-13 978-3-540-25504-8: Springer- Verlag Berlin Heidelberg

- [79] Vladislav Krstić, Dragan Milčić (2015) *The Research of Heat Balance of Bearing Mounting Realized by Axial Ball Bearings with Angular Contact Intended For the Threaded Spindles*, Proceedings of 17th Symposium on Thermal Science and Engineering of Serbia
- [80] Vladislav Krstić, Dragan Milčić (2015) *Numerical Analysis of the Thermal Load of the Bearing Assembly of Threaded Spindle Realized Using the ZKLN- and ZKLF-Type Bearing*, Proceedings of International Conference „Mechanical Engineering in the 21st Century“ – MASING
- [81]<http://www.springer.com/978-3-319-28435-4>
- [82] Anteja Vuk – Maček (2014) *Modeliranje neuro-fuzzy sustava za klasifikaciju kandidata pomoću ANFIS-a*, Završni rad br. 2014-RAČ-R-23, Međimursko veleučilište u Čakovcu

Biografija autora

Vladislav Krstić, magistar mašinstva, rođen je 11.12.1973. u Nišu. Osnovnu i srednju školu je završio u Nišu.

Diplomirao je na Mašinskom fakultetu u Nišu 2000. godine na katedri za proizvodno mašinstvo.

Nakon završenih osnovnih studija prva radna iskustva stiče na Mašinskom fakultetu u Nišu, u laboratoriji za metalografska ispitivanja materijala. U nastavku počinje da radi na Istraživačko naučnom institutu - IRIN u Nišu na mestu saradnika za mašinska pitanja. U tom periodu je bio angažovan na projektu FP-6 Evropske unije kao saradnik za mašinska pitanja.

Magistarsku temu je odbranio na Mašinskom fakultetu 2013. na katedri za mašinske konstrukcije, razvoj i inženjering.

Trenutno živi i radi u Beogradu. Zaposlen je na mestu tehničke podrške u firmi Ljubex International u oblasti kotrljajnih ležaja. U toku svog profesionalnog angažovanja objavio je i prezentovao više radova na međunarodnim simpozijumima, a ima i objavljen naslov u naučnom časopisu koji je na SCI listi.

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног
родитеља и име Крстић Мирослав Владислав
Датум и место рођења 11.12.1973. Ниш

Основне студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Машински факултет у Нишу
Студијски програм Дипломске студије
Звање Дипломирани машински инжењер
Година уписа 1992.
Година завршетка 2000.
Просечна оцена 7,51

Мастер студије, магистарске студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Машински факултет у Нишу
Студијски програм Последипломске магистарске студије
Звање Магистар машинства
Година уписа 2002.
Година завршетка 2013.
Просечна оцена 9,50
Научна област Машинске конструкције
Наслов завршног рада Истраживање граничне учестаности обртања аксијалних котрљајних кугличних лежајева

Докторске студије

Универзитет -
Факултет -
Студијски програм -
Година уписа -
Остварен број ЕСПБ бодова -
Просечна оцена -

НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације **ИСТРАЖИВАЊЕ КОНСТРУКЦИОНО – ТРИБОЛОШКИХ ПАРАМЕТАРА КУГЛИЧНИХ ЛЕЖАЈА СА КОСИМ ДОДИРОМ ТИПА ZKLF СА АСПЕКТА ОПТИМАЛНЕ ОСНОВНЕ ФУНКЦИЈЕ**
Име и презиме ментора, звање Др Драган Милчић, редовни професор
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације 8/20-01-006/15-014 од 01.07.2015.

ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Број страна 178
Број поглавља 9
Број слика (шема, графика) 123
Број табела 16
Број прилога 0

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ У НИШУ

Примљено: 23.8.2018.			
Оргјед.	Број	Примљено	Бројности
	612-80-268/18		

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	<p>Vladislav Krstić, Aleksandar Miltenović, Milan Banić, Đorđe Miltenović, THERMAL SPEED LIMIT OF AXIAL ROLLER BEARINGS USED IN SUPPORT OF SCREW-NUT TRANSMISSIONS, Balkan Journal of Mechanical Transmissions (BJMT), Volume 1 (2011), Issue 1, (ISSN 2069–5497), p. 39-44.</p> <p>Котрљајни лежајеви су саставни делови свих механичких система. Поузданост и функционалност механичког система у који су они уграђени зависе од радног капацитета котрљајних лежаја. Основни параметри оперативног капацитета лежаја су његово оптерећење и фреквенција обртања. Недостатак котрљајних лежаја је њихово ограничено време рада при великој учестаности обртања. Главни ограничавајући фактор у раду лежаја са великим бројем обртаја је температура тј. термичка стабилност лежаја. У овом раду представљен је аналитички поступак утврђивања граничног броја обртаја аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена у односу на термичку стабилност лежаја.</p>	M51
	<p>Vladislav Krstić, Dragan Milčić, Miodrag Milčić, Thermal Analysis of the Threaded Spindle Bearing Assembly in Numerically Controlled Machine Tools, FACTA UNIVERSITATIS Series: Mechanical Engineering, DOI: 10.22190/FUME170512022K http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUMechEng/issue/view/543</p>	
	<p>Навојни преносник у машинским алаткама је механички погон који претвара обртно кретање навојног вретена у транслаторно кретање помоћу рецикулационе навртке са куглицама која омогућава прецизност позиционирања, равномерно кретање, тихи рад, смањено хабање и повећан радни век. Котрљајни лежаји навојног вретена треба да обезбеде пренос оптерећења (силе резања и силе трења) уз одржавање високе тачности позиционирања. Због великог броја обртаја навојног вретена и присуства напетости у лежају и високе аксијалне силе која потиче од резања и силе трења, повећано тоplotно оптерећење лежаја због трења у лежајима је нормално очекивано. Из овог разлога, овај рад представља термичку анализу улежиштења навојног вретена које се реализује помоћу аксијалног кугличног лежаја са косим додиром типа ZKLN, произведен од стране немачког произвођача Schaeffler (INA).</p>	M24
2	<p>Vladislav Krstić, Aleksandar Miltenović, Milan Banić, Đorđe Miltenović, Grenzdrehzahlermittlung an Axial Schrägkugellager für Gewindetriebe, Proceedings of The 7th International Conference „Research and Development of Mechanical Elements and Systems.“, 27th & 28th of April, 2011, Zlatibor, Serbia, ISBN 978-86-6055-012-7., p. 563-568</p> <p>Саставни делови свих машинских система су котрљајни лежаји и од њихове радне способности зависи поузданост и функционалност конструкције у којима су уграђени. Основни параметри радне способности лежају су носивост и учестаност обртања. Недостатак котрљајних лежаја је ограничен радни век код високе учестаности обртања. Главни лимитирајући фактор при раду лежаја са високом учестаношћу обртања јесте температура односно термичка стабилност лежаја. У овом раду је приказан аналитички поступак одређивања граничног броја обртаја аксијалних кугличних лежаја са косим додиром у односу на термичку стабилност улежиштења.</p>	M33
4	<p>Vladislav Krstić, Dragan Milčić, Miroslav Mijajlović, Miroslav Vereš, Miodrag Milčić, EXPERIMENTAL TESTS ON BOUND FREQUENCY OF AXIAL BALL BEARINGS FOR FIXING THE BALL SCREWS, The second international conference “Mechanical engineering in the XXI century”, Niš, 20-21. Juni 2013., Serbia</p> <p>У савременим машинама алатима као и обрадним центрима се све више користе навојни преносници. При томе се од њих очекује већа брзина рада и висока тачност вођења. Са тим је проблем улежиштења јако деликатан па је из овог разлога развијена линија аксијалних кугличних лежајева, који по својој конструкцији и преформансама успешно одговарају захтевима који се пред њих постављају. При већим брзинама рада се појављује и тоplotно оптерећење ових лежаја. Из тог разлога се још у фази пројектовања треба обратити пажња на термичку стабилност лежаја. У овом раду је дато експериментално истраживање термичке граничне учестаности обртања лежаја типа ZKLF, произвођача „INA-Schaeffler Technologies“ GmbH&Co.KG</p>	M33
6	<p>Vladislav Krstić, Dragan Milčić, Numerical Analysis of the Thermal Load of the Bearing Assembly of Threaded Spindle Realized Using the ZKLN-and ZKLF-Type Bearing, The 3rd International Conference "Mechanical Engineering in XXI Century" 17-18.09.2015. Niš, Serbia</p> <p>За улежиштење навојних преносника се углавном користе аксијални куглични лежаји са косим додиром. Због своје специфичне конструкције и техничких карактеристика, а при већој учестаности обртања у самом лежају се развија већа количина тоplotне енергије која утиче на термичку стабилност улежиштења. Из тог разлога је у овом раду приказана нумеричка анализа термичког оптерећења сложеног система „лежај-кућиште“.</p>	M33
7	<p>Vladislav Krstić, Dragan Milčić, The Research of Heat Balance of Bearing Mounting Realized by Axial Ball Bearings with Angular Contact Intended For the Threaded Spindles, 17th Symposium on Thermal Science and Engineering of Serbia, SIMTERM 2015. Sokobanja, Serbia, October 20–23, 2015. ISBN 978-86-6055-076-9, pp. 251-256</p> <p>Као што је већ познато улежиштење навојног вретена је један од најзахтевнијих задатака у машинству, јер су главни услови висока тачност вођења при већем броју обртаја. Сходно томе се очекује појачано тоplotно оптерећење улежиштења. У случају да се у току рада очекују додатни тоplotни извори или понори то ће за анализу улежиштења главни критеријум бити термичка стабилност. Из тог разлога је у овом раду приказано истраживање тоplotног биланса система улежиштења навојног вретена. Као репрезенти у раду узети су аксијални куглични лежаји са косим додиром за улежиштење навојних вретена типа ZKLN и ZKLF произвођача „Schaeffler“ INA-из Немачке.</p>	M33

НАПОМЕНА: уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ДА НЕ

Кандидат је дипломирани машински инжењер, магистар техничких наука, има одобрену тему докторске дисертације (Одлука Научно-стручног већа за техничко-технолошке науке, бр 8/20-01-006/15-014 од 01.07.2015.), објавио је већи број научних радова и поднео докторску дисертацију одговарајуће садржине, обима и квалитета у складу са одобреном темом докторске дисертације.

ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кратак опис појединих делова дисертације (до 500 речи)

На самом почетку докторске дисертације кандидата мр Владислава Крстића, дипл. маш. инж. дати су подаци о дисертацији на српском и енглеском језику, Захвалност аутора, Садржај дисертације, иза тога следи текст дисертације, изложен на 170 странице формата А4 и подељен у 9 поглавља, а на самом крају је наведена цитирана литература са 82 библиографске јединице

У уводном поглављу је најпре објашњен предмет истраживања – улежиштење навојних вретена алатних машина као један од најзахтевнијих задатака у машинству сагласно томе су наведени мотиви за израду дисертације и њени циљеви истраживањем конструкционо-триболошких параметара кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF, који се користе за улежиштење навојних вретена.

У оквиру Прегледа стања истраживања и идентификација подручја истраживања је дата детаљна анализа значајних резултата досадашњих истраживања као и опис постојећих грешака позиционирања навојних вретена и превентивних мера за корекцију истих. У истом поглављу је дат општи приказ улежиштења навојних вретена и идентификација поља истраживања.

За правилно сагледавање конструкционо-триболошких параметара кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF, треба познавати конструкцију и специфичности ове врсте аксијалних лежаја, стога је треће поглавље Студија и анализа постојећих конструкцијских решења аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена. У овом поглављу приказана су конструкцијска решења кугличних лежаја са косим додиром намењених за улежиштење навојних вретена серије ZKLF, ZKLN, ZKLFA и DKLFA. Такође је дат приказ пратеће опреме која се користи за додатно притезање поменутих лежаја.

У четвртном поглављу је приказана теоријска идентификација доминантних конструкционо-триболошких параметара. Са повећањем радних брзина алатних машина, неминовно је повећање бројева обртаја које директно утиче на повећање трења у склопу котрљајних кугличних лежаја са аксијалним додиром. Са повећањем трења ће се увећати и количина створене топлотне енергије која ће додатно оптеретити читав машински систем а нарочито улежиштење (лежаје) и трансмисионе елементе (навојно вретено). Топлотна енергија даље утиче на појачане температурне деформације елемената система које опет у многоме утичу на квалитет обраде и даље на квалитет финалног производа. У овом поглављу, аутор се бави трењем у склопу котрљајног лежаја (трење котрљања, трење клизања, трење у средству за подмазивање, момент трења и прорачун момента трења).

У петом поглављу дат је проширен општи математички модел за анализу понашања лежаја. Математички модел се састоји из четири подмодела: статичког, динамичког, топлотног и модела за одерђивање радног века лежаја. Улазни параметри су подељени у три групе: конструкциони, технолошки и експлатациони. Излазне карактеристике су: угао контакта, контактна оптерећења, напони на стазама котрљања, крутост, фреквенције елемената лежаја, амплитуде убрзања, момент трења, количина развијене топлоте, коефицијенти преноса топлоте, температуре и радни век лежаја.

У шестом поглављу је приказано експериментално испитивање конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја типа ZKLF. Циљ експерименталног испитивања је било мерење следећих параметара: броја обртаја, температуре спољњег прстена, температуре окружења, силе трења, тј. момента трења и аксијалне силе преднапрезања. Резултати мерења приказани су кроз спектар који описује зависност броја обртаја од момента трења.

У седмом поглављу приказана је FEA термичка 2D анализа улежиштења аксијалног кугличног лежаја типа ZKLF која је имала за задатак да кроз одређивање температурног поља различитих уградбених ситуација да слику утицаја конструкционо-триболошких параметара кугличног лежаја типа ZKLF.

У осмом поглављу је приказана функционална зависност конструкционо триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја типа ZKLF. Функционална зависност је добијена применом развијеног ANFIS модела адаптивне fuzzy-неуро мреже за утврђивању зависности конструкционо-триболошких параметара испитивања аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена типа ZKLF заснованих на експерименталним подацима.

У деветом поглављу је дата дискусија резултата као и завршна разматрања.

ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Циљ овог рада је “истраживање конструкционо-триболошких параметара кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF са аспекта оптималне основне функције ” како би се побољшао њихов рад на алатним машинама

високе продуктивности и то смањењем губитка снаге и негативног утицаја на околину, док би се истовремено, повећала поузданост машина. Постављени циљеви у пријави дисертације су остварени и то:

- Идентификацији доминантних конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена
- Дефинисању математичког модела за анализу топлотног понашања аксијалних кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF
- Експерименталним истраживањима триболошких карактеристика аксијалних кугличних лежаја типа ZKLF
- Дефинисање нумеричког модела аксијалних кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF
- Термичка FEA анализа склопа: кућиште машине за које се лежај додатно учвршћује, завртањска веза помоћу које се врши додатно учвршћење лежаја, спољашњег прстена, котрљајних тела, унутрашњег прстена, специјалне навртке за преднапрезање лежаја и навојног вретена
- Анализа утицаја конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена са аспекта оптималне функције
- Примена ANFIS модел адаптивне fuzzy-неуро мреже за утврђивању аналитичке зависности конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена типа ZKLF заснованих на подацима добијеним експерименталним испитивањем.

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Докторска дисертација кандидата мр Владислава Крстића, дипл. маш. инж. садржи више оригиналних доприноса и решења у области конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена. Део резултата, непосредно проистеклих или везаних за ову дисертацију већ је верификован публикавањем у рангираним часописима из уже научне области којој припада тема докторске дисертације, као и у Зборницима са међународних конференција. Научни доприноси докторске дисертације се пре свега огледа у следећем:

- Дефинисање математичког модела за анализу топлотног понашања аксијалних кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF,
- Идентификација доминантних конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена са аспекта оптималне функције,
- Термичка анализа комплексног склопа: кућиште машине за које се лежај додатно учвршћује, завртањска веза помоћу које се врши додатно учвршћење лежаја, спољашњег прстена, котрљајних тела, унутрашњег прстена, специјалне навртке за преднапрезање лежаја и навојног вретена,
- Експериментално истраживање триболошких карактеристика аксијалних кугличних лежаја типа ZKLF (броја обртаја, температуре спољњег прстена, температуре окружења, силе трења тј. момента трења, аксијалне силе преднапрезања)
- Развијен ANFIS модел адаптивне fuzzy-неуро мреже за утврђивању аналитичке зависности експерименталних параметара испитивања аксијалних кугличних лежаја са косим додиром за улежиштење навојних вретена.
- Одређивање функционалне зависности доминантних конструкционо-триболошких параметара аксијалних кугличних лежаја са косим додиром.

Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Кандидат мр Владислав Крстић, дипл. маш. инж. је испољио изузетан ниво самосталности у раду, способност вршења анализе научних сазнања у области истраживања машинских елемената-аксијалних кугличних лежаја са косим додиром и трибологије котрљајних лежаја, иницирање нових истраживања и оригиналност у осмишљавању научних и стручних решења. Резултати спроведених истраживања су публиковани на конференцијама и у часописима из уже научне области којој припада тема докторске дисертације, потврђују да је кандидат оспособљен за самостални научни рад. У току израде докторске дисертације је показао мултидисциплинарно знање. Кандидат је показао добро разумевање и креативност у обради, тумачењу и пласирању добијених резултата истраживања.

ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

На основу изложене анализе докторске дисертације и увидом у публиковане научне радове кандидата, чланови Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације констатују да поднета докторска дисертација у потпуности одговара теми прихваћеној од стране Наставно-научног већа Машинског факултета у Нишу и да представља оригиналан и вредан допринос области истраживања термичке стабилности аксијалних кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF који служе за улежиштење навојних вретена, и предлажу Наставно-научном већу Машинског факултета Универзитета у Нишу да рад кандидата мр Владислава Крстића, дипл. маш. инж. под називом:

„Истраживање конструкционо-триболошких параметара кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF са аспекта оптималне основне функције“

прихвати као докторска дисертација и да се кандидат позове на усмену јавну одбрану.



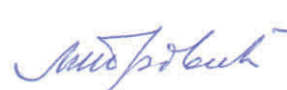
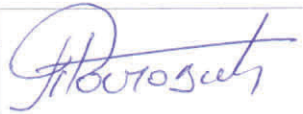
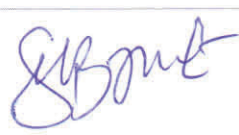
КОМИСИЈА

Број одлуке ННВ о именовану Комисије

НСВ број 8/20-01-007/18-031

Датум именовања Комисије

У Нишу 09.07.2018.

Р. бр.	Име и презиме, звање		Потпис
1.	др Драган Милчић, редовни професор	ментор, председник	
	Машинске конструкције (Научна област)	Машински факултет Универзитета у Нишу (Установа у којој је запослен)	
2.	др Душан Стаменковић, редовни професор	члан	
	Саобраћајно машинство (Научна област)	Машински факултет Универзитета у Нишу (Установа у којој је запослен)	
3.	др Радивоје Митровић, редовни професор	члан	
	Опште машинске конструкције (Научна област)	Машински факултет Универзитета у Београду (Установа у којој је запослен)	
4.	др Радослав Томовић, ванредни професор	члан	
	Машински елементи и конструисање машина (Научна област)	Универзитет Црне Горе, Машински факултет (Установа у којој је запослен)	
5.	др Мића Вукић, редовни професор	члан	
	Термотехника, термоенергетика и процесна техника (Научна област)	Машински факултет Универзитета у Нишу (Установа у којој је запослен)	

Датум и место:

12.07.2018.

у Нишу, Београду, Подгорици

Изјава 1.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом:
"Истраживање конструкционо- триболошких параметара кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF са аспекта оптималне основне функције"

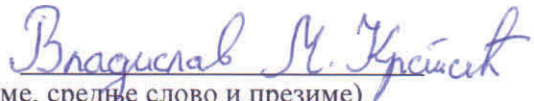
која је одбрањена на Машинском факултету Универзитета у Нишу:

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да ову дисертацију, ни у целини, нити у деловима, нисам пријављивао/ла на другим факултетима, нити универзитетима;
- да нисам повредио/ла ауторска права, нити злоупотребио/ла интелектуалну својину других лица.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са ауторством и добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 27.09.2018.

Потпис аутора дисертације:


(Име, средње слово и презиме)

Изјава 2.

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ЕЛЕКТРОНСКОГ И ШТАМПАНОГ ОБЛИКА
ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Наслов дисертације: "Истраживање конструкционо- триболошких параметара
кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF са аспекта оптималне основне функције"

Изјављујем да је електронски облик моје докторске дисертације, коју сам предао/ла за уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**, истоветан штампаном облику.

У Нишу, 27.09.2018.

Потпис аутора дисертације:


(Име, средње слово и презиме)

Изјава 3:

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

"Истраживање конструкционо- триболошких параметара кугличних лежаја са косим додиром типа ZKLF са аспекта оптималне основне функције"

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском облику, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прераде (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)⁷

У Нишу, 27.09.2018.

Потпис аутора дисертације:


(Име, средње слово и презиме)

