



Универзитет у Нишу
Грађевинско - архитектонски факултет

Биљана Б. Младеновић

**УТИЦАЈ ПРОМЕНЕ КРУТОСТИ НА ПРОРАЧУН И
ДИМЕНЗИОНИСАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА РАМОВСКИХ
КОНСТРУКЦИЈА ОД АРМИРАНОГ БЕТОНА**

докторска дисертација

Ниш, 2015. године

Ментор: др Бранко Поповић, редовни професор

Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу, у пензији

Чланови Комисије за оцену подобности теме и кандидата за израду докторске дисертације:

1. др Бранко Поповић, редовни професор
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу, у пензији
2. др Миливоје Станковић, редовни професор
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу, у пензији
3. др Новак Спасојевић, редовни професор
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу, у пензији

Чланови Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације:

1. др Бранко Поповић, редовни професор
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу, у пензији
2. др Славко Здравковић, редовни професор
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу
3. др Станко Брчић, редовни професор
Грађевинског факултета у Београду, у пензији
4. др Марина Мијалковић, редовни професор
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу
5. др Предраг Благојевић, доцент
Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу

РЕЗИМЕ

Предмет ове дисертације је нумеричко моделирање понашања раванских армиранобетонских рамовских конструкција услед дуготрајног оптерећења у циљу спровођења квалитативне и квантитативне анализе утицаја промене крутости елемената ових конструкција, као последице појаве прслина, као и скупљања и течења бетона, на резултате статичког и сеизмичког прорачуна.

Формулисан је алгоритам за прорачун статичких утицаја армиранобетонских рамова, као и динамичких карактеристика, сеизмичких сила и утицаја применом мултимодалне спектралне анализе, узимајући у обзир стварну промену крутости пресека након појаве прслина у затегнутој зони бетонског пресека. Овај алгоритам ефикасније решава проблем дефинисања крутости армиранобетонских конструкција при дуготрајном оптерећењу и знатно је прецизнији и детаљнији од постојећих препорука у литератури.

Нови алгоритам је имплементиран у виду пакета рачунарских програма за анализу линијских армиранобетонских система узимајући у обзир редукцију крутости елемената, написаних на програмском језику Fortran. Помоћу овог пакета програма се на једноставан и ефикасан начин, између осталог, добијају и реални подаци о геометријским карактеристикама елемената армиранобетонске конструкције са прслинама, који се могу користити и у другим софтверима за прорачун армиранобетонских конструкција моделираних линијским елементима.

У статичкој анализи армиранобетонских рамова задржане су две претпоставке линеарне теорије: претпоставка о малим деформацијама и претпоставка о малим померањима, док је материјална нелинеарност узета у обзир применом прорачунског модела са прслинама, као и коришћењем коригованог ефективног модула еластичности бетона за прорачун прираштаја напона и деформација током времена.

Коришћењем новоразвијених рачунарских програма спроведена је упоредна анализа резултата класичног статичког, као и класичног сеизмичког прорачуна, у којима се крутост стубова и ригли армиранобетонских носача израчунава за бруто бетонски попречни пресек, с једне стране, и прорачуна који узима у обзир промењену геометрију носача услед појаве прслина с друге стране. Изведени су закључци који ће бити од користи за унапређење постојеће инжењерске праксе.

Кључне речи: армиранобетонска рамовска конструкција, прслине, течење и скупљање бетона, ефективна крутост, прорачунски модел, квазилинеарна анализа.

ABSTRACT

The subject of this thesis is the numerical modeling of the behavior of plane reinforced concrete frame structures under long-term load with the purpose of qualitative and quantitative analysis of the influence of stiffness changes of these structures, as an effect of the occurrence of cracks, as well as creep and shrinkage of concrete, on the results of static and seismic analysis.

The algorithm for the calculation of static influences in reinforced concrete frames, as well as dynamic characteristics and design seismic forces and influences by using multimodal spectral analysis, taking into account the real change of cross section stiffness after cracking of the concrete tensile zone, is formulated. This algorithm effectively solves the problem of determination of the stiffness of reinforced concrete structures under long-term load, and is significantly more precise and more detailed than the current recommendations in the literature.

The new algorithm is implemented in the form of a package of computer programs, written in Fortran programming language, for the analysis of reinforced concrete frame systems taking into account the reduction of element stiffness. Application of these programs is simple, but effective, and among other, the real data on the geometrical characteristics of the elements of reinforced concrete structures with cracks is obtained, which can be used in other software for the calculation of reinforced concrete structures modeled by linear elements.

In the static analysis of reinforced concrete frames two assumptions of linear theory are kept: the assumption of small deformations and the assumption of small displacements, while the material nonlinearity is taken into account by applying the numerical model with cracks, as well as using the Age - Adjusted Effective Modulus Method for the calculation of stress and strain changes during time.

Using newly developed computer programs comparative analysis of results of classical static, as well as classical seismic calculation, in which the stiffness of columns and beams of reinforced concrete structures is calculated for gross concrete cross section, at one side, and the calculation that takes into account the changing of structure geometry due to the appearance of cracks, at the other side, is carried out. Conclusions are drawn that will be useful for the improvement of existing engineering practice.

Key words: reinforced concrete frame structure, cracks, concrete creep and shrinkage, effective stiffness, numerical model, quasi-linear analysis.

Неизмерно се захваљујем професору **др Миливоју Станковићу** на несебичној помоћи при изради рачунарских програма у оквиру ове дисертације.

Такође, најтоплије се захваљујем:

ментору, професору **др Бранку Поповићу**, на корисним саветима и сугестијама, као и моралној подршци,

професору **др Славку Здравковићу**, на драгоценим саветима и сугестијама, бризи и стрпљењу,

професору **др Станку Брчићу** на корисним предлозима и саветима у вези методолошког приступа обради теме,

својој драгој колегиници, професорки **др Марини Мијалковић** на сталној подршци и великој помоћи око техничке обраде рада,

колеги, доценту **др Предрагу Благојевићу** на сугестијама при изради нумеричких примера и обради резултата.

Захваљујем се и свим **колегиницама и колегама са Катедре за техничку механику и теорију конструкција** који су ми на било који начин помогли током израде дисертације.

Породици хвала на стрпљењу и подршци.

Мр Биљана Младеновић, дипл. инж. грађ.

САДРЖАЈ

	стр.
1 Увод	1
1.1 Поставка проблема	1
1.2 Кратак преглед досадашњих истраживања	3
1.3 Кратак приказ садржаја рада	5
2 Основне механичке и реолошке карактеристике материјала	8
2.1 Бетон	9
2.2 Челик за армирање	19
2.3 Комбинација бетона и челика – армирани бетон	20
3 Ефективна крутост елемената армиранобетонског рама	23
3.1 Уводне напомене	21
3.2 Кривина и крутост армиранобетонског елемента напрегнутог на савијање	25
3.2.1 Анализа везе момент-кривина за пресек армиранобетонског елемента	27
3.2.2 Дуктилност кривине	29
3.3 Ефективна крутост армиранобетонског штапа	30

3.3.1 Предлози за прорачун ефективне крутости на савијање	34
4 Прорачун статичких утицаја у армиранобетонским рамовским конструкцијама у зависности од стања прслина	39
4.1 Уводне напомене	39
4.2 Теоријске основе анализе стања напона и деформације армиранобетонских елемената у домену експлоатационих дуготрајних оптерећења	40
4.2.1 Основне претпоставке у прорачуну за константно оптерећење	40
4.2.2 Прорачунски модели	41
4.2.3 Прорачун почетних напона, дилатације и кривине при сложенем савијању у пресецима елемената	45
4.2.4 Прорачун промена напона и деформација при дејству сложеног савијања услед течења и скупљања бетона	48
4.2.5 Прорачун прслина	53
4.2.6 Прорачун угиба	57
4.3 Алгоритам за прорачун статичких утицаја у армиранобетонском раму са ефективним крутостима елемената	61
5 Рачунарски програми за прорачун армиранобетонских линијских носача у зависности од стања прслина	63
5.1 Увод	63
5.2 Рачунарски програм ABRam	64
5.2.1 Опис начина коришћења рачунарског програма ABRam	74
5.2.2 Пример	75
5.3 Верификација програма на основу резултата експерименталних испитивања других аутора	81

6	Упоредна анализа резултата статичког прорачуна применом класичног поступка и предложеног алгорита	83
6.1	Уводне напомене	83
6.2	Нумерички примери	85
6.2.1	Једнобродни армиранобетонски рамови	85
6.2.2	Двобродни армиранобетонски рамови	92
6.2.3	Тробродни армиранобетонски рамови	104
6.3	Завршне напомене	120
7	Упоредна анализа својствених вредности и облика осциловања одређених применом класичног поступка и предложеног алгорита	122
7.1	Нумерички примери	122
7.2	Завршне напомене	142
8	Упоредна анализа резултата сеизмичког прорачуна применом класичног поступка и предложеног алгорита	144
8.1	Уводне напомене	144
8.2	Нумерички примери	145
8.3	Завршне напомене	157
9	Завршне напомене	159
9.1	Закључци	159
9.2	Правци даљег рада	162
	Литература	163

1 УВОД

1.1 Поставка проблема

Све већа потреба за економичнијом и безбеднијом градњом, као и савремен развој технологије грађења армиранобетонских конструкција, употреба високих марки бетона и врло квалитетног челика, допринели су пројектовању све смелијих и виткијих конструкција, што је утицало на брз развој и примену теорије граничних стања у пракси. С обзиром да је теорија граничних стања прилагођена реалном понашању конструкција, како у стању експлоатације, тако и у области граничних стања носивости, она даје рационална и економична решења.

Због мале чврстоће бетона на затезање, већ услед дејства експлоатационих оптерећења појављују се прслине у армиранобетонским конструкцијама. Услед појаве прслина у статички неодређеним линијским носачима, које пре свега зависе од нивоа оптерећења, долази до редукције крутости (EI) штапова, која је праћена променом реакција, унутрашњих сила и деформација, тј. прерасподелом утицаја у пресецима носача. Треба истаћи да се стварна - ефективна крутост АБ пресека напругнутих на савијање, настанком прслина, њиховим развојем и стабилизацијом, може знатно смањити у односу на крутост неиспрског бетонског пресека. То може, у зависности од процента армирања, облика попречног пресека и др, да износи 30-60% [8]. Ово је посебно важно код конструкција већих распона и оптерећења. У актуелној инжењерској пракси за статички неодређене системе уобичајен је прорачун статичких утицаја у коме се одређује момент инерције неиспрског армиранобетонског пресека, што умањује тачност и поузданост прорачуна.

Бетон има особине вискоеластопластичног материјала са израженом особиним старења, што битно утиче на стање деформације услед дуготрајних дејстава. Такође,

услед разлика у реолошким својствима бетона и челика, два саставна дела композита, при дуготрајним дејствима, у току времена, долази до значајне прерасподеле напона и до великих промена напона и дилатација у пресецима. Дакле, потребно је водити рачуна о утицају течења и скупљања бетона, да би анализа понашања статички неодређених армиранобетонских елемената и конструкција у подручју експлоатационих стања била коректна.

Појава прслина, као и течење и скупљање бетона су, пре свега, узрок нелинеарног понашања армиранобетонских рамовских конструкција и при релативно малим интензитетима оптерећења, што је потребно симулирати адекватним прорачунским моделом, у циљу обезбеђења прописаног степена сигурности и употребљивости конструкција.

С обзиром на комплексност проблема прорачуна и димензионисања армиранобетонских конструкција, и истовремено потребу за што већом тачношћу, проблем се мора решавати применом рачунара. Конвенционални рачунарски програми за прорачун конструкција базирају се на линеарној анализи, па резултати недовољно добро одражавају реално стање конструкција. Уколико се примењује нелинеарна анализа, решавање проблема је компликованије, потребно је више теоријског знања за моделирање конструкција, програми захтевају више времена за извршење. Зато је целисходније симулирати нелинеарно понашање армиранобетонских конструкција применом прорачунских модела са ефективним крутостима елемената, док у важности остају претпоставке линеарне теорије у статичкој анализи, тако да се могу користити конвенционални програми за прорачун конструкција.

Циљ овог рада је формулисање прорачунског модела којим ће прецизније бити описано стварно понашање раванских армиранобетонских рамова без укрућења, узимајући у обзир стање прслина и утицај течења и скупљања бетона, како би се извршила детаљна анализа утицаја промене крутости на резултате прорачуна и димензионисање ових конструкција. Да би се обезбедио већи степен тачности у односу на прорачун који се користи у рутинској инжењерској пракси, а истовремено задржала његова једноставност, сачињен је одговарајући пакет рачунарских програма који је, између осталог, омогућио реализацију постављеног задатка у оквиру ове дисертације, а који је погодан и за практичну употребу. У статичкој анализи армиранобетонских рамова су задржане две претпоставке линеарне теорије: претпоставка о малим деформацијама и претпоставка о малим померањима, док је материјална нелинеарност узета у обзир применом прорачунског модела са прслинама, као и коришћењем

коригованог ефективног модула еластичности бетона за прорачун прираштаја напона и деформација током времена. За одређивање утицаја у носачима услед експлоатационог оптерећења користи се метода крутости, при чему се задатак решава применом тачне методе деформације. Занемарен је утицај трансверзалних сила на деформацију носача.

1.2 Кратак преглед досадашњих истраживања

После проналаска армираног бетона, за шта се везује израда чамца од жичане мреже обложене са обе стране цементним малтером 1850. године француза Ламбоа (Lambout), прве научне експерименте спровели су у Немачкој инжењер Вајс и професор Баушингер (J. Bauschinger), ради утврђивања чврстоће и ватро-отпорности армиранобетонских конструкција, неповредивости гвожђа у бетону, као и силе приањања између гвожђа и бетона. У то време је, први пут, инжењер М. Кенен, изнео претпоставку, која је у експериментима потврђена, да се арматура мора постављати у деловима конструкције где се могу очекивати напони затезања. Интензивнија примена армираног бетона у грађевинарству почела је у другој половини XIX века [83]. У току једног и по века, колико је армирани бетон у примени, велики број истраживача широм света је дао допринос развоју прорачуна армиранобетонских конструкција кроз експериментална истраживања, теоријске радове, развој софтвера и унапређење прописа.

Проучавање деформације бетонских елемената и конструкција било је предмет истраживања великог броја научника. Руски инжењер И. Самович, вршећи експериментална истраживања утицаја количине и врсте цемента и агрегата на механичка својства бетона, 1885. године, уочио је да се деформације бетонског свода повећавају током времена услед деловања сталног терета. Интензивније проучавање понашања армиранобетонских конструкција почиње у свету почетком XX века. Почетак проучавања течења бетона везује се за Волсона (I. Wolson), 1905. године, и Хата (K. Hatt), 1907. године, у Америци. Вајт (A. White) указује 1911. године на значај скупљања бетона у конструкцијама од армираног бетона. Проучавање бетона наставили су Мек Милан (F. McMillan), Дејвис Р. (R. Davis) и Дејвис Х. (H. Davis) у Америци, Гленвил (W. Glanvill) у Енглеској, Фресине (E. Freyssinet) у Француској, Сахновски (Сахновский) у Русији, Залигер (Saliger) у Немачкој, и многи други [42].

У нашој земљи утицај течења на прерасподелу напона у армиранобетонским стубовима и промену статичких утицаја у статички неодређеним системима први

узима у обзир Ђорђе Лазаревић 1933. године и ову појаву назива напонским стињавањем. Проблемом утицаја прслина на стање напона и деформације у армирано бетонским конструкцијама су се бавили, између осталих, М.Ђурић [31], М. Ивковић [41-43], М. Аћић [1, 2], Ж. Перишић [64], Ж. Радосављевић [81, 82] и Д. Бајић [3], са Грађевинског факултета у Београду, као и више истраживача са Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу.

Док се експериментално испитивање понашања армиранобетонских греда спроводи широм света, модели армиранобетонских рамова се врло ретко испитују, а поготово услед дуготрајног оптерећења. Према литератури која је доступна аутору, експериментална испитивања понашања армиранобетонских рамова у правој величини до лома спровели су професор Векио (F. J. Vecchio) и сарадници, на Универзитету у Торонту, у Канади, и објавили резултате испитивања услед гравитационог оптерећења 1990. године [18], а услед цикличног хоризонталног оптерећења 1992. године [19], и 2007. године [30]. Резултате експерименталног испитивања понашања рамова услед цикличног хоризонталног оптерећења објавили су Чен (C. M. Chan) са сарадницима 2000. године [94], као и Димова и Негро (S. L. Dimova, P. Negro) 2005. године [26].

У нашој земљи до сада није било лабораторијских експерименталних испитивања модела армиранобетонских рамова, с обзиром на веће захтеве у погледу величине и опремљености лабораторија у односу на испитивања на моделима простих греда и континуалних носача. Проблематиком понашања армиранобетонских гредних носача под дејством оптерећења краткотрајног карактера до лома бавио се Б. Поповић са Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу [68], док је Д. Бајић са Грађевинског факултета у Београду експериментално испитивао серију различито армираних континуалних носача, према решењима теорије граничних стања, ради утврђивања утицаја начина армирања на стварно понашање носача [3]. Експериментално, у природној величини *in situ*, испитивани су конструкцијски системи МИНОМА и АМОНТ на утицаје статичких и динамичких дејстава. Елементи ових система су испитивани у лабораторији у природној величини, на исте утицаје, до лома [36,37].

Велики је број теоријских истраживања, тако да ће овде бити споменута само нека од њих. У другој половини XX века међу најзначајнијим истраживачима у области армираног бетона је Бажант (Bazant, Z. P.), који је 1972. године увео у прорачун кориговани ефективни модул еластичности бетона (Age-Adjusted Effective Modulus Method) помоћу кога узима у обзир утицај течења бетона на стање напона и деформација у зависности од старости бетона [5]. Дилгер (Dilger, W.H.) је 1982. године

предложио поступак којим се анализа утицаја течења и скупљања бетона своди на квазилинеарну анализу, а који се заснива на коришћењу својстава идеализованог пресека са коригованим ефективним модулом еластичности бетона (Creep-Transformed Section). Проблемом стања напона и деформације у армиранобетонским конструкцијама, узимајући у обзир нелинеарно понашање услед појаве прелина, течења и скупљања бетона, баве се и Гали, Фавре, Елбадри (A. Ghaly, R. Favre, M. Elbadry) [23]. Професор Векио, са сарадницима, и теоријски изучава нелинеарно понашање армиранобетонских рамова почев од 1985. године, па до данашњих дана. Објавио је велики број радова који се заснивају на његовој Модификованој теорији поља притиска (Modified Compression Field Theory)[17]. На челу је групе истраживача (VecTor Analysis Group) која је развила и стално унапређује софтвер за прорачун армиранобетонских конструкција.

У присутној литератури стање прелина у армиранобетонским елементима разматра се применом више поступака, од којих неки узимају у обзир конститутивне везе челика и бетона, заједно са релацијом напон приањања – клизање, док други користе методу коначних елемената. Када је у питању примена методе коначних елемената, разликује се тип коришћених коначних елемената, конститутивне везе усвојених модела, методе одређивања крутости, као и мрежа дискретизације. Моделирање редукције крутости услед појаве прелина применом методе коначних елемената спроводи велики број истраживача, али се за већину ових анализа констатује да су скупе и дуготрајне, посебно за високе армиранобетонске конструкције [28].

1.3 Кратак приказ садржаја рада

Предмет овог рада је нумеричко моделирање понашања армиранобетонских рамовских конструкција услед дуготрајног оптерећења у циљу спровођења квалитативне и квантитативне анализе утицаја промене крутости елемената ових конструкција, као последице појаве прелина, на резултате статичког и сеизмичког прорачуна.

Формулисан је нови алгоритам за прорачун статичких утицаја армиранобетонских рамова, као и динамичких карактеристика и сеизмичких сила применом мултимодалне спектралне анализе, узимајући у обзир стварну промену крутости пресека након појаве прелина у затегнутој зони бетонског пресека, које се јављају већ при експлоатационим оптерећењима. Овај алгоритам ефикасније решава

проблем дефинисања крутости армиранобетонских конструкција под дуготрајним оптерећењем и знатно је прецизнији и детаљнији од постојећих препорука у литератури.

Нови алгоритам је имплементиран у виду одговарајућих програма за анализу линијских армиранобетонских система узимајући у обзир редукцију крутости елемената услед деловања дуготрајног оптерећења, написаних на програмском језику Fortran, развијених у оквиру рада на овој докторској дисертацији, чиме је остварен и главни циљ постављен на почетку рада. Новоразвијени пакет рачунарских програма на једноставан и ефикасан начин даје реалне податке о геометријским карактеристикама елемената армиранобетонске конструкције са прслинама, који се могу користити и у другим софтверима за прорачун армиранобетонских конструкција моделираних линијским елементима.

Коришћењем горе поменутих рачунарских програма спроведена је упоредна анализа резултата класичног статичког, као и класичног сеизмичког прорачуна, у којима се крутост стубова и ригли армиранобетонских носача израчунава за бруто бетонски попречни пресек, с једне стране, и прорачуна који узима у обзир промењену геометрију носача услед појаве прслина, с друге стране. Изведени су закључци који ће бити од користи за унапређење постојеће инжењерске праксе.

Поред уводне **Главе 1**, која обухвата опште напомене са дефинисањем проблема, методе и циља истраживања, кратак осврт на досадашња истраживања и сажет приказ садржаја, ова дисертација садржи још осам глава и преглед коришћене литературе.

У **Глави 2** су описане механичке и реолошке карактеристике бетона и челика као саставних делова армираног бетона, као и основне карактеристике тог композита. Констатује се да је с обзиром на реолошке карактеристике армираног бетона неминовна појава прслина у затегнутој зони бетона.

У **Глави 3** је дефинисана крутост армиранобетонског елемента напрегнутог на савијање у зависности од нивоа оптерећења, тј. напонско-деформацијске фазе у којој се носач налази. Разматра се зависност момент-кривина попречних пресека пре и после појаве прслина и анализирају фактори који утичу на ту зависност. Дефинисана је и ефективна крутост армиранобетонског штапа и наведени предлози за прорачун ефективне крутости присутни у литератури.

У **Глави 4** су дате теоријске основе анализе стања напона и деформације армиранобетонских елемената у домену дуготрајних експлоатационих оптерећења, на

којима се у овој дисертацији базира поступак прорачуна ефективних крутости тих елемената. На крају ове главе је приказан нови алгоритам за прорачун сила у пресецима и деформације армиранобетонских рамова у зависности од стања прслина узимањем у обзир утицаја течења и скупљања бетона.

Глава 5 дисертације је посвећена пакету рачунарских програма који су развијени за прорачун армиранобетонских линијских носача у зависности од стања прслина, на основу предложеног новог алгоритма. Описан је начин коришћења нових програма и дат пример прорачуна, који је послужио и за верификацију тих програма поређењем неких од добијених резултата аутора ове дисертације са резултатима експерименталног испитивања доступним у литератури.

У **Глави 6** су упоредно приказани и анализирани резултати статичког прорачуна одабраних армиранобетонских рамова применом класичног начина прорачуна, са карактеристикама неиспрскалих пресека, и применом предложеног алгоритма, са промењеним карактеристикама пресека услед појаве прслина дуж елемената армиранобетонских рамова, и то помоћу софтвера развијеног у току рада на дисертацији. Прерасподела статичких утицаја у статички неодређеним армиранобетонским рамовима услед појаве прслина приказана је на дијаграмима момената савијања у пресецима, као и помоћу вредности померања и обртања карактеристичних пресека које су дате табеларно. На крају ове главе су изведени закључци о утицају промене крутости услед појаве прслина на прерасподелу момената савијања у пресецима, и максималне вредности померања и обртања пресека армиранобетонских рамова.

У **Глави 7** је приказана упоредна анализа својствених вредности и облика осциловања одређених применом класичног поступка и предложеног алгоритма помоћу нумеричких примера шест тробродних рамова, и изведени закључци.

У уводном делу **Главе 8** укратко је објашњена суштина мултимодалне спектралне анализе, која је коришћена у сеизмичком прорачуну применом класичног поступка, као и применом предложеног алгоритма. Приказан је део резултата нумеричких примера тробродних рамова (оних који су разматрани и у Глави 7), и изведени закључци о утицају промене крутости на померање пресека армиранобетонских рамова услед пројектних сеизмичких сила.

У **Глави 9** су дате завршне напомене, закључци и назначени правци даљег рада.

2 ОСНОВНЕ МЕХАНИЧКЕ И РЕОЛОШКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ МАТЕРИЈАЛА

Армирани бетон је композитни материјал сачињен од бетона и челика, два грађевинска материјала различитих механичких особина, спојених у јединствен материјал за пријем напрезања. Ефикасан заједнички рад ова два материјала је могућ захваљујући приањању бетона уз челик, скоро једнаким коефицијентима линеарног термичког ширења бетона и челика, као и заштити уграђеног челика од корозије бетонским слојем. С друге стране, неке разлике у физичким карактеристикама бетона и челика утичу на разарање везе између њих, тако да може доћи до клизања арматуре кроз бетон, локалних деформација и прслина.

Челични део пресека се може у домену радних напона сматрати хомогеним материјалом, чије је понашање линеарно еластично. Бетон је хетероген материјал који се састоји од цементног камена, агрегата и воде, чије механичке карактеристике је релативно тешко прецизно дефинисати. Сматра се да је постојање финих микропрслина у цементном камену, посебно на контакту цементни камен-агрегат у иницијалном стању, дакле пре наношења било каквог оптерећења, узрок нелинеарног понашања бетона под оптерећењем. У циљу анализе заједничког рада бетона и челика, као саставних материјала армираног бетона, најпре су укратко приказане њихове основне механичке, тј. напонско-деформацијске карактеристике, претежно на основу референци [1], [8] и [42] .

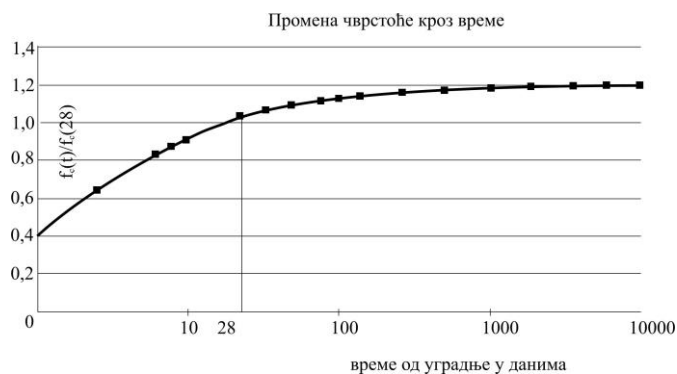
2.1 Бетон

Отпорност бетона на дејство спољашњих сила дефинисана је чврстоћом, док су промене облика и димензија бетонских елемената под дејством спољашњих сила, утицаја температуре и скупљања бетона одређене деформацијским карактеристикама бетона. Резултати бројних истраживања механичких карактеристика, односно понашања бетона у разним условима и стањима у којима може да се нађе као конструкцијски материјал, указују недвосмислено на његов вискоеластопластичан карактер. Везе напон-деформација за бетон су нелинеарне и при малим нивоима оптерећења и различите су за затезање и притисак. Чак и при релативно малим напонима затезања долази до појаве прслина у бетону. Повећање оптерећења доводи до изразито нелинеарног понашања, развоја прслина, што има за последицу квалитативне и квантитативне промене локалног стања напона, као и интегралног понашања конструкције. Дакле, понашање армиранобетонских конструкција је пре и после појаве прслина квалитативно различито.

Чврстоћа бетона при притиску f_b је основна механичка особина бетона, која зависи од низа фактора, а посебно од састава бетона, врсте и количине цемента, водоцементног фактора, додатака бетону, квалитета уграђивања, облика, димензија, старости и начина неговања бетона. Начин одређивања чврстоће бетона на притисак прописан је одговарајућим стандардима у различитим земљама. Уобичајено је да се она одређује при старости од 28 дана, чиме је одређена марка или класа бетона. Услед временског процеса хидратације цемента, чврстоћа зависи од старости бетона, односно времена које је протекло од завршетка уградње бетона. Како је чврстоћа бетона на притисак његова основна карактеристика, промена ове вредности током времена указује и на карактер промене свих осталих механичких и реолошких карактеристика бетона.

Чврстоћа бетона при затезању f_{bz} је знатно мања, у просеку чак више од 10 пута од чврстоће бетона при притиску f_b , при чему тај однос расте са порастом чврстоће бетона при притиску. Познавање чврстоће бетона при затезању је од великог значаја за прорачун граничних стања употребљивости бетонских конструкција. Чврстоћа бетона при затезању зависи од великог броја параметара, пре свега од врсте и количине цемента и водоцементног фактора, гранулометријског састава, услова и начина уграђивања и неговања бетона, релативне влажности, температуре околне средине и старости бетона у тренутку испитивања.

Развој чврстоће кроз време квалитативно је приказан на слици 2.1. Уочава се бржи прираст чврстоће у почетном периоду (до 28 дана), а затим чврстоћа тежи асимптотској вредности са блажим прирастом. Генерално, у првих 28 дана чврстоћа бетона постиже око 70%-80% своје коначне вредности.



Слика 2.1 Развој чврстоће бетона кроз време према МС90 за цемент класе N

Деформације бетона зависе од низа фактора од којих су најважнији: састав бетона, старост бетона од тренутка наношења оптерећења, интензитет, трајање и карактер оптерећења, као и влажност и температура околине. Деформације бетона настају услед деловања спољашњег оптерећења или принудних деформација, температурних промена и скупљања бетона. У најопштијем случају укупна дилатација бетона у произвољном тренутку времена t , при аплицирању константног напона ($\sigma(t_0)$) у тренутку t_0 може се представити као:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t_0) + \varepsilon_\phi(t) + \varepsilon_s(t) + \varepsilon_T(t), \quad (2.1)$$

где је:

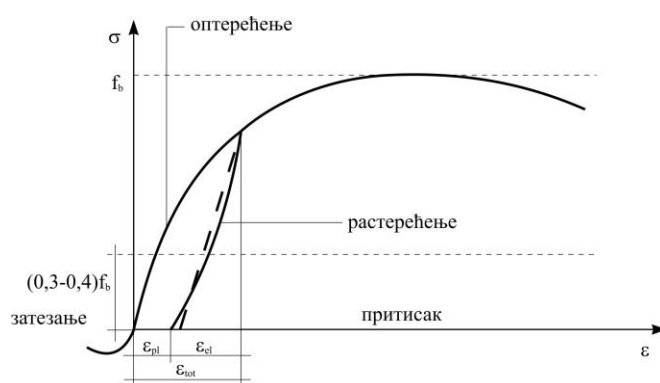
- $\varepsilon_e(t_0)$ – тренутна дилатација при наношењу оптерећења,
- $\varepsilon_\phi(t)$ – вискозна дилатација као последица напона – течење ($t > t_0$),
- $\varepsilon_s(t)$ – напонски независна дилатација – скупљање,
- $\varepsilon_T(t)$ – напонски независна дилатација услед температурних промена (у условима константне температуре овај део се изоставља).

Деформације бетона се састоје од еластичних и пластичних, као и вискоеластичних и вископластичних деформација. При експлоатационим напонима (напони испод 40% чврстоће на притисак бетонске призме), при краткотрајном оптерећењу се, са довољном тачношћу, може сматрати да се бетон понаша као

еластичан материјал, па је статички модул еластичности при једноосијалном притиску једна од најзначајнијих особина бетона. Под модулом еластичности бетона подразумева се нагиб на дијаграму $\sigma - \epsilon$ за бетон у координатном почетку, односно почетни тангентни модул. Тај нагиб је приближно једнак нагибу дијаграма, тј. секантном модулу, при брзом растерећењу.

Поред тренутних деформација, у бетону се јављају и деформације зависне од времена. То су скупљање и течење бетона под дуготрајним дејством спољашњег оптерећења или принудних деформација.

Краткотрајна оптерећења су она оптерећења која делују у периоду од неколико минута па до неколико сати (за горњу границу се обично усваја 2 часа). Деформације бетона под краткотрајним оптерећењем зависе од састава бетона, врсте напрезања, чврстоће и старости. Карактеристичан радни дијаграм (графички приказ односа између напона и дилатације за краткотрајно оптерећење) бетона приказан је на слици 2.2.



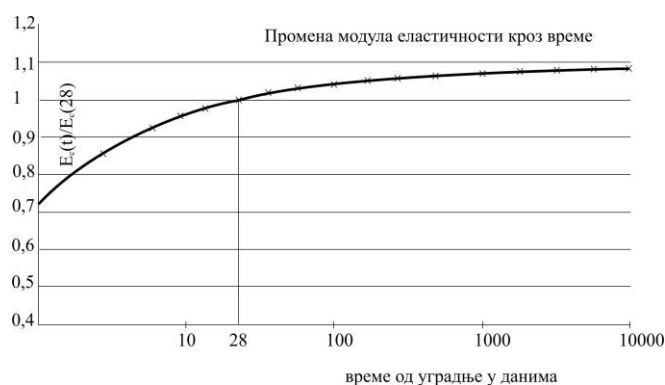
Слика 2.2 Карактеристичан радни дијаграм бетона за оптерећење и растерећење

Експерименти показују да је веза између напона и деформација у случају краткотрајног – тренутног оптерећења нелинеарна за читаво напонско подручје, али та нелинеарност је релативно благо изражена све док апсолутне вредности напона, било притиска или затезања, не пређу границу $0,5 f_{bk}$ (f_{bk} је карактеристична чврстоћа бетона при притиску). Код дуготрајних процеса ова граница почиње већ од $0,3 f_b$. Укупна дилатација постигнута у процесу оптерећења се састоји од еластичне (повратне) и пластичне (неповратне). Силазна грана радног дијаграма (растерећење) такође је нелинеарна. С обзиром да је крива $\sigma - \epsilon$ нелинеарна може се говорити о тангентном и секантном модулу еластичности бетона. Као што је већ истакнуто, при напонима мањим од $0,3 f_b$ до $0,5 f_b$ нелинеарност је довољно блага, те се тангентни и секантни модул еластичности поклапају и тај параметар се дефинише као модул еластичности бетона који се најчешће користи у пракси. Због тога се у домену експлоатационих

напона може сматрати да је веза између напона и деформација у бетону у сваком поједином временском тренутку линеарна. При порасту интензитета краткотрајног оптерећења, када напон у бетону прекорачи такозвану „Бергову“ границу $\sigma_b \cong 0,5 f_b$, долази до изражених пластичних деформација. То практично значи да се у подручју радних напона веза између напона и дилатације у бетону услед краткотрајног оптерећења може описати као:

$$\sigma = E \varepsilon. \quad (2.2)$$

Модул еластичности бетона је такође функција старости бетона при наношењу оптерећења. Он расте са старошћу, слично као и чврстоћа бетона и може се сматрати да после 28 дана остварује 70-80% коначне вредности. Промена модула еластичности током времена бележи брз пораст у првих 28 дана, након чега се мења врло споро. На слици 2.3 квалитативно је приказана промена модула еластичности бетона током времена.



Слика 2.3 Промена модула еластичности бетона кроз време према МС90, цемент класе N

За бетоне оптерећене у уобичајеној старости, у прорачунима у пракси се углавном не води рачуна о промени модула еластичности бетона у току времена, па се усваја да је:

$$E_b(t) = E_b(t_0) = \nu E_b \quad (2.3)$$

где је:

- E_b – почетни модул еластичности бетона
- $E_b(t_0)$ – модул еластичности бетона у тренутку наношења оптерећења t_0 ,
- $E_b(t)$ – модул еластичности бетона у тренутку посматрања носача t ,
- ν – коефицијент редукције почетног модула еластичности бетона због нелинеарности $\sigma - \varepsilon$ дијаграма. У пракси се са довољном тачношћу усваја вредност $\nu = 0,9 \div 1,0$.

Резултати бројних лабораторијских испитивања, као и испитивање готових бетонских конструкција **током времена**, показују да бетон у напругнутом стању поседује еластичну и пластичну деформацију, које су по свом карактеру вискозне, односно функције времена. Поред тога, и у случају да нема спољашњег напрезања, у бетону се током времена развија напонски независна дилатација као последица физичко-хемијских процеса у цементу, позната као скупљање.

Скупљање бетона се дефинише као смањење димензија неоптерећених бетонских елемената. Оно је резултат смањења запремине при хидратацији цемента и хигрометријских процеса који изазивају промене у садржају слободне воде и микро и макро порама у структури бетона. Овај процес траје 3 до 5 година и претежно је вископластичан. На њега значајан утицај има величина релативне влажности околине и то како на брзину, тако и на крајњу меру скупљања.

Временски ток и коначне вредности скупљања зависе од релативне влажности, температуре, димензија елемената, састава бетонске мешавине, начина уградње и неге бетона. При томе, нега бетона утиче на временски ток скупљања у смислу одлагања почетка скупљања, док крајње вредности скупљања, при константним вредностима осталих параметара, остају исте. Деформација скупљања се може назвати и напонски независном деформацијом јер се одвија без присуства напона у бетону.

На слици 2.4 дат је квалитативан приказ промене дилатације услед скупљања у току времена, у условима константне температуре и влажности средине. Треба напоменути да при повећању температуре расте и дилатација скупљања, а да се смањује са повећањем влажности. Време од кога се бележи скупљање, односно старост бетона, одговара тренутку престанка неге.



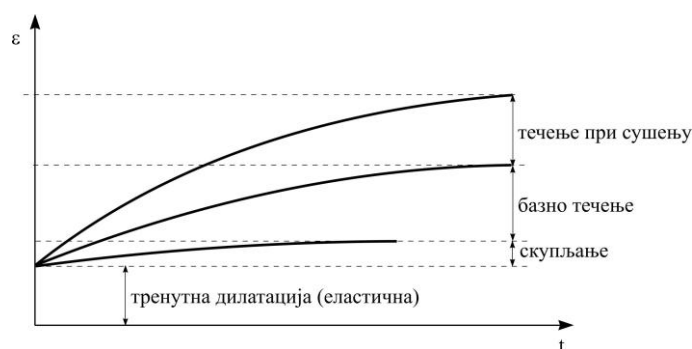
Слика 2.4 Промене дилатације скупљања бетона током времена – време неге 3 дана

Течење бетона је промена дилатације која се развија током времена при константном напонском стању. Течење се развија само у присуству напона, за разлику од скупљања, које се одвија и без присуства напона у бетону. Промена дилатације током времена је последица истовременог скупљања и течења бетона. Уобичајено је да се ова два феномена посматрају као међусобно независни, што омогућује просту суперпозицију дилатација скупљања и течења.

Дефинишу се два типа течења зависно од стања влажности околине:

- базно течење, које се одвија у условима када нема промене влажности и обично се дефинише као течење узорака који се налазе у води,
- течење при сушењу, које се може објаснити као повећање течења при губитку влаге.

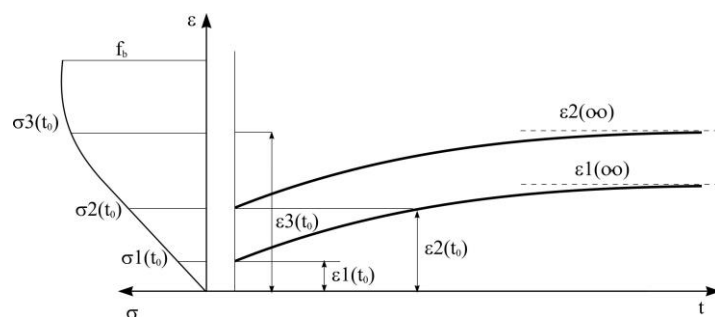
Укупна промена дилатације бетона током времена под дејством константног напона приказана је на слици 2.5.



Слика 2.5 Симултано деловање течења и скупљања

Деформација течења током времена монотонно расте и при томе су могућа два случаја зависно од нивоа напона:

- дилатација асимптотски достиже своју крајњу вредност,
- дилатација расте до лома елемента.

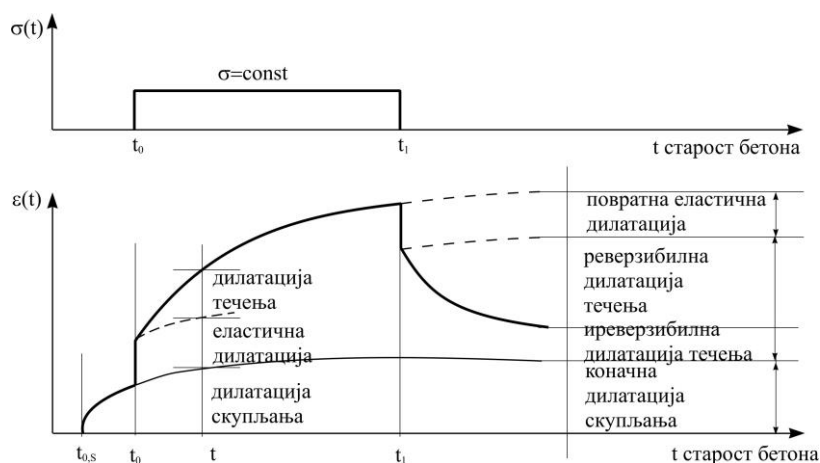


Слика 2.6 Дилатације течења током времена зависно од нивоа напона

Дилатација течења достиже крајњу, асимптотску вредност у подручју радних напона, односно на оном делу радног дијаграма бетона где се веза између напона и дилатација може сматрати линеарном, што је квалитативно приказано на слици 2.6. Ово течење се назива линеарно течење, а теорија – линеарна теорија течења код које важи да однос прираштаја дилатација течења и тренутне (еластичне) дилатације не зависи од напона:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{\varphi}}{\varepsilon_{el}} \neq f(\sigma). \quad (2.4)$$

Коефицијент течења φ се дефинише као однос дилатације течења и тренутно еластичне деформације. У домену линеарне теорије течења коефицијент течења не зависи од интензитета напона. С друге стране, тренутно еластична дилатација зависи од тренутка аплицирања напона, с обзиром на промену модула еластичности током времена. Различити прописи, у складу са тиме да ли као тренутно еластичну деформацију усвајају стварну (у посматраном тренутку времена) или номиналну (при старости од 28 дана), различито описују коефицијент течења. Функција течења којом је дата веза између константног напона и дилатације у произвољном тренутку времена је међутим увек дефинисана на исти начин.



Слика 2.7 Дилатације током времена при дуготрајном оптерећењу и растерећењу

Експерименти су показали да се под утицајем спољашњих сила произвољног временског трајања, у домену линеарне теорије течења, код бетона јављају три типа деформација (дилатација), које су приказане на слици 2.7:

- тренутно еластичне,
- вискозно еластичне,
- виско пластичне.

Код сва три типа деформације региструје се утицај старости бетона од тренутка наношења оптерећења. На основу ових особина бетон се дефинише као **вискоеластопластичан материјал са изразитим особинама старења**.

У домену експлоатационих оптерећења конструкције, при нивоима радних напона, важи **линеарна теорија течења бетона**. У линеарној теорији течења, у случају константних напона, дилатација бетона у тренутку t пропорционална је напону са функцијом течења $J(t, t_0)$, према следећем изразу:

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} (1 + \varphi(t, t_0)) = \sigma_b(t_0) J(t, t_0), \quad (2.5)$$

где су:

- $\varepsilon_b(t, t_0)$ – укупна напонски зависна дилатација бетонског елемента у тренутку t услед константног напона $\sigma(t_0)$,
- $\sigma_b(t_0)$ – напони у бетону у тренутку оптерећења t_0
- $\varphi(t, t_0)$ – коефицијент течења (однос дилатације течења у тренутку времена t и тренутно еластичне дилатације у тренутку наношења оптерећења t_0),
- $J(t, t_0)$ – функција течења $J(t, t_0) = (1 + \varphi(t, t_0)) / E_b(t_0)$.

Очигледно је да је функција течења одређена уколико је позната функција промене модула еластичности бетона током времена, као и коефицијент течења, који је функција две променљиве: старости бетона у тренутку наношења оптерећења и времена трајања оптерећења. Како се показало да промена модула еластичности бетона током времена није толико изражена, она се често може занемарити, па је најважнији фактор при одређивању функције течења управо коефицијент течења.

Експериментално је утврђено да коефицијент течења зависи од бројних фактора од којих су најважнији: састав мешавине, чврстоћа бетона, релативна влажност и температура, облик и димензије попречног пресека, трајање оптерећења и старост бетона у тренутку наношења оптерећења.

У оквиру реологије бетона дефинишу се модели са реолошким константама као функцијама времена и старости, који настају модификацијом постојећих класичних реолошких модела (Хуково тело, Њутново тело и Сент Венаново тело), везаних у низ или паралелно, поштујући промене механичких карактеристика бетона током времена.

Математичке формулације за механичке и реолошке карактеристике материјала могу се наћи у препорукама и националним прописима различитих земаља, у циљу што бољег описивања наведених појава. Базиране на експериментално утврђеном понашању бетона, имају за циљ да се утицаји у конструкцији што реалније предвиде.

Следи кратак приказ карактеристика бетона како су дефинисане у **правилнику БАБ 87** [74].

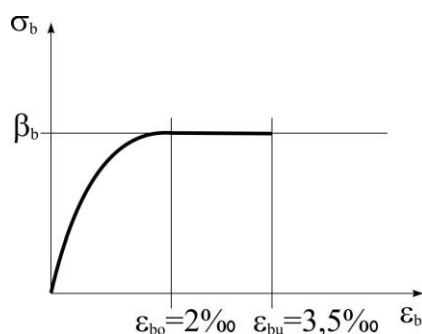
Чврстоћа бетона при притиску се одређује на коцкама ивице 20cm, као карактеристична чврстоћа f_{bk} . У правилнику БАБ 87 је дата и табела за однос чврстоће на притисак нормне коцке ивице 20cm у односу на друга тела и она је за 20% већа него код цилиндра пречника 15cm и висине 30cm. Што се тиче промене чврстоће на притисак у току времена, правилник упућује на упредно експериментално утврђивање.

За *средњу чврстоћу бетона при аксијалном затезању*, ако се не располаже резултатима испитивања, може се узети:

$$f_{bzm} = 0,25 \sqrt[3]{f_{bk}^2}, \quad (2.6)$$

где је f_{bk} и f_{bzm} у МПа.

Према правилнику БАБ 87, за прорачун пресека према граничном стању носивости, који су напрегнути на савијање, савијање нормалном силом, или само нормалном силом притиска, узима се дијаграм напон-деформација (σ_b/ϵ_b) притиснутог бетона у облику квадратне параболе $\sigma_b = \frac{f_b}{4} - (4 - \epsilon_b)\epsilon_b$ у интервалу $0‰ \leq \epsilon_b \leq 2‰$, а у облику праве $\sigma_b = f_b$ у интервалу $2‰ \leq \epsilon_b \leq 3,5‰$. слика 2.8.



Слика 2.8 Радни дијаграм парабола и права за бетон - правилник БАБ87

Средње вредности *модула еластичности бетона*, које одговарају старости бетона од 28 дана, могу се одредити према следећем изразу:

$$E_b = 9,25 \sqrt[3]{f_{bk} + 10}, \quad (2.7)$$

где је f_{bk} карактеристична чврстоћа у МПа, док се модул еластичности изражава у ГПа. Израз (2.6) се може применити и за бетоне различите старости од 28 дана, уз коришћење претпостављене или експериментално одређене карактеристичне чврстоће бетона на притисак одговарајуће старости.

У правилнику БАБ87 је дата табела коначних вредности скупљања за неармиране бетоне, који се одржавају у влажном стању најмање првих седам дана, при температури од 20°C, у зависности од релативне влажности средине и средње дебљине елемента одређене изразом:

$$d_m = \frac{2A_b}{O}, \quad (2.8)$$

где је A_b површина попречног пресека бетонског елемента (у cm^2), а O је обим попречног пресека елемента у додиру са ваздухом (у cm). У погледу могућих температурних варијација не дају се никакве препоруке, већ само препоруке у односу на конзистенцију свежег бетона. Што се тиче временског тока скупљања, када вредности нису експериментално одређене, могу се користити оријентационе вредности, које су дате табеларно у зависности од влажности, средње дебљине пресека и времена протеклог од престанка неге.

Коефицијент течења се дефинише као однос вискозне и тренутно еластичне деформације у тренутку оптерећења.

Укупна напонски зависна дилатација дефинисана је са:

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} (1 + \varphi(t, t_0)). \quad (2.9)$$

Коначне вредности коефицијента течења дате су у зависности од старости бетона у тренутку наношења оптерећења, релативне влажности средине и средње дебљине пресека. Што се тиче зависности коефицијента од старости бетона у тренутку оптерећења и времена под оптерећењем, табеларно су дате величине које описују временски ток коефицијента течења, зависно од старости бетона и трајања оптерећења. При томе се претпостављају услови приближно константне влажности и температуре. Правилник предвиђа корекције само у зависности од конзистенције свежег бетона.

Уместо интегралног облика везе напона и дилатација у бетону, за прорачунавање утицаја течења и скупљања бетона у елементима и конструкцијама може се користити алгебарска веза напона и дилатација у бетону у облику:

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{1}{E_b(t_0)} [\sigma_b(t) - \sigma_b(t_0)] [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)] + \varepsilon_s(t, t_0) \quad (2.10)$$

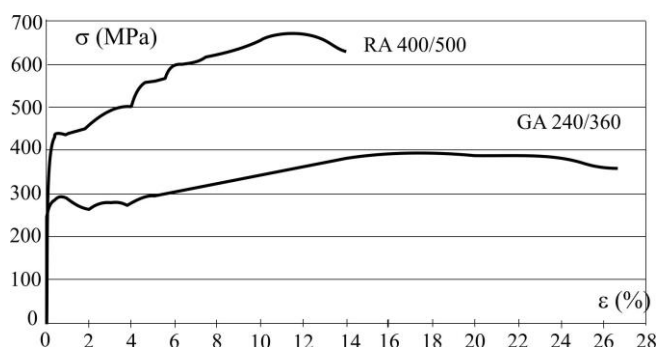
- $\varepsilon_b(t, t_0)$ је укупна дилатација бетона у тренутку времена t услед дејства напона од тренутка t_0 и утицаја деформација независних од напона (скупљање бетона) у интервалу времена $(t-t_0)$;
- $\sigma_b(t_0), \sigma_b(t)$ су напони у бетону у тренутку оптерећења t_0 и тренутку времена t ,
- $\varphi(t, t_0)$ је коефицијент течења бетона,
- $\varepsilon_s(t, t_0)$ је дилатација услед скупљања бетона у интервалу времена $(t-t_0)$,
- $E_b(t_0)$ је модул еластичности бетона у тренутку нахођења оптерећења t_0 ,
- $\chi(t, t_0)$ је коефицијент старења. За уобичајене старости бетона и историје експлоатационих оптерећења армиранобетонских конструкција за коначну вредност коефицијент старења може се узети $\chi_\infty = \chi(t_\infty, t_0) = 0,75$ до 0,85.

2.2 Челик за армирање

У основне механичке карактеристике челика за армирање спадају: граница развлачења σ_v , чврстоћа при затезању β_a и модул еластичности E_a . Дијаграм напон – дилатација за најчешће коришћене бетонске челике приказан је на слици 2.9.

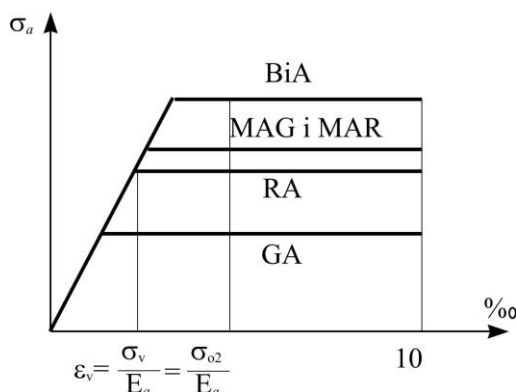
Како се са дијаграма може видети, бетонски челик се у домену радних напона понаша као идеално еластичан материјал, са модулом еластичности као односом напона и дилатације све до границе развлачења. Ова граница је добро изражена и код GA 240/360 и код RA 400/500. Наведене карактеристике се доказују испитивањем узорка по тачно прописаном поступку, при монотонно растућој затежућој сили. Сматра се да се основне механичке карактеристике меке арматуре не мењају током времена. Вредности тих величина су назначене уз одговарајућу врсту арматуре и са њима се

улази у прорачун као са константама. Може се узети са довољном тачношћу да се челик при притиску понаша исто као при затезању.



Слика 2.9 Дијаграми напон – дилатација за бетонски челик

У правилнику БАБ 87 узима се за рачунски дијаграм челика ($\sigma_a - \epsilon_a$) билинеарни радни дијаграм са граничном чврстоћом челика једнаком граници развлачења σ_v , односно σ_{02} и највећим допуштеним дилатацијама челика $\epsilon_a = 10\%$, слика 2.10.



Слика 2.10 Радни дијаграм за челик - правилник БАБ 87

2.3 Комбинација бетона и челика – армирани бетон

Сва битна својства армираног бетона, као што су носивост, деформбилност, појава и ширина прслина, као и трајност, одређена су садејством бетона и арматуре. Ефикасан заједнички рад бетона и челика је могућ захваљујући:

- *приањању бетона уз челик*, до којег долази услед процеса стврдњавања бетона, при коме се бетонска маса скупља, бетон стеже челичне шипке, услед чега се јављају силе трења које спречавају њихово клизање. Клизање је спречено и услед силе

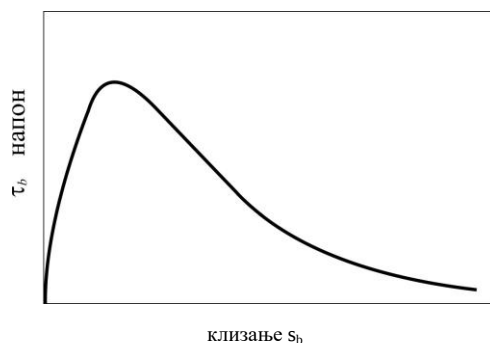
слепљивања колоидне масе бетона са челиком, као и извесних неравнина на површини челичних шипки;

- скоро једнаким коефицијентима линеарног термичког ширења бетона и челика (за бетон, према врсти агрегата, од 0,000014 до 0,000007, а за челик 0,000012) услед чега се у овом комбинованом материјалу при температурним променама јављају само незнатни унутрашњи напони. У исто време бетон, као релативно лош проводник топлоте, штити челик од наглих промена температуре;

- заштити уграђеног челика од корозије бетонским слојем.

С друге стране, разлике у физичким карактеристикама бетона и челика утичу на разарање везе између њих, тако да може доћи до клизања арматуре кроз бетон, локалних деформација и прслина [21].

Дефинисање карактеристика везе на споју бетон-арматура и утицај квалитета те везе на укупно понашање армиранобетонских елемената је важан задатак при проучавању нелинеарног понашања конструкција под оптерећењем, а подразумева одређивање везе између карактеристичних напрезања и померања, тј. смичућих напона τ_b и s_b , облика $\tau_b = \tau_b(s_b)$. Типичан облик $\tau_b - s_b$ криве добијене експериментално је приказан на слици 2.11.

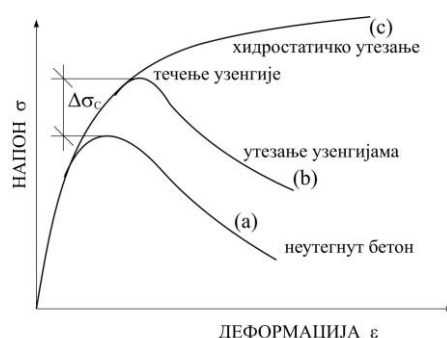


Слика 2.11 Понашање везе бетон-челик при монотонном оптерећењу [47]

Појаве скупљања и бубрења бетона веома су важне за армиранобетонске конструкције јер се услед њих јављају почетни (сопствени) напони у бетону и арматури. Течење бетона изазива у армираним пробним телима знатно мање деформације (1,5 до 2 пута мање него у неармираним) и зависи од процента армирања. Што је мањи проценат армирања то је већи прираст деформација. У армиранобетонском стубу скупљање и течење бетона под сталним оптерећењем су у једном правцу, растеређују бетон и повећавају напоне у арматури. У елементима који

напрегнути на савијање (гредама), скупљање и течење бетона су у супротном смислу [83].

У пракси су елементи конструкција армирани подужном и попречном арматуром. Велики број испитивања је извршен ради анализе утицаја попречне арматуре на понашање армиранобетонских елемената. Резултати су показали да постојање попречне арматуре има значаја код притиснутих елемената тек при напрезањима једнаким и већим од једноаксијалне чврстоће бетона, јер тада попречне деформације бетона расту услед прогресивног настајања унутрашњих прслина у бетону. Ширећи се, бетон напреже узенгије. Реактивно делујући на бетон, узенгије врше утезање језгра бетонског пресека.



Слика 2.12 Ефекат различитих начина утезања

На слици 2.11 приказани су ефекти различитих начина утезања на чврстоћу и деформабилност. Потребно је истаћи да у случају обичних узенгија (б), њихов утицај постоји само од почетка течења арматуре узенгија. Употреба челика високе отпорности за израду узенгија даје веће попречне напоне у бетону, што значи и повољније ефекте. Међутим, не сме се употребити челик подложен кртом лому јер у овом случају пуцање узенгија доводи до тренутног дробљења утегнутог бетона. Максимални размак узенгија треба да је толики да се спречи извијање пластификованих притиснутих челичних шипки. На пример, Правилник за сеизмику [73] захтева да у зони пластичних зглобова размак не сме бити већи од 7,5 cm и да узенгије морају бити преклопљене по целој краћој страни. Дакле, бетон кад је бочно утегнут и довољно подужно армиран може да издржи велике напоне притиска и деформације, тј. добија карактеристике дуктилног материјала.

Брзина наношења оптерећења такође значајно утиче на везу $\sigma_b - \varepsilon_b$, тако што при већим брзинама наношења оптерећења материјал прихвата и преноси веће утицаје.

3 ЭФЕКТИВНА КРУТОСТ ЕЛЕМЕНАТА АРМИРАНОБЕТОНСКОГ РАМА

3.1 Уводне напомене

Стање напона и деформације пресека мења се у зависности од величине оптерећења које делује на армианобетонски елемент. Понашање армианобетонског носача у области напонско-деформацијских фаза I, II и III квалитативно је приказано на слици 3.1, као зависност угиба греде од интензитета оптерећења P . Разликује се стање пре појаве прслина (фаза I), стање са умереним прслинама (фаза II) и стање са израженим пластичним деформацијама (фаза III). До достизања граничног стања експлоатације армианобетонски елемент треба да обезбеђује сигурност, трајност и функционалност, што значи да напони, као и прслине и деформације треба да буду у границама дозвољених вредности.



Слика 3.1 Дијаграм угиб-оптерећење код армианобетонског носача оптерећиваног поступно од нуле до силе лома P_u

При порасту оптерећења од нуле до силе лома, однос оптерећење - угиб пролази кроз следеће карактеристичне фазе:

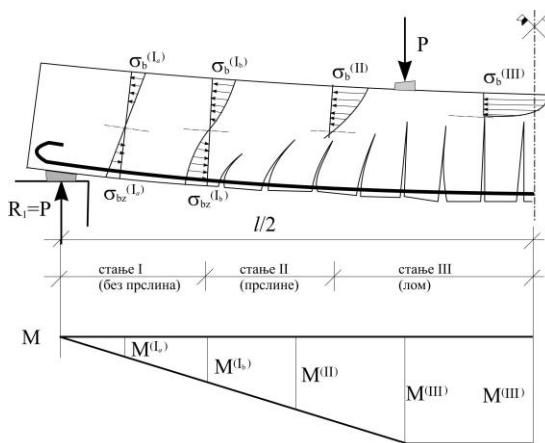
- **фаза I** – у елементу нема појаве прслина, тако да се крутост елемента рачуна као крутост идеализованог пресека. Веза угиб - оптерећење је линеарна. Ова фаза је ограничена интензитетом оптерећења P_I које одговара појави прве прслине;

- **фаза стварања прслина** – повећањем оптерећења преко интензитета P_I стварају се дуж носача прслине, чиме практично опада крутост елемента на савијање. Веза оптерећење - угиб знатније одступа од линеарне. Са извесним степеном оптерећења P^* ствара се основна мрежа прслина која одговара стабилизованом стању прслина;

- **фаза II** – са даљим порастом оптерећења не ремети се основна мрежа прслина, јер напони приањања не могу да пренесу велику силу затезања са арматуре у пресеку са прслином на бетон између две прслине, како би се омогућило стварање нове прслине. Крутост елемента је променљива, тако да је у пресецима са прслином дефинисана као крутост активног пресека (притиснути део бетонског пресека, притиснута и затегнута арматура), а у пресецима између прслина на величину крутости утиче и затегнути део бетонског пресека. Удео затегнутог дела бетонског пресека између две прслине на крутост пресека мора се узети у обзир при прорачуну деформација. Експерименти показују да је дијаграм оптерећење - угиб скоро линеаран;

- **фаза лома** – при величини оптерећења P_u долази до почетка пластификације арматуре у пресеку, а са даљим повећањем оптерећења угиби нагло расту уз минималан прираштај оптерећења, што практично значи да се крутост елемента нагло смањује.

Сва ова стања могу се истовремено појавити на једној армианобетонској греди оптерећеној до лома, и то у пресецима са различитим вредностима момента савијања, као што је приказано на слици 3.2.



Слика 3.2 Приказ карактеристичних напонско - деформацијских стања на АБ простој греди оптерећеној двама концентрисаним силама до лома, поступно од нуле до силе лома P_u [1]

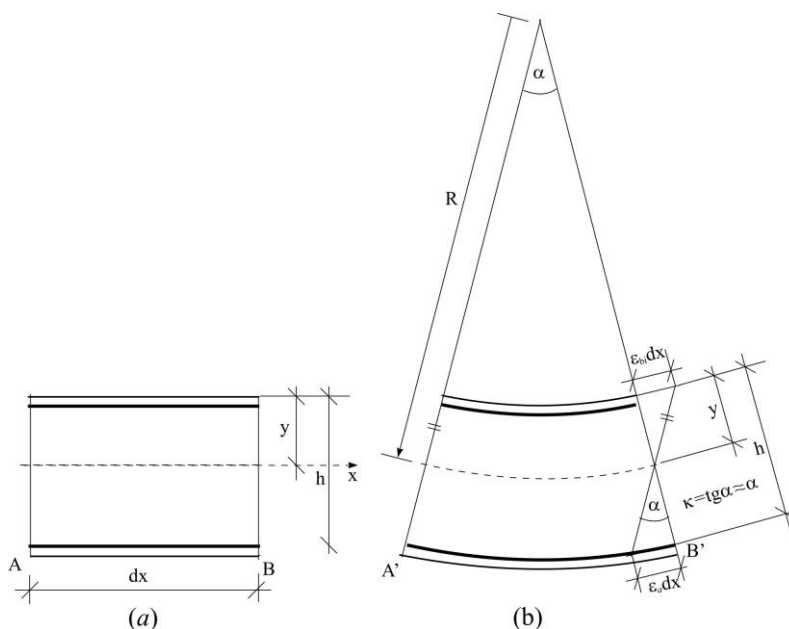
3.2 Кривина и крутост армианобетонског елемента напрегнутог на савијање

Кривина κ у пресеку армианобетонског штапа се може одредити, ако су познате дилатације арматуре и бетонских влакана, на основу слике 3.3, и то као:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\varepsilon_{bi} dx}{y} = \frac{\varepsilon_a dx}{h-y}, \quad (3.1)$$

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_{bi}}{y} = \frac{\varepsilon_a}{h-y} = \frac{\varepsilon_{bi} + \varepsilon_a}{h}. \quad (3.2)$$

Кривина се геометријски може представити као угао нагиба дијаграма дилатација.



Слика 3.3 Армианобетонски елемент: (а) пре деформације, (б) после деформације

Ако спољашње силе изазивају мале напоне, тако да се не прекорачи носивост бетона на затезање, под претпоставком да се при тако малим напрезањима бетон понаша еластично, на основу познатих веза из Статике линијских носача [70], кривина хомогеног идеализованог пресека се може изразити у облику:

$$\kappa = \frac{M}{E_b I_i}, \quad (3.3)$$

где је I_i момент инерције идеализованог (трансформисаног) хомогеног пресека. Армианобетонски пресек се посматра као пресек у коме су спрегнута два пресека: бетонски пресек и пресек укупне арматуре, при чему се пресек укупне арматуре додаје бетонском пресеку имајући у виду однос њихових модула еластичности $n = E_a/E_b$. У

практичним прорачунами се често I_i замењује моментом инерције чистог бетонског пресека I_b , занемарујући при том утицај арматуре. Дакле:

$$\kappa = \frac{M}{E_b I_b}. \quad (3.4)$$

Ако су спољашње силе изазвале прслине у пресеку, кривина се израчунава помоћу израза (3.2), с тим што се претходно одреде дилатације ивичног влакна бетона и затегнуте арматуре.

За случај експлоатационог оптерећења, када се још увек може применити Хуков закон и за бетон:

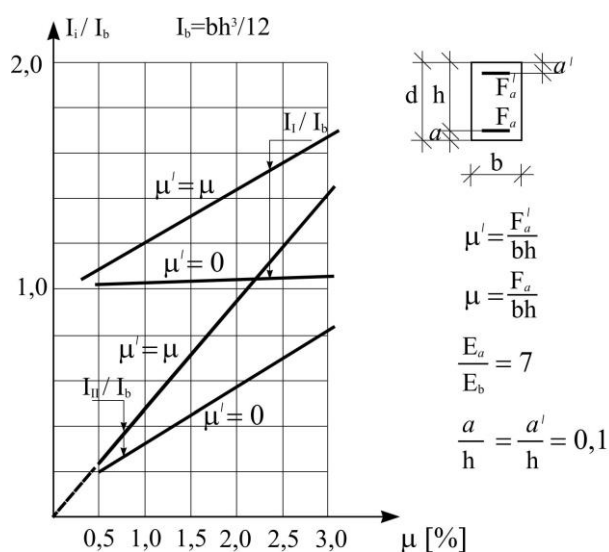
$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b, \quad (3.5)$$

положај неутралне линије у пресеку за случај чистог савијања је функција геометријских карактеристика пресека и односа $n = E_a/E_b$ и поклапа се са тежиштем активног пресека. Активни пресек чини притиснута зона бетона, притиснута и затегнута арматура. Тада се кривина може изразити као:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{bi} + \varepsilon_a}{h} = \frac{M}{E_b I_{II}}, \quad (3.6)$$

где је I_{II} момент инерције активног (испрскалог) пресека.

На слици 3.4 приказан је однос момената инерције пресека са прслином I_{II} и чистог бетонског пресека I_b , као и однос момената инерције хомогеног идеализованог пресека I_i и чистог бетонског пресека I_b за случај правоугаоног попречног пресека, у функцији процента армирања затегнутом и притиснутом арматуром, за линеарну везу напон - дилатација у бетону.



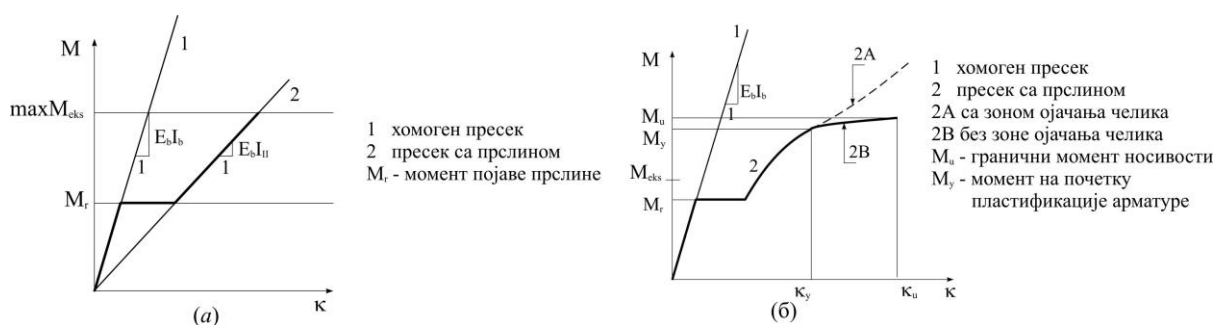
Слика 3.4 Утицај процента армирања на момент инерције пресека [3]

Као што се види, крутост пресека са прслином може бити знатно мања од крутости хомогеног бетонског пресека, што је од значаја код прорачуна деформација статички одређених носача и прорачуна утицаја у статички неодређеним носачима, због промене крутости елемената у зонама са прслинама.

Ако поред момента савијања у пресеку са прслином делује и нормална сила, положај неутралне линије постаје још и функција ексцентрицитета нормалне силе ($e=M/N$). Тада се неутрална линија у пресеку не поклапа са тежиштем активног пресека, тако да прво треба одредити положај неутралне линије, затим тежиште активног пресека, па затим у односу на тежиште срачунати момент инерције активног пресека I_{II} . У том случају важи једначина (3.6).

3.2.1 Анализа везе момент-кривина за пресек армианобетонског елемента

Понашање армианобетонског елемента у значајној мери зависи од везе момент-кривина. Зависност момент-кривина за пресек армианобетонског елемента који је оптерећен на савијање може се за линеарну везу напона и дилатације квалитативно приказати као комбинација линеарних функција, слика 3.5 (а), док за пресек са нелинеарним везама напон-дилатација изгледа као на слици 3.5 (б).



Слика 3.5 Зависност момент-кривина за: а) линеарне везе напона и дилатација; б) нелинеарне везе напона и дилатација.

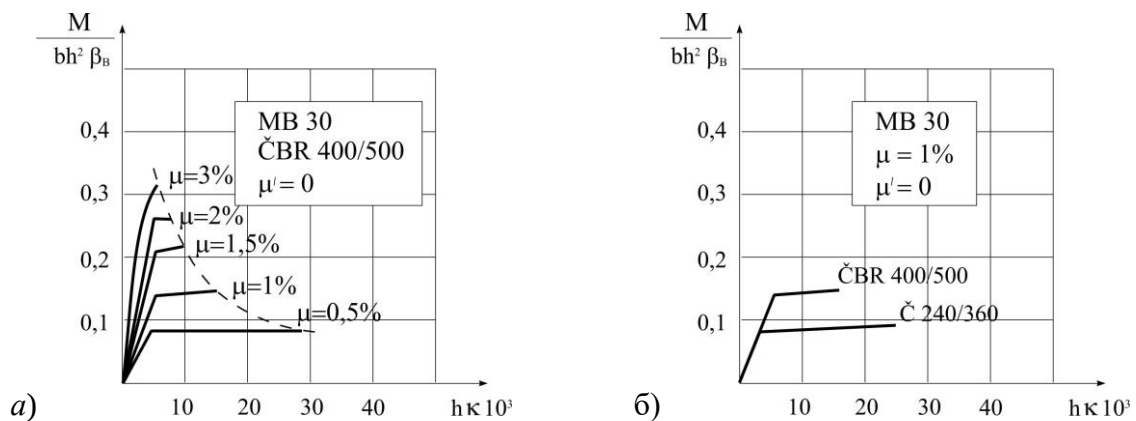
Зависност момент-кривина са слици 3.5 (б) за пресек са прслином (линија 2) није више линеарна, већ је криволинијска, мада доста блиска линеарној, све док напони у арматури не дођу до границе развлачења, када кривина нагло расте. Ако се крутост пресека са прслином за нелинеарне везе напон-дилатација дефинише као:

$$E \bar{I}_{II} = \frac{M}{\kappa}, \quad (3.7)$$

онда она геометријски представља тангенс угла сечице повучене из координатног почетка до криве зависности. Јасно је да је крутост пресека функција интензитета оптерећења (момента савијања), поред тога што зависи од геометријских карактеристика пресека и механичких особина бетона и челика. Крутост благо опада са порастом оптерећења све док напони у затегнутој арматури не достигну границу развлачења, када нагло опада због повећања дилатације арматуре.

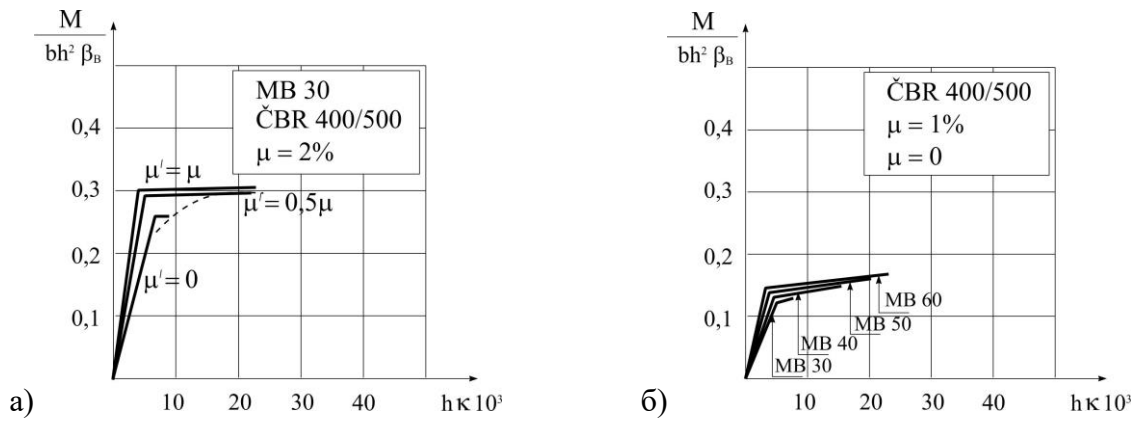
За анализу утицаја појединих параметара на везу момент-кривина усвојен је правоугаони попречни пресек. Следи анализа те зависности преузета из литературе [3]. Везе напон-дилатација за бетон и челик усвојене према правилнику БАБ 87, приказане су раније на слици 2.8 и слици 2.10.

На слици 3.6 (а) приказан је утицај процента армирања затегнутом арматуром. Повећањем процента армирања постижу се мање кривине при истом моменту савијања (пресеци су крући). Вредности граничне максималне кривине опадају са порастом процента армирања. На слици 3.6 (б) види се утицај врсте челика. Челици са мањом границом развлачења имају већу кривину при лому.



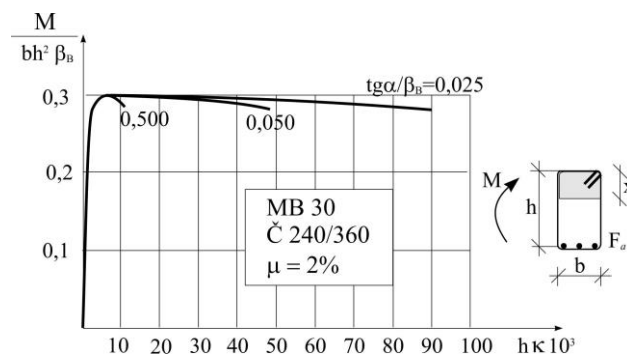
Слика 3.6 Утицај: а) процента армирања затегнутом арматуром; б) врсте челика на везу момент-кривина [3]

Притиснута арматура значајно утиче на повећање кривине при лому, слика 3.7(а), нарочито при вишим процентима армирања. Утицај марке бетона је релативно мали. Квалитетнији бетони обезбеђују пресеку нешто веће кривине при лому, слика 3.7(б).



Слика 3.7 Утицај: а) притиснуте арматуре и б) марке бетона на везу момент-кривина [3]

Дијаграм на слици 3.8 приказује утицај узенгија на величину кривине при лому. Вариран је угао нагиба силазне гране криве $\sigma_b - \epsilon_b$. Узенгије могу обезбедити постизање знатно веће кривине при лому, узимајући у обзир да се срачунате величине односе на језгро бетона утегнуто узенгијама.



Слика 3.8 Утицај узенгија на везу момент-кривина [3]

Може се закључити да су за оцену жилавости пресека најбитнији параметри врста челика, проценат армирања затегнутом, притиснутом арматуром и узенгијама.

3.2.2 Дуктилност кривине

Дуктилност је способност неке конструкције да трпи извесне нелинеарне деформације, а да при томе не дође до лома.

Дуктилност кривине пресека оптерећеног на савијање, или сложено савијање, дефинише се као однос кривине на граници лома κ_u и кривине у тренутку почетка пластификације арматуре κ_y :

$$D = \frac{\kappa_u}{\kappa_y}. \quad (3.8)$$

Дуктилност представља меру жилавости пресека. Што је дуктилност већа, то је способност обртања пресека при граничним моментима савијања већа. Могућност обртања пресека је значајан фактор прерасподеле утицаја код статички неодређених носача.

Теоријски, лом пресека може бити жилав и крт. Крт лом настаје када дилатација у бетону достигне граничну вредност пре него што дође до пластификације арматуре. Жилав лом настаје достизањем граничних дилатација бетона, али тек пошто арматура достигне границу развлачења. Крт лом је неповољан јер долази нагло, ненајављен и не омогућује прерасподелу статичких утицаја код статички неодређених носача због мале могућности ротације пресека. Жилав лом омогућује значајнију прерасподелу утицаја у статички неодређеним системима.

3.3 Ефективна крутост армиранобетонског штапа

Посматра се део армиранобетонског штапа коначне дужине, константних геометријских карактеристика (облик и димензије пресека, величина и положај арматуре у пресеку) оптерећен константним моментом савијања, слика 3.9. Ако је момент савијања M већи од момента појаве прслине M_r долази до појаве прслина дуж дела штапа на приближно еквидистантном растојању. У пресеку са прслином све напоне затезања преузима арматура, а на делу између прслина у преношењу напона затезања учествује у одређеној мери и затегнути део бетонског пресека на који се преноси део силе затезања из арматуре преко напона пријањања τ_p .

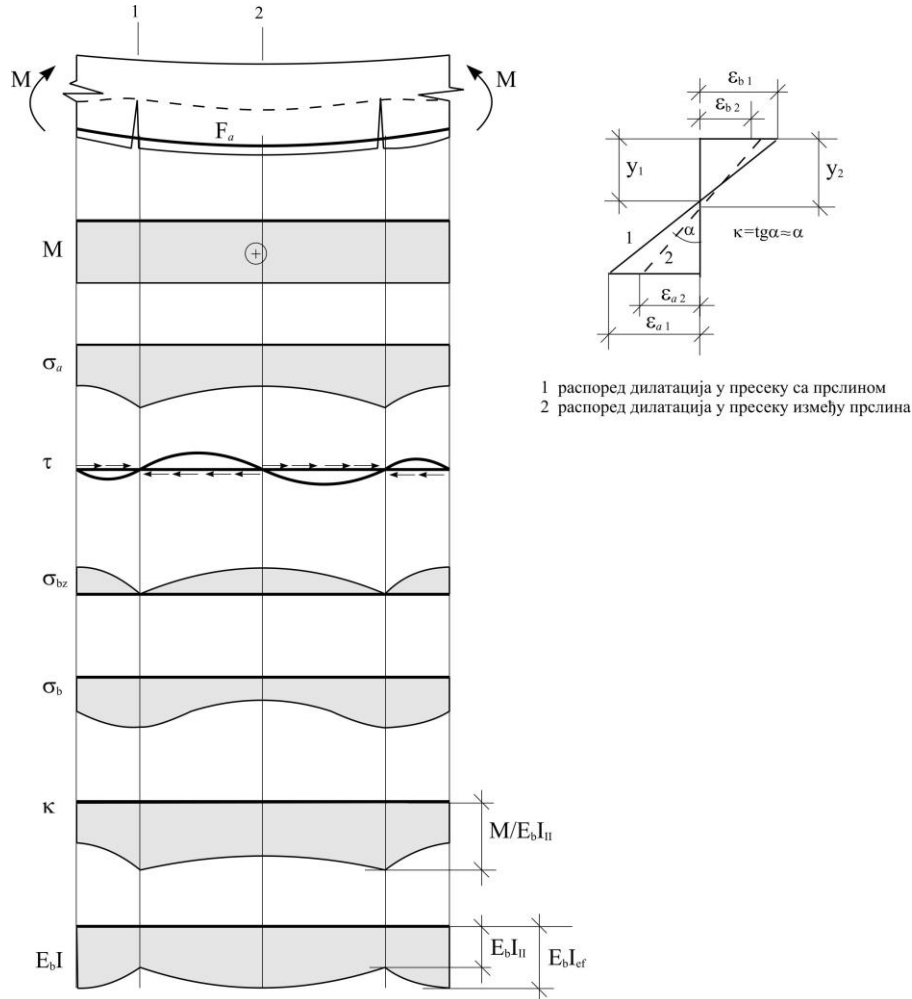
Напони у притиснутом делу бетонског пресека такође се мењају дуж штапа и највећи су на месту пресека са прслином, где је неутрална линија најближа притиснутој ивици бетона. Између прслина неутрална линија је нижа, а како у условима равнотеже учествује и део бетона који носи затезање, то су ивични напони притиска између прслина нешто мањи.

Ако је кривина у пресеку дефинисана изразом (3.6) онда је јасно да се она мења дуж штапа и да је највећа у пресеку са прслином где износи:

$$\kappa = \frac{M}{E_b I_{II}} = \frac{\varepsilon_{bi}^1 - \varepsilon_a^1}{h}, \quad (3.9)$$

а нешто је мања у пресецима између прслина. Ако се крутость елемента изрази као количник момента и кривине (3.10), она се мења обрнуто пропорционално кривини, тј. најмања је у пресеку са прслином ($E_b I_{II}$), а нешто већа између прслина:

$$E_b I = \frac{M}{\kappa}. \quad (3.10)$$



Слика 3.9 Промена напона у арматури и бетону, промена кривине и промена крутости за део армианобетонског штапа са прслинама изложеног чистом савијању

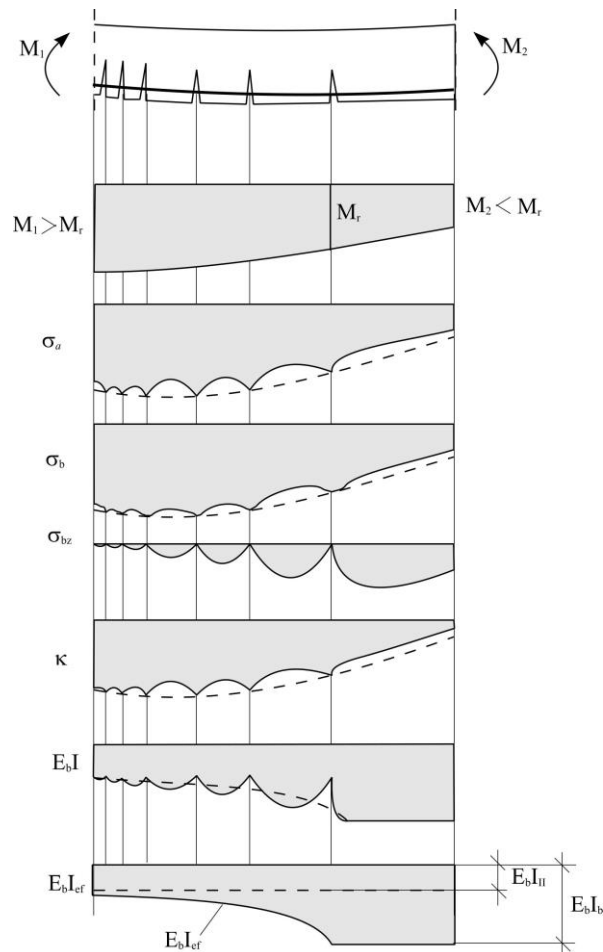
Уместо променљиве крутости дуж дела штапа оптерећеног константним моментом савијања, може се усвојити апроксимација неком осредњеном константном крутошћу, ефективном крутошћу $E_b I_{ef}$, која је једнака количнику момента и редуковане (средње) кривине κ_s за део штапа:

$$E_b I_{ef} = \frac{M}{\kappa_s}. \quad (3.11)$$

Эффективная крутость је очигледно нешто већа од крутости пресека са прслином јер обухвата и удео затегнутог бетона између прслина и може се сматрати да је блиска реалној крутости дела штапа.

За случај да је момент савијања на делу штапа мањи од момента појаве прве прслине, за ефективну крутость тог дела штапа се може усвојити крутость бетонског пресека (тачније идеализованог пресека):

$$E_b I_{ef} = E_b I_{id} \approx E_b I_b. \quad (3.12)$$

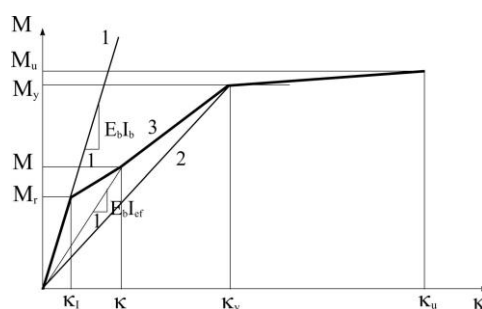


Слика 3.10 Распоред напона у бетону и арматури, величина кривине, стварна крутость и ефективна крутость за штап дуж кога се мења момент савијања

На слици 3.10 приказан је део штапа константних геометријских карактеристика под дејством променљивог момента савијања дуж осе, као и распоред напона у бетону и арматури, величина кривине, стварна крутость и ефективна крутость. Формирање прслина на делу штапа где је $M > M_r$ је такво да су прслине гушће у подручју већих момената. Садејство затегнуте зоне бетона је у подручју густо распоређених прслина мање. За изразито велике моменте, који се приближавају моменту носивости пресека,

затегнута зона бетона практично нема утицаја због изразитих прслина, тако да ефективна крутост тежи крутости пресека са прслином. Смањењем момента удео затегнутог бетона је већи, па је и ефективна крутост већа.

Може се закључити да величина ефективне крутости штапа, са којом треба вршити прорачун деформацијских величина, није више само функција геометријских карактеристика штапа, механичких особина бетона и челика, већ је и функција величине оптерећења као последица појаве прслина дуж штапа. У случају произвољно оптерећеног штапа дуж кога се момент савијања мења ефективна крутост је променљива од пресека до пресека. Дакле, армианобетонски штап се мора третирати као штап променљиве крутости.



Слика 3.11 Геометријска интерпретација ефективне крутости штапа

На слици 3.11 је дата геометријска интерпретација ефективне крутости штапа. Линија 1 представља зависност момент-кривина за хомоген бетонски пресек. Све док је $M < M_r$ крутост штапа се поклапа са крутошћу хомогеног пресека:

$$E_b I_{ef} = E_b I_b \quad \text{за} \quad M \leq M_r. \quad (3.13)$$

За изразито велику вредност момента, који одговара почетку пластификације затегнуте арматуре, крутост штапа тежи крутости пресека са прслином:

$$E_b I_{ef} = E_b I_{II} \quad \text{за} \quad M = M_y. \quad (3.14)$$

За вредности $M_r < M < M_y$ веза момент-кривина може се представити кривом 3. Ефективна крутост једнака је тангенсу угла сечице на криву 3:

$$E_b I_{ef} = \frac{M}{\kappa} \quad \text{за} \quad M_r < M < M_y. \quad (3.15)$$

За дефинисан облик криве 3 вредности ефективне крутости се могу лако изразити аналитички. Део површине између кривих 2 и 3 представља удео затегнутог бетона између прслина на величину крутости штапа.

3.3.1 Предлози за прорачун ефективне крутости на савијање

Брансон (Branson) је за прорачун кривине пресека 1963. године предложио усвајање ефективне крутости у облику који задовољава услове:

$$E_b I_{ef} \rightarrow E_b I_{II} \quad \text{за } M > M_r, \quad (3.16)$$

$$E_b I_{ef} = E_b I_I \approx E_b I_b \quad \text{за } M \leq M_r, \quad (3.17)$$

$$E_b I_{ef} = E_b \left\{ \left(\frac{M_r}{M} \right)^m I_b + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M} \right)^m \right] I_{II} \right\} \quad \text{за } M_r \leq M \leq M_y \quad (3.18)$$

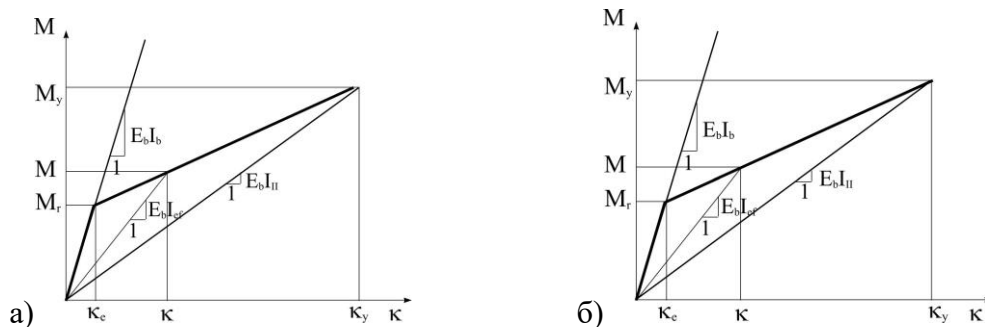
где је $m = 4$, [12]. Геометријска интерпретација дата је на слици 3.12 (а).

Беби (Beeby) је 1968. године предложио билинеарни дијаграм момент-кривина који се одређује из три карактеристичне тачке: $(0,0)$, $(M_r, M_r/E_b I_b)$ и $(M_y, M_y/E_b I_{II})$, како је приказано на слици 3.12 (б).

Ефективна крутость се може изразити као:

$$E_b I_{ef} = E_b I_b \quad \text{за } M \leq M_r, \quad (3.19)$$

$$E_b I_{ef} = \frac{E_b I_{II} \left(\frac{M_y}{M_r} - 1 \right)}{\frac{I_{II}}{I_b} \left(\frac{M_y}{M} - 1 \right) + \frac{M_y}{M_r} \left(1 - \frac{M_r}{M} \right)} \quad \text{за } M_r \leq M \leq M_y. \quad (3.20)$$



Слика 3.12 Ефективна крутость према предлогу: а) Брансона; б) Бебија.

Ивковић 1971. године, на основу осредњавања дилатација у бетону и арматури између две узастопне прслине, предлаже трилинеарну зависност момент-кривина, слика 3.13 (а). Ефективна крутость је:

$$E_b I_{ef} = E_b I_b \quad \text{за } M \leq M_r, \quad (3.21)$$

$$E_b I_{ef} = \frac{E_b I_{II}^* (\alpha - 1)}{\frac{I_{II}^*}{I_b} \left(\frac{\alpha M_r}{M} - 1 \right) + \alpha \left(1 - \frac{M_r}{M} \right)} \quad \text{за } M_r \leq M \leq \alpha M_y, \quad (3.22)$$

$$E_b I_{ef} = E_b I_{II}^* \quad \text{за } \alpha M_I \leq M \leq M_y, \quad (3.23)$$

где је за случај чистог савијања $\alpha = 3,3$ за глатки челик, односно $\alpha = 3,67$ за ребрасти челик. Величина крутости челика са прслином $E_b I_{II}^*$ обухвата и нелинеарност везе напон-дилатација у бетону.

Диховични (Дыховичный) је 1978. године дао погодан предлог за везу момент-кривина у виду континуалне криве, слика 3.13 (б), која има значајне предности због могућности аналитичке интеграције:

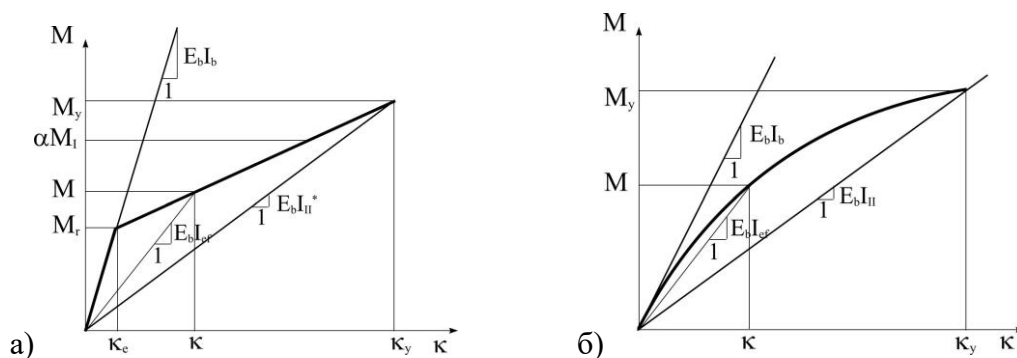
$$\kappa = \frac{M}{E_b I_b} + \beta M^2 \operatorname{sgn} M, \quad (3.24)$$

$$\operatorname{sgn} M = \pm 1. \quad (3.25)$$

Крива пролази кроз координатни почетак и у њему тангира праву која представља везу момент-кривина за хомоген бетонски пресек, и пролази кроз тачку $(M_y, M_y/E_b I_{II})$. Први део израза (3.24) представља кривину еластичног хомогеног бетонског штапа, док други део представља прираст кривине услед појаве прслина.

Ефективна крутость се може изразити као:

$$E_b I_{ef} = \frac{E_b I_b}{1 + \frac{M}{M_y} \left(\frac{I_b}{I_{II}} - 1 \right)}. \quad (3.26)$$



Слика 3.13 Ефективна крутость према предлогу: а) Ивковића; б) Диховичног.

У Члану 8.7.1 Правилника за зграде Америчког института за бетон (American Concrete Institute-ACI), ACI 318-11 [15], каже се да је дозвољен било који рационалан скуп претпоставки за израчунавање релативне крутости на савијање и торзионе

крутости елемената армиранобетонских система зграда, при чему треба бити доследан тим претпоставкама кроз комплетну анализу. У коментару стоји да би било идеално када би крутост елемента одражавала степен појаве прслина и нееластично понашање дуж сваког елемента до појаве течења. Међутим, сложеност прорачуна укључивањем различитих крутости за све елементе рама учинила би га неефикасним у пракси. С тога су за дефинисање крутости на савијање и торзионе крутости елемената рамова потребна упрошћења. Избор одговарајућег модела ефективне крутости зависи од очекиваног понашања конструкције и типа анализе. На пример, за контролу померања препоручује се израчунавање ефективне крутости слично предлогу Брансона:

$$E_b I_{ef} = E_b I_I \approx E_b I_b \quad \text{за} \quad M \leq M_r, \quad (3.27)$$

$$E_b I_{ef} = E_b \left\{ \left(\frac{M_r}{M} \right)^m I_b + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M} \right)^m \right] I_{II} \right\} \quad \text{за} \quad M_r \leq M \leq M_y, \quad (3.28)$$

при чему је $m=3$, док је M максимални момент у елементу при стању за које се померање рачуна, $M_r = \frac{f_r I_b}{y_t}$, при чему је f_r чврстоћа бетона на затезање, y_t растојање од тежишне осе бетонског пресека (занемарујући арматуру) до најудаљенијег затегнутог влакна.

Модел ефективне крутости Европског комитета за бетон (Comite Euro-International du Beton- CEB) дефинисан је у следећем облику:

$$I_{eff} = \left[\beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_r}{M} \right)^2 \frac{1}{I_I} + \left(1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_r}{M} \right)^2 \right) \frac{1}{I_{II}} \right]^{-1} \quad \text{за} \quad M \geq M_r, \quad (3.29)$$

$$I_{eff} = I_I \quad \text{за} \quad M < M_r, \quad (3.30)$$

где је $\beta_1=0,5$ за глатку арматуру, а $\beta_1=1$ за ребрасту арматуру, $\beta_2=1$ при првом оптерећењу, $\beta_2=0,5$ за поновљена оптерећења или велики број цикличних оптерећења [22]. Моменти инерције хомогеног бетонског пресека и пресека са прслинама су I_I и I_{II} , респективно. Момент савијања у пресеку је M , а M_r је момент појаве прве прслине. Момент појаве прслине се израчунава према изразу:

$$M_r = \frac{(f_r + \sigma_b) I_I}{y_t}, \quad (3.31)$$

где је σ_b аксијални напон притиска, f_r је чврстоћа бетона на затезање при савијању, а y_t је растојање од тежишта бетонског пресека до најудаљенијег затегнутог влакна. Модели АСІ и СЕВ узимају у обзир утицај прлина и допринос затегнутог бетона између прлина ефективної крутости на савијање испрсканих армианобетонских пресека.

Чен (Chan) 2000. године предлаже пробабилистички модел ефективне крутости [75], тако што ефективни модел инерције добија као однос површине моментног дијаграма на сегменту на коме стварни момент прелази вредност M_r и укупне површине моментног дијаграма у следећем облику, слика 3.14:

$$A_{\text{uncr}} = A_1 + A_2 = \int_{M(x) < M_r} M(x), \quad (3.32)$$

$$A_{\text{cr}} = A_3 = \int_{M(x) \geq M_r} M(x), \quad (3.33)$$

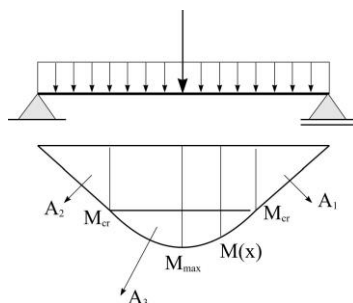
$$A = A_{\text{cr}} + A_{\text{uncr}}, \quad (3.34)$$

$$P_{\text{uncr}} [M(x) < M_r] = \frac{A_{\text{uncr}}}{A}, \quad (3.35)$$

$$P_{\text{cr}} [M(x) \geq M_r] = \frac{A_{\text{cr}}}{A}, \quad (3.36)$$

$$I_{\text{eff}} = P_{\text{uncr}} I_I + P_{\text{cr}} I_{II}, \quad (3.37)$$

где је A_{cr} површина моментног дијаграма на сегменту на коме су се појавиле прлине, а A укупна површина моментног дијаграма. Вероватноћа појаве пресека са прслином је P_{cr} , а без прлине P_{uncr} . Применљивост овог модела је верификована на основу резултата експеримената на рамовима.



Слика 3.14 Области са прлинама (A_3) и без прлина (A_1 , A_2) гредног елемента типа просте греде оптерећеног концентрисаном силом и једнако расподељеним оптерећењем [27]

4 ПРОРАЧУН СТАТИЧКИХ УТИЦАЈА У АРМИРАНОБЕТОНСКИМ РАМОВСКИМ КОНСТРУКЦИЈАМА У ЗАВИСНОСТИ ОД СТАЊА ПРСЛИНА

4.1 Уводне напомене

Величине статичких утицаја у статички неодређеним носачима зависе, између осталог, и од крутости њихових елемената. Како се крутост (EI) армиранобетонских носача мења у зависности од тога у којем се напонско-деформацијском стању носач налази, то ће, при преласку пресека из једног напонског стања у друго, долазити до промене (прерасподеле) статичких утицаја у пресецима. Експериментално и теоријски је детаљно проучен механизам прерасподеле утицаја у обострано укљештеној греди и континуалном носачу [1], [3], [80]. Иако је јасно да до прерасподеле утицаја долази и у рамовским конструкцијама, у литератури нема детаљније квантитативне анализе утицаја промене крутости на стање напрезања и деформација армиранобетонских рамова због сложености прорачуна статичких утицаја у њима узимањем у обзир појаве прслина.

Облик, ширина, дужина и дубина прслина, њихов положај, правац простирања, међусобно растојање и укупан број, као и тренутак појаве прслина и њихове промене у току времена, веома су различити и зависе од низа фактора. Анализа стања прслина веома је комплексан проблем и излази из оквира предмета ове дисертације. Са циљем добијања података о редукованим крутостима попречних пресека услед појаве и

развоја прслина у затегнутим деловима бетона користиће се препоруке у вези прорачуна прслина из литературе [1], [8], [23], до којих се дошло на основу обимних експерименталних и теоријских истраживања, како у свету, тако и код нас.

У оквиру наредних поглавља Главе 4 формулисан је нови алгоритам који ефикасније решава проблем одређивања крутости рамовских армиранобетонских конструкција услед појаве прслина. Затим је формиран нови рачунски модел са дискретизацијама штапова у складу са одређеном новом геометријом на бази узимања у обзир редуковане крутости пресека, односно ефективне крутости пресека.

4.2 Теоријске основе анализе стања напона и деформације армиранобетонских елемената у домену експлоатационих дуготрајних оптерећења

Полази се од тога да је армиранобетонски носач димензионисан према граничном стању лома, да су познате или претпостављене механичке карактеристике материјала и да је укупна арматура усвојена и распоређена у свим пресецима.

Када су познате или, према подацима из одговарајућег правилника, усвојене вредности коефицијента течења бетона $\varphi(t, t_0)$, дилатације скупљања бетона $\varepsilon_s(t, t_0)$ и коефицијента старења $\chi(t, t_0)$, алгебарска веза напона и дилатација у бетону у току времена, дата изразом (2.9), омогућава одређивање напона и укупних дилатација у бетону у посматраном тренутку времена t , при константним спољашњим утицајима у току времена, у зависности од два стања напона и дилатација:

- почетних напона и почетних дилатација $\sigma_b(t_0)$ и $\varepsilon_b(t_0)$ у тренутку наношења оптерећења t_0 и
- промена напона и промена дилатација услед течења и скупљања бетона у посматраном интервалу времена $(t - t_0)$.

4.2.1 Основне претпоставке у прорачуну за константно оптерећење

Прорачунске претпоставке при одређивању стања напона и деформације услед сложеног савијања у пресецима армиранобетонских елемената у произвољном тренутку времена t су:

- а) Бернулијева претпоставка, на основу које попречни пресеци и после деформације остају равни у току времена, тј. дилатације у пресеку су у сваком тренутку времена линеарна функција координата пресека;
- б) линеарна алгебарска веза напона и дилатација у бетону у току времена у складу са линеарном теоријом течења бетона у облику (2.9), односно у инкременталном облику (4.17). У првом кораку, за тренутак времена t_0 , ова се веза своди на идеално еластичну везу:

$$\sigma_b(t_0) = E_b(t_0) \varepsilon_b(t_0); \quad (4.1)$$

- ц) важи Хуков закон за челик, тј. веза напона и дилатација у арматури је идеално еластична, независно од времена, јер у домену граничних стања употребљивости и напони у арматури остају у еластичној области:

$$\sigma_a(t) = E_a \varepsilon_a(t); \quad (4.2)$$

- д) спој бетона и арматуре остаје и у току времена ненарушен – дилатације у бетону и у арматури на њиховом контакту су међусобно једнаке у току времена, као и у тренутку оптерећења t_0 (постоји компатибилност дилатација).

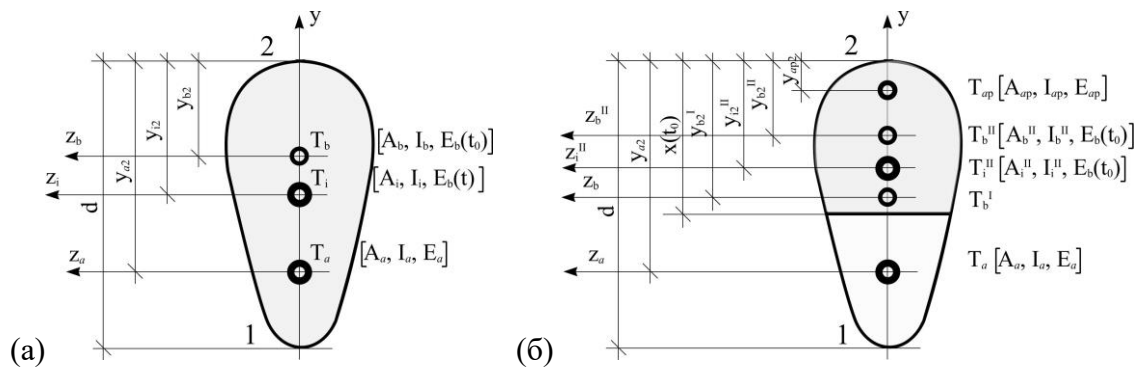
4.2.2 Прорачунски модели

Основни приступ у спроведеној анализи је да се армиранобетонски пресек посматра као пресек у којем су *спрегнута два пресека: бетонски пресек и пресек укупне арматуре*, односно да при спољашњим дејствима, као и при принудним и слободним деформацијама, оба дела АБ пресека имају исте дилатације и исту кривину. У даљем излагању за пресек укупне арматуре користиће се и термин *арматура*, са индексом *a* у одговарајућим ознакама. За бруто бетонски пресек се најчешће користи краћи термин *бетонски пресек*, а све ознаке које су везане за бруто бетонски пресек су обележене индексом *b*.

Уобичајеним поступцима, заснованим на услову компатибилности дилатација бетонског пресека и арматуре, из ова два компонентална дела армиранобетонског пресека одређују се геометријске карактеристике **идеализованог (трансформисаног) хомогеног** пресека у тренутку оптерећења t_0 , при чему се пресек укупне арматуре додаје нето бетонском пресеку са мултипликатором:

$$n = \frac{E_a}{E_b(t_0)}, \quad (4.3)$$

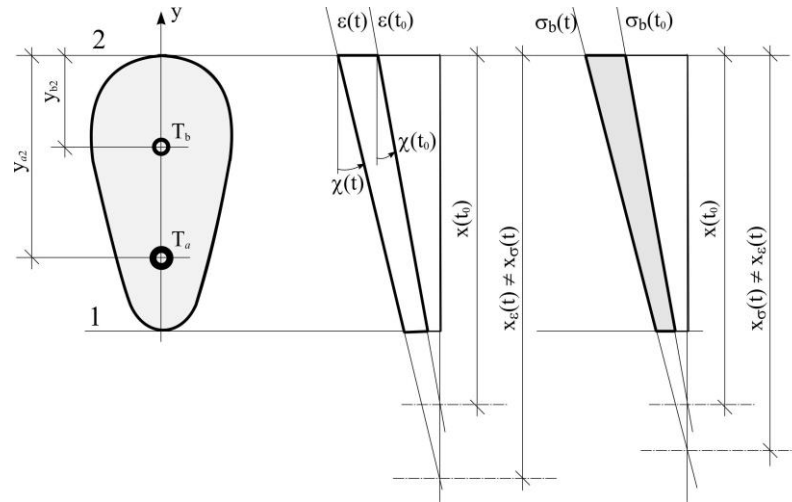
односно $(n-1)$, уколико се користе геометријске карактеристике бруто бетонског пресека у којима је површина укупне арматуре једанпут већ садржана. Тако је: $A_i = A_{bn} + nA_a$ или $A_i = A_b + (n-1)A_a$, слика 4.1.



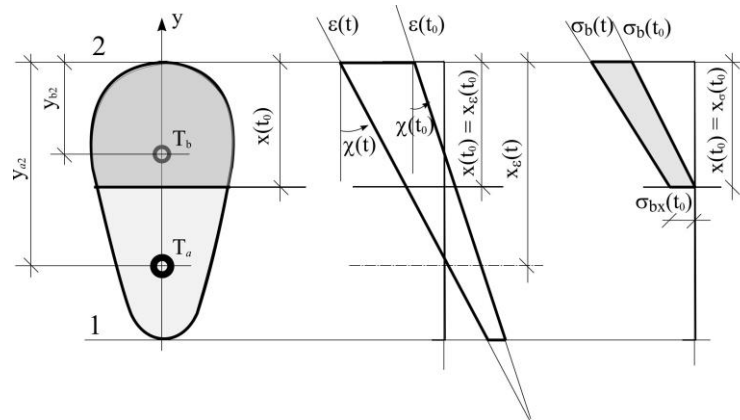
Слика 4.1 Прорачунски модели пресека: (а) без прслине, (б) са прслином. Геометријске карактеристике компоненти пресека и идеализованог спрегнутог пресека у тренутку наношења оптерећења, t_0 , са модулом еластичности $E_b(t_0)$:

У погледу механичких својстава тако одеђен идеализовани пресек има модул еластичности бетона одговарајуће старости, $E_b(t_0)$ или $E_b(t)$. Према томе, све геометријске карактеристике идеализованог пресека су такође функције времена, односно старости у тренутку оптерећења. Обично се ознака временске зависности изоставља, кад год није неопходна, ради једноставнијег исписивања израза, што треба имати у виду.

Прорачун армиранобетонских пресека у фази експлоатације битно зависи од тога да ли је у пресеку дошло до појаве прслине или не, јер у тренутку појаве прслине долази до нагле промене активног дела пресека и прерасподеле напона у пресеку. За анализу сложеног савијања армиранобетонског елемента усваја се један од два основна прорачунска модела пресека: **пресек на месту без прслине**, или краће, **пресек без прслине** који је приказан на слици 4.1(а) (напонско стање I), и **пресек на месту са прслином**, или краће, **пресек са прслином** који је приказан на слици 4.1(б) (напонско стање II).



Слика 4.2 Прорачунски модел **пресека без прслине** - Дијаграми дилатација и напона у бетону у тренутку оптерећења t_0 и у тренутку времена t , при константном сложенем савијању. Напони у арматури су пропорционални дилатацијама и у тренутку времена t_0 и у тренутку времена t



Слика 4.3 Прорачунски модел **пресека са прслином** - Дијаграми дилатација и напона у бетону у тренутку оптерећења t_0 и у тренутку времена t , при константном сложенем савијању. Напони у арматури су пропорционални дилатацијама и у тренутку времена t_0 и у тренутку времена t

Дијаграм напона у бетону је и у току времена праволинијски, као и у тренутку нашошења оптерећења, на основу претпоставки а) и б), слике 4.2 и 4.3, док се неутрална линија напона и неутрална линија дилатација, које се у тренутку оптерећења поклапају, у току времена раздвајају па је у тренутку оптерећења t_0 :

$$x_{\sigma}(t_0) = x_{\epsilon}(t_0) = x(t_0), \quad (4.4)$$

али је за $t > t_0$:

$$x_{\sigma b}(t) \neq x_{\epsilon}(t), \quad (4.5)$$

где је x растојање од неутралне линије до ивице 2.

запазити да су све те геометријске карактеристике функције времена, односно интервала времена ($t - t_0$).

4.2.3 Прорачун почетних напона, дилатације и кривине при сложенем савијању у пресецима елемената

На почетку анализе се срачунавају почетни напони, дилатације и кривина пресека у тренутку оптерећења t_0 . Посматра се пресек са једном равни симетрије који је изложен дејству сложеног савијања. Претпоставља се да се раван савијања поклапа са равни симетрије, што представља равно сложено савијање. На идентичан начин, поступцима класичне отпорности материјала за хомогене пресеке, може се анализирати и косо сложено савијање, као и напони и дилатације у пресецима који уопште немају осу симетрије.

Са циљем узимања у обзир утицаја скупљања и течења бетона у току времена на деформацију елемената користи се алгебарска веза напона и дилатација у бетону у облику који се заснива на примени *коригованог ефективног модула еластичности бетона* (AAEMM – Age-Adjusted Effective Modulus Method), [8]. Многобројне анализе и дугогодишња конструкторска пракса су показале да за уобичајене старости бетона у тренуцима почетка деловања дуготрајних оптерећења, и за уобичајене *историје експлоатационих оптерећења* армиранобетонских елемената и конструкција, та алгебарска веза даје резултате задовољавајуће тачности [1].

На слици 4.1 приказан је армиранобетонски пресек, без прслина (а) и са прслинама (б), произвољног облика са једном осом симетрије, са усвојеним ознакама геометријских карактеристика бетонског дела пресека и површине укупне арматуре у пресеку. Пресек је оријентисан тако да му је доња ивица (ивица 1) мање притиснута, или затегнута, док је горња ивица (ивица 2) више притиснута ивица пресека.

За дати армиранобетонски пресек без прслина, приказан на слици 4.1(а), потребно је одредити површину бруто бетонског пресека A_b , положај тежишта пресека T_b у односу на горњу ивицу пресека y_{b2} и момент инерције I_b у односу на осу која пролази кроз тежиште пресека T_b бруто бетонског пресека (не водећи рачуна о површини и распореду арматуре унутар бетонског пресека), што је детаљно дато у [8]. Затим се одређују одговарајуће геометријске карактеристике укупне арматуре у пресеку: површина A_a , положај тежишта T_a у односу на горњу ивицу пресека y_{a2} и момент инерције I_a у односу на осу кроз тежиште T_a .

За пресек у коме у тренутку наношења оптерећења настаје прслина најпре треба одредити положај неутралне линије напона и дилатација $x(t_0)$ у том тренутку, чиме је дефинисан притиснут, активни део бетонског пресека. На слици 4.3(б) приказан је армиранобетонски пресек произвољног облика, са једном осом симетрије, за који је одређен положај неутралне линије напона и дилатација у тренутку наношења оптерећења $x(t_0)$ и одговарајућа површина притиснутог дела бетонског пресека A_b^{II} , положај тежишта притиснутог дела бетонског пресека у односу на горњу ивицу пресека y_{b2}^{II} и момент инерције I_b^{II} у односу на осу која пролази кроз тежиште T_b^{II} . Приказане су и одговарајуће геометријске карактеристике укупне арматуре, као и карактеристике притиснуте арматуре, уколико се она узима у обзир при одређивању притиснутог дела бетонског пресека, тј. активног идеализованог пресека. Ради једноставнијег писања није унета временска ознака (t_0) , иако су карактеристике притиснутог дела бетонског пресека, као и идеализованог пресека, функције не само оптерећења, већ и времена. Ознака II у горњем индексу односи се на пресек са прслином који је у напонској фази II. У даљем тексту ће бити коришћена када је потребно нагласити о којој карактеристици пресека се ради (напонском стању I или II). У циљу поједностављења прорачуна, усваја се претпоставка да се притиснути део пресека при константним спољашњим утицајима у току времена не мења.

На посматрани пресек делује момент савијања M и нормална сила N у тежишту бруто бетонског пресека T_b . У пресеку се може одабрати и нека друга референтна тачка у односу на коју би се одредиле величине утицаја од спољашњих дејстава. Међутим, с обзиром на уобичајени поступак одређивања статичких утицаја у линијским носачима, као и на даље срачунавање деформација, најпогодније је да то буде баш тежиште бруто бетонског пресека T_b .

Ексцентрицитет нормалне силе у односу на тежиште бетонског пресека T_b је:

$$e_b = \frac{M}{N} . \quad (4.7)$$

За даљи прорачун нормална сила се мора редуковати на тежиште идеализованог пресека T_i , тако да су меродавни утицаји:

$$N_i = N , \quad (4.8)$$

$$e_i = e_b + (y_{i2} - y_{b2}) , \quad (4.9)$$

$$M_i = M + N(y_{i2} - y_{b2}) = N_i e_i . \quad (4.10)$$

Одговарајући напони у бетону су:

$$\sigma_b(t_0) = \frac{N_i}{A_i} + \frac{M_i}{I_i} y_i = \frac{N_i}{A_i} \left(1 + \frac{e_i y_i}{i_i^2} \right), \quad (4.11)$$

где је y_i ордината посматраног елемента бетонског пресека у односу на тежиште идеализованог пресека T_i , док је $i^2 = \frac{I_i}{A_i}$.

У случају да је доња ивица пресека затегнута, треба проверити да ли је напон затезања мањи (по апсолутној вредности) од чврстоће бетона при затезању савијањем, одређене према одредбама Члана 51. правилника БАБ 87:

$$\sigma_{b1}(t_0) > -0,7 f_{bzm}(t_0) \left(0,6 + \frac{0,4}{\sqrt[4]{d}} \right) \quad (4.12)$$

где је d висина елемента у метрима.

Ако овај услов није задовољен, у носачу настају прслине, па треба прећи на прорачун према моделу који важи за пресек на месту прслине – стање II.

На основу претпоставке о компатибилности дилатација у арматури и бетону, напони у арматури су:

$$\sigma_a(t_0) = n \left(\frac{N_i}{A_i} + \frac{M_i}{I_i} y_i \right) = n \sigma_b(t_0), \quad (4.13)$$

где је y_i ордината посматраног дела пресека арматуре у односу на тежиште изабраног пресека T_i .

Неутрална линија напона и неутрална линија дилатација се у тренутку наношења оптерећења t_0 поклапају, а њихов положај у односу на горњу ивицу пресека без прслине се добија изједначавањем израза (4.10) са нулом, у следећем облику:

$$x_\sigma(t_0) = x_\varepsilon(t_0) = x(t_0) = y_{i2} + \frac{i_i^2}{e_i}. \quad (4.14)$$

Кривина пресека је:

$$\kappa(t_0) = \frac{M_i}{E_b(t_0) I_i}, \quad (4.15)$$

а дилатација у тежишту бетонског пресека:

$$\varepsilon_{T_b}(t_0) = \frac{1}{E_b(t_0)} \left(\frac{N_i}{A_i} + \frac{M_i}{I_i} (y_{i2} - y_{b2}) \right). \quad (4.16)$$

С обзиром на израз (3.2), дилатације у произвољном елементу пресека се могу израчунати као:

$$\varepsilon(t_0) = \varepsilon_{T_b}(t_0) + \kappa(t_0) y_b, \quad (4.17)$$

где је y_b ордината посматраног дела пресека (бетона или арматуре) у односу на тежиште бетонског дела пресека T_b .

На тај начин су одређене почетне вредности напона у бетону и арматури, почетне дилатације и кривина пресека у тренутку наношења оптерећења t_0 , што је квалитативно приказано за пресек без прслине на слици 4.1, и за пресек са прслином на слици 4.2. На овим сликама су промене напона у бетону приказане као позитивне (повећање напона), иако услед течења и скупљања бетона, по правилу, долази до пада напона, односно до смањења напона у бетону, посебно када се ради о ивичном напону притиска.

За случај савијања без нормалне силе у изведеним изразима је $N=0$. Тада неутрална линија пролази кроз тежиште идеализованог пресека, $x(t_0) = y_{i2}$, што се види и из израза (4.13).

4.2.4 Прорачун промена напона и деформација при дејству сложеног савијања услед течења и скупљања бетона

Уз уведене претпоставке, прорачун промена напона и промена дилатација услед течења и скупљања бетона се своди на квазилинеарну анализу, веома сличну анализи напонско-деформацијског стања у тренутку наношења оптерећења t_0 , помоћу прорачунских модела приказаних на слици 4.2.

Алгебарска веза ААЕМ поступка се даље користи у изворном, инкременталном облику, који експлицитно одређује релацију *промена напона* и одговарајућих *промена дилатација* у бетону:

$$\Delta \sigma_b(t) = E_b^*(t) [\Delta \varepsilon_b(t) - \varepsilon_{b,sl}(t, t_0)], \quad (4.18)$$

где су:

$$\Delta\sigma_b(t) = \sigma_b(t) - \sigma_b(t_0), \quad (4.19)$$

$$\Delta\varepsilon_b(t) = \varepsilon_b(t, t_0) - \varepsilon_b(t_0) \quad (4.20)$$

промене напона и промене укупних дилатација у бетону услед утицаја течења и скупљања бетона у интервалу времена $(t - t_0)$, а:

$$\varepsilon_{b,sl}(t, t_0) = \varepsilon_b(t_0)\varphi(t, t_0) + \varepsilon_s(t, t_0), \quad (4.21)$$

слободне, неспречене дилатације бетона услед слободног (неспреченог) течења бетона под дејством константног почетног напона $\Delta\sigma_b(t)$ и услед слободног (неспреченог) скупљања бетона у интервалу времена $(t - t_0)$.

Термин *слободне, односно неспречене дилатације бетона* услед слободног течења и скупљања, треба схватити као дилатације бетона које би настале када не би било *споја између арматуре и бетона*, нити било каквих веза на контури или унутар самог елемента, односно конструкције, које би се супротстављале дилатацијама бетона зависним од времена.

Из инкременталног облика везе промена напона и промена дилатација у бетону у току времена, који је еквивалентан са изразом (2.9), очигледно је да кориговани ефективни модул еластичности бетона:

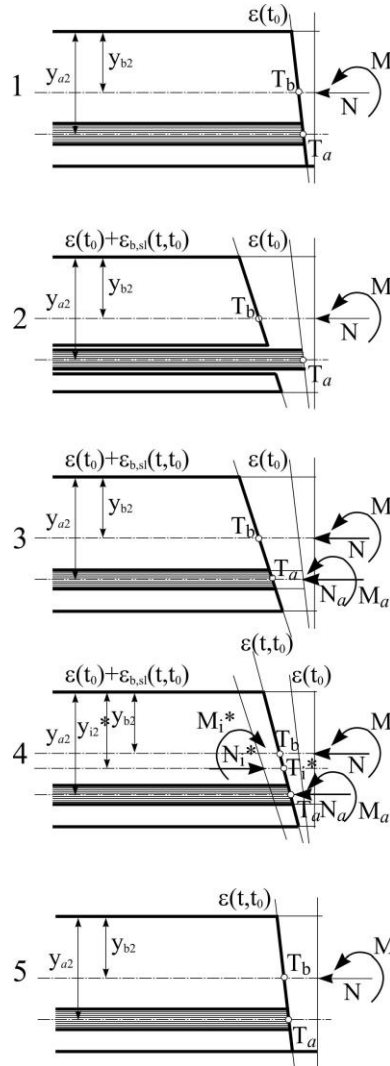
$$E_b^*(t) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)}, \quad (4.22)$$

одређује однос промена напона и промена дилатација услед течења и скупљања бетона.

Веза промена напона и промена дилатација у бетону у току времена користи се за анализу утицаја течења и скупљања бетона при константним спољашњим утицајима (дејствима), без обзира на дужину посматраног интервала времена. Уколико се, међутим, спољашњи утицаји у току времена дисконтинуално мењају, у духу основних претпоставки линеарне теорије течења анализирају се промене напона и дилатација од појединих прираштаја спољашњих утицаја, а затим се врши њихова суперпозиција.

Да би у пресеку били задовољени услови равнотеже сила, а истовремено узето у обзир течење и скупљање бетона, као и претпоставка о компатибилности дилатација бетона и арматуре, примениће се поступак који је за пресеке армиранобетонских елемената без прслина предложио Дилгер (W. H. Dilger), а за пресеке са прслином

Перишић [64]. Тим поступком анализа утицаја течења и скупљања бетона се своди на квазилинеарну анализу, аналогну линеарној анализи напона и дилатација у тренутку оптерећења t_0 . Поступак се заснива на коришћењу својстава идеализованог пресека са коригованим ефективним модулом еластичности бетона, који је Дилгер назвао *идеализовани пресек са својством течења* (Creep-Transformed Section).



Слика 4.5 Прорачун напона, дилатација и кривине пресека у тренутку времена t , при дуготрајном дејству сложеног савијања, применом коригованог ефективног модула еластичности бетона [8]

Илустрација овог поступка је дата на слици 4.5, а може се објаснити на следећи начин:

1. На армиранобетонски пресек у тренутку времена t_0 почињу да делују момент савијања M и нормална сила N у тежишту бетонског пресека T_b , који изазивају почетни напон еластичности, почетну дилатацију и почетну кривину идеализованог пресека. Даље, у интервалу времена $(t - t_0)$ утицаји у пресеку остају константни.

2. Под претпоставком да су дилатације у бетону слободне, односно да их не спречава спој бетона и арматуре, под утицајем почетних напона бетонски пресек у интервалу времена $(t - t_0)$ слободно тече и слободно се скупља. Када не би било споја бетона и арматуре, почетне дилатације у арматури се не би промениле у току времена, па не би биле компатибилне са укупним, почетним и слободним дилатацијама, бетонског пресека.
3. Да би се дилатације у арматури изједначиле са укупним почетним и слободним дилатацијама у бетонском пресеку, на пресек арматуре, у његовом тежишту, треба да делују фиктивни утицаји M_a и N_a . Компатибилност дилатација у бетону и у арматури је на тај начин поново успостављена, али у пресеку остају да делују додатни фиктивни утицаји M_a и N_a .
4. Да би почетни утицаји у пресеку остали непромењени, на идеализован пресек са коригованим ефективним модулом еластичности бетона, у његовом тежишту, треба да делују фиктивни утицаји M_i^* и N_i^* , који са утицајима M_a и N_a стоје у равнотежи. Напони, дилатације и кривина пресека од овог равнотежног система утицаја M_i^* и N_i^* , и M_a и N_a , заједно са слободним дилатацијама бетонског дела пресека, представљају промене напона, дилатација и кривине пресека у тренутку времена $(t - t_0)$.
5. Напони, дилатације и кривина пресека у тренутку времена t једнаки су збиру почетних вредности у тренутку оптерећења t_0 и промене напона, промене дилатација и промене кривине пресека у интервалу времена $(t - t_0)$.

Осим геометријских карактеристика идеализованог пресека са својством течења, којем одговара модуо еластичности $E_b^*(t)$, за даљи прорачун потребно је срачунати фиктивне утицаје N_a и M_a :

$$N_a = E_a A_a \varepsilon_{bTa,sl}(t, t_0), \quad (4.23)$$

$$M_a = E_a J_a \kappa_{b,sl}(t, t_0), \quad (4.24)$$

где су:

$$\varepsilon_{bTa,sl}(t, t_0) = [\varepsilon_{Tb}(t_0) + \kappa(t_0)(y_{b2} - y_{a2})] \varphi(t, t_0) + \varepsilon_s(t, t_0), \quad (4.25)$$

$$\kappa_{b,sl}(t, t_0) = \kappa(t_0) \varphi(t, t_0), \quad (4.26)$$

слободна (неспречена) дилатација бетона у нивоу тежишта арматуре и слободна кривина пресека, према изразима (4.21), односно (4.15) и (4.16), при чему се запажа да неспречено скупљање не изазива промену почетне кривине пресека.

Како у посматраном интервалу времена $(t - t_0)$ нема промене спољашњих утицаја, да би систем остао у равнотежи и укупан спрегнути пресек остао раван, на идеализовани пресек са својством течења, у његовом тежишту T_i^* , морају деловати утицаји који се добијају редуковањем фиктивних утицаја N_a , M_a , али са супротним знаком, тако да са утицајима N_a , M_a чине уравнотежени систем, слика 4.4,

$$N_i^* = N_a, \quad (4.27)$$

$$M_i^* = M_a + N_a (y_{i2}^* - y_{a2}) . \quad (4.28)$$

Очигледно је да су и N_a , M_a и N_i^* , M_i^* функције интервала времена $(t - t_0)$ али се то у ознакама, ради једноставности, не исписује.

Сада су промене напона у бетону услед овог равнотежног система сила

$$\Delta\sigma_b(t) = -\left(\frac{N_i^*}{A_i^*} + \frac{M_i^*}{I_i^*} y_i^*\right), \quad (4.29)$$

а промене напона у арматури:

$$\Delta\sigma_a(t) = -n^* \left(\frac{N_i^*}{A_i^*} + \frac{M_i^*}{I_i^*} y_i^*\right) + \frac{N_a}{A_a} + \frac{M_a}{I_a} y_a, \quad (4.30)$$

где су:

y_i^* - ордината елемента пресека (бетона и арматуре) у односу на тежиште T_i^* ,

y_a - ордината посматраног елемента арматуре у односу на тежиште укупног пресека арматуре T_a .

Промена кривине пресека је, имајући у виду (4.24), односно (4.26):

$$\Delta\kappa(t) = -\frac{M_i^*}{E_b^*(t)I_i^*} + \frac{M_a}{E_a I_a} = -\frac{M_i^*}{E_b^*(t)I_i^*} + \kappa_{b,sl}(t, t_0), \quad (4.31)$$

јер неспречено скупљање не утиче на промену кривине.

Промена дилатације у тежишту бетонског пресека T_b је:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_{Tb}(t) &= -\frac{1}{E_b^*(t)} \left[\frac{N_i^*}{A_i^*} + \frac{M_i^*}{I_i^*} (y_{i2}^* - y_{b2}) \right] + \frac{1}{E_a} \left[\frac{N_a}{A_a} + \frac{M_a}{I_a} (y_{a2} - y_{b2}) \right] = \\ &= -\frac{1}{E_b^*(t)} \left[\frac{N_i^*}{A_i^*} + \frac{M_i^*}{I_i^*} (y_{i2}^* - y_{b2}) \right] + \varepsilon_{bTb,sl}(t - t_0)\end{aligned}\quad (4.32)$$

где је:

$$\varepsilon_{bTb,sl}(t, t_0) = \varepsilon_{Tb}(t_0) \varphi(t, t_0) + \varepsilon_s(t, t_0), \quad (4.33)$$

слободна (неспречена) дилатација бетона у тежишту бетонског пресека T_b , према изразу (4.21).

Као што се из изведених израза види, промена кривине и промена дилатације у тежишту бетонског пресека могу се одредити директно, без претходног срачунавања ивичних напона и дилатација.

Из срачунате промене дилатације у тежишту бетонског пресека и промене кривине, промена дилатације на произвољном растојању од тежишта пресека је, аналогно изразу (4.17):

$$\Delta \varepsilon(t) = \Delta \varepsilon_{Tb}(t) + \Delta \kappa(t) y_b. \quad (4.34)$$

Уз претпоставку да се напонски активан притиснути део бетонског пресека у току времена не мења, одређивање промена напона и промена дилатација и кривине у току времена у пресецима са прслинама врши се на исти начин као за пресек без прслине.

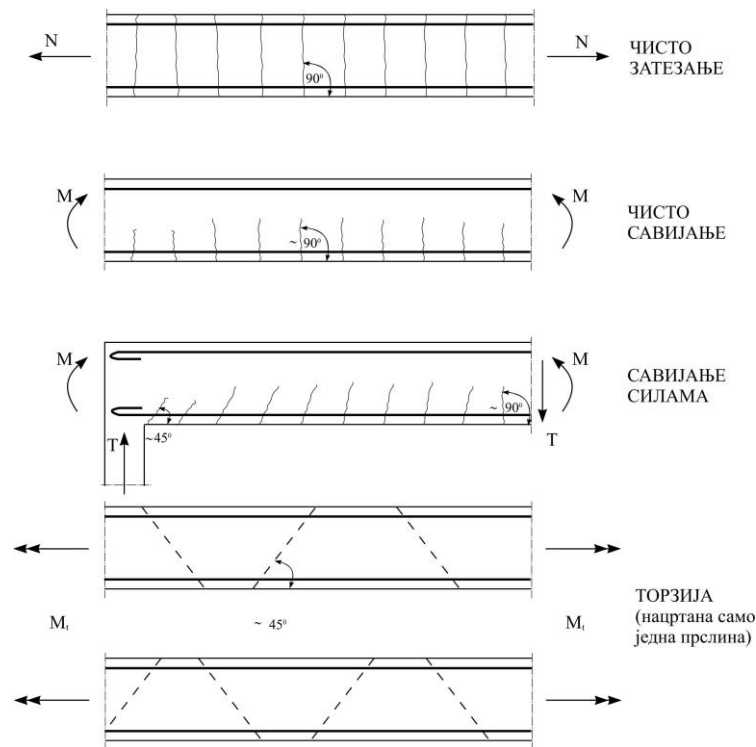
4.2.5 Прорачун прслина

У току експлоатације у армиранобетонским елементима услед спољашњих дејстава појављују се прслине када напон у бетону достигне чврстоћу при затезању. Оне су приближно управне на трајекторије главних напона затезања. Типичне прслине армиранобетонских елемената изложених чистом затезању, чистом савијању, савијању силама и торзији приказане су на слици 4.6.

У армиранобетонским елементима изложеним затезању или савијању, практично је немогуће избећи да напони у бетону не достигну чврстоћу при затезању, јер би ови елементи били потпуно неекономични. Појава прслина је при томе неизбежна, али је неопходно **ограничити ширину прслина**. Гранична ширина прслина према правилнику БАБ 87 креће се од 0,05mm до 0,4mm у зависности од

трајања дејстава, од агресивности средине и од заштитног слоја бетона, односно од параметара који утичу на корозију арматуре.

У прорачуну армиранобетонских конструкција према граничном стању прслина неопходно је доказати да стање прслина свих елемената конструкције услед најнеповољније комбинације дејстава у току експлоатације, испуњава одговарајуће критеријуме трајности и функционалности.



Слика 4.6 Прслине услед спољашњих дејстава [8]

Појам **карактеристичне ширине прслине** $a_k(t)$ армиранобетонског елемента у произвољном тренутку времена t , уведен је ради узимања у обзир неједначености стварних ширина појединих прслина. Карактеристична ширина прслине $a_k(t)$ дефинисана је као вредност која је за 70% већа од вредности средње ширине прслине $a_s(t)$:

$$a_k(t) = 1,7 a_s(t). \quad (4.35)$$

Прорачун према граничним стањима прслина заснива се на доказу да карактеристичне ширине прслина $a_k(t)$ армиранобетонских елемената у току експлоатације, узимајући у обзир утицаје скупљања и течења бетона у току времена, нису веће од граничних ширина прслина a_u .

Према моделу прописа СЕВ-FIP, при одређивању коефицијента ζ , уводе се коефицијенти β_1 и β_2 , као и ограничење на вредност 0,4, тј:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left[\frac{\sigma_{a1r}^{\text{II}}}{\sigma_{a1}^{\text{II}}(t_0)} \right]^2 \leq 0,4. \quad (4.39)$$

Преко коефицијента β_1 уводи се утицај степена приањања између арматуре и бетона, који за глатку арматуру износи 0,5, а за ребрасту арматуру 1,0. Преко коефицијента β_2 уводи се утицај реолошких карактеристика бетона у току времена. За краткотрајна дејства износи 1,0, а за дуготрајна и више пута поновљена дејства 0,5.

За армиранобетонске елементе изложене чистом савијању моментом M , коефицијент ζ се може одредити као:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_r}{M} \right)^2 \leq 0,4. \quad (4.40)$$

За одређивање средње ширине прслина $a_s(t)$ у тренутку времена t меродавна је релативна средња дилатација доње затегнуте арматуре $\varepsilon_{a1s,R}(t)$, која се може срачунати према изразу:

$$\varepsilon_{a1s,R}(t) = \zeta \varepsilon_{a1}^{\text{II}}(t) = \zeta \frac{\sigma_{a1}^{\text{II}}(t)}{E_a}. \quad (4.41)$$

Статички утицаји у тренутку појаве прслине, M_r и N_r , се према моделу прописа СЕВ-FIP могу одредити помоћу прорачунског модела за напонско стање I. При томе се за елемент изложен сложеном савијању поставља услов да је напон затезања у бетону на доњој ивици пресека σ_{b1r}^{I} непосредно пред појаву прслина, по апсолутној вредности, једнак чврстоћи бетона на затезање савијањем f_{bzs} , тј:

$$|\sigma_{b1r}^{\text{I}}| = -\frac{N_r}{A_i^{\text{I}}} - \frac{M_{ir}^{\text{I}}}{I_i^{\text{I}}} y_{il}^{\text{I}} = f_{bzs}, \quad (4.42)$$

где је чврстоћа бетона при затезању савијањем $f_{bzs} = 0,7 f_{bzsm}$ и чврстоћа бетона при аксијалном затезању $f_{bz} = 0,7 f_{bzsm}$.

Према правилнику БАБ 87 је, ако се не располаже резултатима испитивања бетона, средња вредност чврстоће бетона при аксијалном затезању је $f_{bzm} = 0,25 \sqrt[3]{f_{bk}^2}$, где су карактеристична чврстоћа бетона при притиску f_{bk} , као и f_{bzm} у (МПа).

Момент појаве прслина M_r се, имајући у виду геометријске карактеристике пресека без прслине и израз (4.42), може израчунати као:

$$M_r = f_{bzs} W_{il}^I + N_r \left(\frac{W_{il}^I}{A_{il}^I} - y_{i2}^I + y_{b2} \right). \quad (4.43)$$

За елемент изложен сложенем савијању не могу се једнозначно одредити M_r и N_r из израза (4.43), већ само једна од ових величина, полазећи од тога да је друга позната. Једнозначно се може одредити само момент појаве прслина M_r елемента изложеног чистом савијању:

$$M_r = f_{bzs} W_{il}^I, \quad (4.44)$$

или нормална сила N_r при појави прслина у елементу изложеном чистом затезању:

$$-N_r = f_{bz} A_{il}^I. \quad (4.45)$$

Напон затезања у доњој арматури σ_{a1r}^{II} непосредно после појаве прслине у пресеку одређује се за статичке утицаје M_r и N_r при појави прслина, на моделу за напонско стање II, из израза:

$$\sigma_{a1r}^{\text{II}} = n \left[\frac{N_r}{A_{ir}^{\text{II}}} + \frac{M_r}{A_{ir}^{\text{II}}} y_{ia1r}^{\text{II}} \right]. \quad (4.46)$$

Коначно се може израчунати карактеристична ширина прслина $a_k(t)$ уношењем израза (4.36) и (4.41) у израз (4.35).

4.2.6 Прорачун угиба

Угиб $v(t)$ армиранобетонског правог линијског елемента, изложеног сложенем савијању, у произвољном тренутку времена t , се израчунава применом принципа виртуалних сила помоћу израза добро познатог из Статике конструкција [69]:

$$v(t) = \int_{\ell} \kappa_s(t) \bar{M} dx, \quad (4.47)$$

где је $\kappa_s(t)$ средња кривина услед спољашњих дејстава, $\bar{M}$ је момент савијања у пресеку услед виртуалне јединиче силе, која по положају, правцу и смеру одговара траженом угибу. Интеграција се врши по дужини линијског елемента ℓ .

Средња кривина $\kappa_s(t)$ армиранобетонског елемента битно зависи од стања прслина, о чему је било речи у оквиру Главе 3.

Када момент савијања M у пресеку није већи од момента појаве прслине M_r , средња кривина $\kappa_s(t)$ једнака је кривини срачунатој за прорачунски модел пресека без прслине, тј.

$$\kappa_s(t) = \kappa^I(t), \quad \text{за } M \leq M_r \quad (4.48)$$

У случају да је момент савијања M у пресеку већи од момента појаве прслине M_r , вредност средње кривине $\kappa_s(t)$ испрског армиранобетонског елемента налази се између најмање могуће вредности срачунате за напонско стање I, и највеће могуће вредности срачунате за напонско стање II, и одређује се из израза:

$$\kappa_s(t) = (1 - \zeta)\kappa^I(t) + \zeta\kappa^{II}(t), \quad \text{за } M > M_r \quad (4.49)$$

Коефицијент ζ , који зависи од садејства затегнутог бетона између прслина, дат је изразима (4.39) и (4.40).

Утицај нормалних сила на величину угиба се може занемарити, тако да се прорачун кривине своди на прорачун кривине армиранобетонског елемента изложеног чистом савијању, при чему се почетне кривине $\kappa_M^I(t_0)$ и $\kappa_M^{II}(t_0)$, као и кривине $\kappa_M^I(t)$ и $\kappa_M^{II}(t)$ у тренутку времена t , могу изразити у функцији почетне кривине одговарајућег неиспрског бетонског елемента κ_b , коефицијента течења бетона $\phi(t, t_0)$, слободне дилатације скупљања бетона $\varepsilon_s(t, t_0)$ и шест коефицијената k_a^I , k_a^{II} , k_ϕ^I , k_ϕ^{II} , k_s^I , k_s^{II} , преко којих се у рачун уводи утицај арматуре, утицај течења и утицај скупљања бетона, [8].

Прорачунски модели који се користе у овом поступку приказани су на сликама 4.8 и 4.9. На основу израза (3.3), почетна кривина κ_b неиспрског бетонског пресека услед момента савијања M је:

$$\kappa_b = \frac{M}{E_b(t_0)I_b}, \quad (4.50)$$

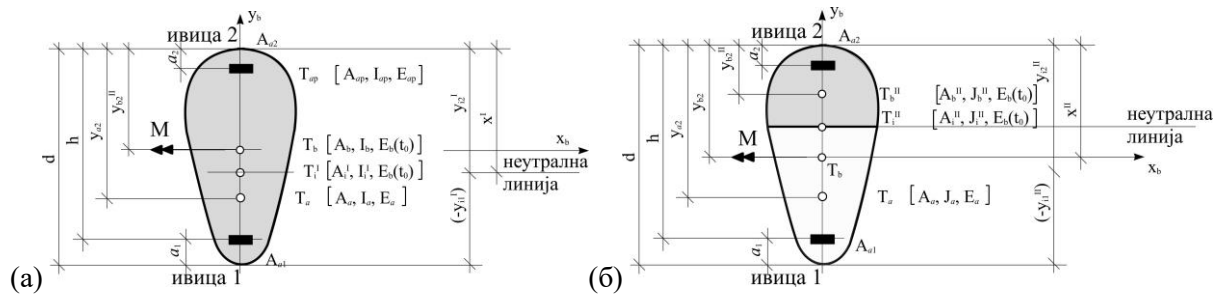
почетна кривина за пресек без прслине је:

$$\kappa_M^I(t_0) = \frac{M}{E_b(t_0)I_i^I} = k_a^I \kappa_b, \quad (4.51)$$

почетна кривина за пресек са прслином се израчунава као:

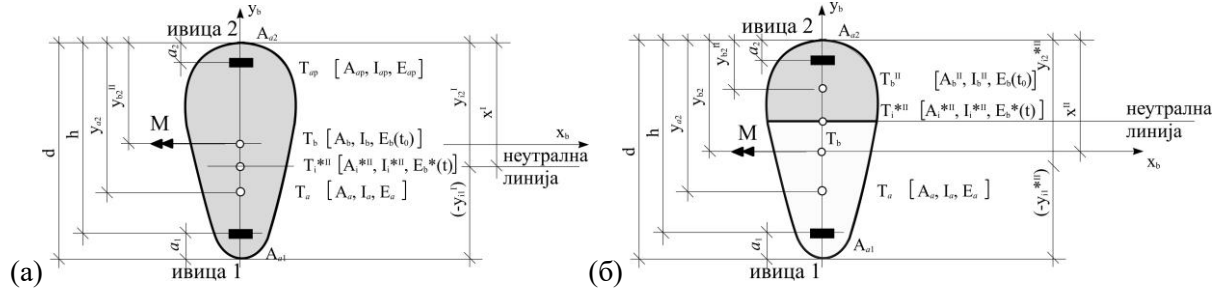
$$\kappa_M^II(t_0) = \frac{M}{E_b(t_0)I_i^{II}} = k_a^{II} \kappa_b, \quad (4.52)$$

при чему се преко коефицијената $k_a^I = \frac{I_b}{I_i^I}$ и $k_a^{II} = \frac{I_b}{I_i^{II}}$ уводи у прорачун утицај
арматуре.



Слика 4.8 Прорачунски модели за одређивање почетне кривине пресека:

(а) без прслина $\kappa_M^I(t_0)$, (б) са прслинама $\kappa_M^{II}(t_0)$



Слика 4.9 Прорачунски модели за одређивање промене кривине пресека:

(а) без прслина $\Delta\kappa_M^I(t)$, (б) са прслинама $\Delta\kappa_M^{II}(t)$

Кривине $\kappa_M^I(t)$ и $\kappa_M^{II}(t)$, армиранобетонског елемента изложеног чистом савијању, за напонско стање I и напонско стање II, у тренутку времена t , одређују се као збир одговарајућих почетних вредности и промене кривине у току времена:

$$\kappa_M^I(t) = \kappa_M^I(t_0) + \Delta\kappa_M^I(t), \quad (4.53)$$

$$\kappa_M^{II}(t) = \kappa_M^{II}(t_0) + \Delta\kappa_M^{II}(t). \quad (4.54)$$

Детаљно извођење дато је у [8], а овде су приказани коначни изрази за израчунавање $\kappa_M^I(t)$ и $\kappa_M^{II}(t)$, који су коришћени при изради компјутерског програма описаног у Глави 5, и то у облику:

$$\kappa_M^I(t) = k_a^I \left[1 + k_\phi^I \varphi(t, t_0) \right] \kappa_b + k_s^I \frac{\varepsilon_s(t, t_0)}{d}, \quad (4.55)$$

$$\kappa_M^{II}(t) = k_a^{II} \left[1 + k_\phi^{II} \varphi(t, t_0) \right] \kappa_b + k_s^{II} \frac{\varepsilon_s(t, t_0)}{d}. \quad (4.56)$$

где је:

$$k_\phi^I = 1 - \frac{n^*}{I_i^{*I}} \left[I_a + A_a (y_{a2} - y_{i2}^I) (y_{a2} - y_{i2}^{*I}) \right], \quad (4.57)$$

$$k_\phi^{II} = 1 - \frac{n^*}{I_i^{*II}} \left[I_a + A_a (y_{a2} - y_{i2}^{II}) (y_{a2} - y_{i2}^{*II}) \right], \quad (4.58)$$

$$k_s^I = \frac{n^*}{I_i^{*I}} A_a d (y_{a2} - y_{i2}^{*I}), \quad (4.59)$$

$$k_s^{II} = \frac{n^*}{I_i^{*II}} A_a d (y_{a2} - y_{i2}^{*II}). \quad (4.60)$$

Вредности средњих кривина се добијају, на основу израза (4.48) и (4.49), у облику:

$$\kappa_{M,s}(t) = \kappa_M^I(t), \quad \text{за } M \leq M_r \text{ и} \quad (4.61)$$

$$\kappa_{M,s}(t) = (1 - \zeta) \kappa_M^I(t) + \zeta \kappa_M^{II}(t), \quad \text{за } M > M_r. \quad (4.62)$$

4.3 Алгоритам за прорачун статичких утицаја у армиранобетонском раму са ефективним крутостима елемената

Према правилнику БАБ 87 за прорачун статичких утицаја код статички неодређених система, по правилу, у рачун треба увести крутости EI у зависности од стања прслина елемената као и процента армирања пресека. На тај начин се истиче потреба да се што боље процене крутости пресека дуж носача, како би статички утицаји били одређени са што већом тачношћу.

Један од циљева овог рада је управо повећање тачности прорачуна статички неодређених рамовских конструкција увођењем реалније крутости елемената, односно реалног-ефективног момента инерције. Ефективни момент инерције пресека се у овој дисертацији одређује (уз занемарење утицаја нормалних сила на деформацију носача) помоћу средње кривине $\kappa_{M,s}(t)$ пресека изложеног чистом савијању, у тренутку времена t , која се, на основу горе изнетих теоријских основа, израчунава према изразима (4.61) и (4.62). Имајући у виду израз (3.11), ефективни момент инерције пресека се одређује као:

$$I_{ef} = \frac{M}{E_b \kappa_{M,s}(t)} .$$

Следи предлог алгоритма за тачније одређивање статичких утицаја, узимајући у обзир **ефективну крутост пресека целог армиранобетонског рама**:

1. Усвајање рачунског модела рама са линијским елементима (штаповима), са претпостављеним геометријским карактеристикама пресека и карактеристикама материјала;
2. Анализа оптерећења;
3. Прорачун статичких утицаја у армиранобетонском раму на класичан начин у складу са линеарном теоријом (према тачном решењу једначине савијања штапа, према теорији првог реда);
4. Димензионисање стубова и ригли носача према граничном стању носивости у складу са захтевима одговарајућег правилника за прорачун армиранобетонских конструкција (БАБ 87, EC2, ACI 318, итд.);

5. Прорачун почетних вредности напона, дилатације и кривине у тренутку нахошења оптерећења t_0 према линеарној теорији;
6. Прорачун прираштаја напона, дилатације и кривине до посматраног тренутка времена t квазилинеарном анализом;
7. Прорачун момената инерције I_{ef} , односно крутости, свих пресека у десетинама распона греда и стубова рама у зависности од реалног (прорачунатог са утицајем прслина) напонско-деформацијског стања у тренутку времена t ;
8. Формирање **новог рачунског модела** са дискретизацијом штапова на линијске елементе $1/10$ дужине штапа и новим геометријским карактеристикама на основу прорачуна прслина;
9. Прорачун статичких утицаја у армиранобетонском раму према теорији еластичности са новоформираним моделом.

Овај алгоритам за прецизнији прорачун статичких утицаја у линијским статички неодређеним носачима, због његове комплексности, није могуће применити без употребе рачунара.

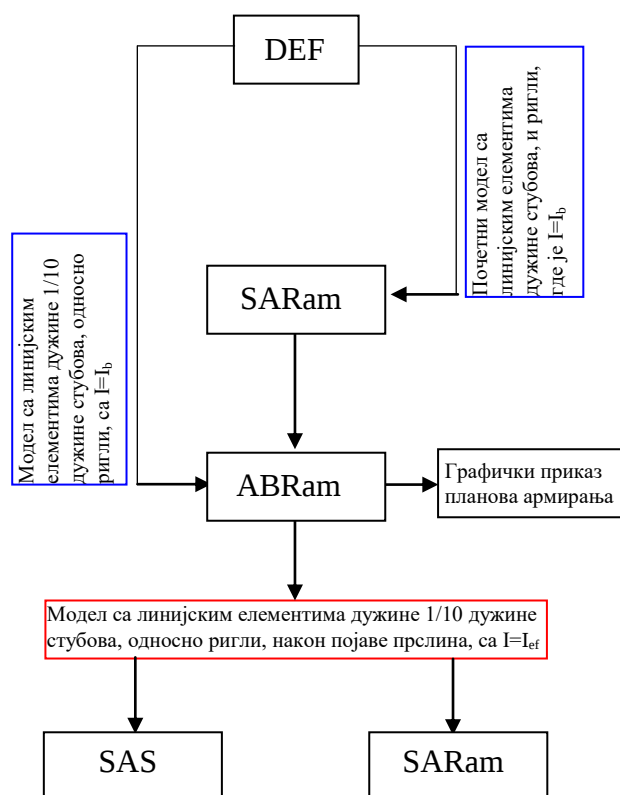
5 РАЧУНАРСКИ ПРОГРАМИ ЗА ПРОРАЧУН АРМИРАНОБЕТОНСКИХ ЛИНИЈСКИХ НОСАЧА У ЗАВИСНОСТИ ОД СТАЊА ПРСЛИНА

5.1 Увод

Нови алгоритам за прорачун утицаја у армиранобетонским линијским носачима, за димензионисање армиранобетонских пресека према теорији граничних стања и за одређивање ефективне крутости пресека раванских армиранобетонских рамова, који је приказан у Глави 4, реализован је у виду скупа рачунарских програма. Организациона шема ових рачунарских програма дата је на слици 5.1. Основу чини рачунарски програм BAV 2000, аутора М. Станковића, професора Грађевинско-архитектонског факултета у Нишу [87], у који су имплементирани програми **DEF** и **ABRam**, написани на Fortran програмском језику, који су развијени у оквиру ове докторске дисертације. За срачунавање утицаја у пресецима користи се програм SARam, развијен из стандардног програма STRESS, док се за сеизмичку анализу користи програм SAS. Аутор ових програма је, такође, проф. М. Станковић [86].

Програм DEF је намењен за симултано формирање две датотеке са подацима о рачунском моделу рама у равни са линијским елементима, од којих се у првој (*ime.ppp*) налазе подаци о елементима рама (ригле, стубови), док се помоћу друге (*ime.qqq*) врши дискретизација тих елемената на десетине њихове дужине. То су улазне датотеке, у којима су геометријске карактеристике (моменти инерције) штапова срачунате за бруто бетонски пресек ($I=I_b$). Датотека *ime.ppp* се користи за срачунавање утицаја у програму SARam за рам без прслина, док је датотека *ime.qqq* основа за формирање нове датотеке

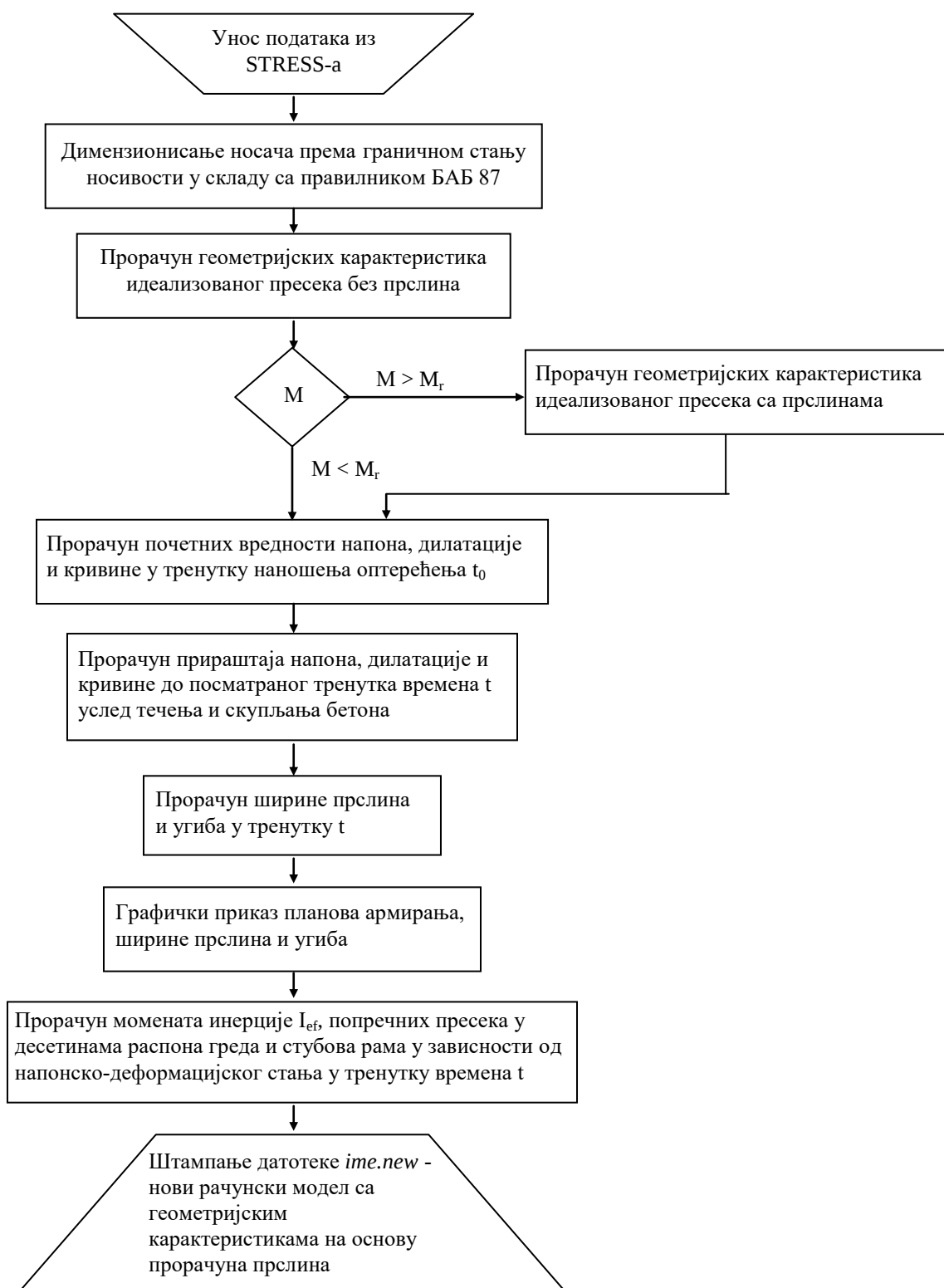
ite.new, са ефективним моментима инерције пресека након појаве прслина, у оквиру програма ABRam.



Слика 5.1 Организациона шема рачунарских програма за моделирање, прорачун и димензионисање армиранобетонских рамова са прслинама

5.2 Рачунарски програм ABRam

На основу теоријских поставки приказаних у Глави 3 и Глави 4, сачињен је програм ABRam у сврху извршења дела алгоритма приказаног у поглављу 4.3 овог рада. Он је намењен за димензионисање носача према граничном стању носивости у складу са одредбама правилника БАБ 87, прорачун напонско-деформацијског стања са утицајем течења и скупљања бетона, као и одређивање ефективних момента инерције попречних пресека армиранобетонских рамова после појаве прслина узимајући у обзир утицај течења и скупљања бетона. Блок шема алгоритма програма ABRam приказана је на слици 5.2.



Слика 5.2 Блок шема алгоритма програма ABRam

С обзиром да је један од циљева овог рада одређивање релних крутости елемената армиранобетонског рама, кључни потпрограми програма ABRam су **MRPRS.F90** и **MRPRS1.F90**, у којима се врши провера стања употребљивости, као и израчунавање момената инерције попречних пресека у десетинама распона греда и стубова после појаве прслина. Као илустрација, следи приказ потпрограма **MRPRS.F90** који се односи на греде.

```
$DEBUG
SUBROUTINE MRPRS(NUMB,nab,ast,acrc,INDP,JLX,NPRS)
REAL*4 NS,MS,Mmax,Mr,JI_I(21),nab,Mi1zef,kMs,MYI,kk1,kk2
REAL*4 Ja,JI_II(21),k1,k2,lps,Jb,Mi,Ma,Na,Ni0,Mi0,kt_n
REAL*4 kfi_I(21),EpsTb_0(21),kM_I(21),SIGb1t0(21),SIGb2t0(21)
REAL*4 SIGa1t0(21),x_II(21),Ab_II(21),kfi_II(21)
REAL*4 ks_I(21),ks_II(21),ka_I(21),ka_II(21),Mr2
REAL*4 yi2t0(21),yb2_II(21),Jb_II(21),Jitn_I,kMtn_I(21),Jitn_II
REAL*4 kMtn_II(21),kb(21),kMt0_II(21),kMt0_I(21),Mo,kN_II
!
DIMENSION b(20),hb(20),Fa(20),ha(20)
DIMENSION INT(6),FACT(6),xII(21),ya2(21),yi2_I(21)
COMMON /PRESEK/b,hb,Nb,Fa,ha,Na
COMMON/FIHIEP/ fio1,hio1,Esk1
!!!
INTEGER*1 IYES
!
COMMON/BAB/IYES(2300),BMB,SIGVI,BB,H,A1,A2,DD,Fb,Eb,tauR,Ea,fbzs&
& ,k1,k2,Du,eu0,Auz0,Au,mu,a0,npolja,Asmin,SIGu,Duef,HI,FI
COMMON/LUNS/NSCR,IN1,IN2,NOUT1,NOUT2,LINES,NPAGE,I4(3)
COMMON/MOMENT/NS(21,64),MS(21,64),T(21,64),MYI(21,64),BL1 &
& ,N12,NLDS,JPL,JMN
COMMON/PRUG/Aa1ef(21),Aa2ef(21),Mmax(21),Mr(21),kMs(21) &
& ,Nzat(21),Nprip(21),DX
!!!
COMMON/BLOCK4/ DUMY(42),aMr(21),PRSL(21),PRSK(21)
COMMON/BLOCK7/ PRSLtmp(21)
!
COMMON/MILE/KONT1(98),M,KONT
COMMON Aa1(21),Aa2(21),Aa(21),Ja(21),Ai(21),TMP(21),TN1(21)
COMMON/ABRAM/ aIZ(1000),SAVE(1000),TRAS(100,21)
!!!
CHARACTER*6 NAM1,NAM2,NAM3
!!!
EQUIVALENCE ( xII(1),Nzat(1)),( ya2(1),Nprip(1))
DATA Mo/0./
DATA NAM1/' AX ','NAM2/' AY ',' NAM3/' IZ '/'
PI = 3.14159265
As0 = DD**2 * PI / 4.
WRITE(21,*) ' MRPRS  &&&&&&&  M =', M
!
!---- MOMENAT Mr(IP) - POJAVA PRSLINA
!
Ab = BB * H ; Ab1 = Ab / 1E6 ; Ab2 = Ab1 / 1.2
Jb = BB * H**3 / 12. ; aJb = Jb / 1E12
yb2 = H / 2.
IF(SIGVI.EQ. 240.) BETA1 = 0.5
IF(SIGVI.EQ. 400.) BETA1 = 1.
```

67

68

```

PRIVR = ya2(IP) - yi2tn_I
ENDIF
!-----napomi i krivine u preseku bez prslina/ end
!
!---- OTVARANJE PRSLINA -----
!
!!! IF( Mr(IP) .GT. ABS(TMP(IP)) .OR. Mr(IP) .LT. 0. ) THEN !!!!!!!
! IF(IP.EQ.11) WRITE(21,*) '!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!'
! IF(IP.EQ.11) WRITE(21,*) ' isprskali presek TMP(IP),TN1(IP),,TMP(IP),TN1(IP)
! IF( INDP .EQ. 1 ) THEN ! (3)
!-----
! IF( ABS(TN1(IP)) .GT. 1. ) THEN
! eeb = ABS(TMP(IP)) / TN1(IP)
! PRIV1 = ya2(IP) - yb2
! PRIV2 = ya2(IP) - ey
! eea = PRIV1 + eeb
! eap = eea - PRIV2
! c1 = 3.*( eea - ya2(IP) )
! c2 = 6.* ( nab*Aa(IP) *eea - Aa2(IP) * eap )/ BB
c3 = -6.*(nab*(Aa(IP) *ya2(IP) *eea + Ja(IP) )-Aa2(IP)*ey*eap) / BB
! d1 = 3.
! d2 = 2.* c1
! xn1 = H / 2
! IF(IP.EQ.11) WRITE(21,*) ' MRPRS eea,eeb',eea,eeb
! IJK = 0
350 xn = xn1
! IJK = IJK + 1
! IF( IJK .GT. 100 ) GO TO 250
! yn = xn**3 + c1 * xn**2 + c2 * xn + c3
! ynp = d1 * xn**2 + d2 * xn + c2
! xn1 = xn - yn / ynp
! DELTA = ABS( ABS(xn1) - ABS(xn) )
! DELTA = ABS( xn1 - xn )
! IF( DELTA .GT. 1.0 ) GO TO 350
250 CONTINUE
! xn = xn1
! ELSE
! c1 = ( nab * Aa(IP) - Aa2(IP)) / BB
! c2 = 2. * ( nab * Aa(IP) * ya2(IP) - Aa2(IP) * ey) / BB
! xn = SQRT( c1**2 + c2 ) - c1
!! WRITE(8,*) ' KVADRATNA PARABOLA xn=',xn
! ENDIF
! x_II(IP) = xn
!!!
! Ab_II(IP) = BB * x_II(IP)
! yb2_II(IP) = x_II(IP) / 2
! Jb_II(IP) = BB * x_II(IP)**3 / 12.
!-----3----- NOVO-----END----- N. OSA
! IF(IP.EQ.11) WRITE(21,*) ' MR,IP,Ab_II,x_II',IP,Ab_II(IP),x_II(IP)
! IF(IP.EQ.11) WRITE(21,*) '????? c1,c2,ya2',C1,C2,ya2(IP)
!-----
! Ai_II = Ab_II(IP) + nab * Aa(IP)
! PRIV1 = ya2(IP) - yb2_II(IP)
! PRIV2 = PRIV1 * nab * Aa(IP) / Ai_II
! yi2t0(IP) = yb2_II(IP) + PRIV2
! Ji_II(IP) = Jb_II(IP) + nab * Ja(IP)+Ab_II(IP) * PRIV1 * PRIV2
! IF(IP.EQ.11)WRITE (20,*) 'MR Ji_II',Ji_II(IP),' Ai_II',Ai_II
!-----PREKO NETO PRESEKA-----
!-----
! Abn = Ab_II(IP) + Aa2(IP)

```

```

PRIV1 = ey - yb2_II(IP)
PRIV2 = PRIV1 * Aa2(IP) / Abn
aJbn = Jb_II(IP) - Ab_II(IP) * PRIV1 * PRIV2
Ai_II = Abn + nab * Aa(IP)
PRIV1 = ya2(IP) - yb2_II(IP)
PRIV2 = PRIV1 * nab * Aa(IP) / Ai_II
yi2t0(IP) = yb2_II(IP) + PRIV2
Ji_II(IP) = aJbn + nab * Ja(IP) + Abn * PRIV1 * PRIV2
!-----PREKO NETO PRESEKA/KRAJ-----
kMt0_II(IP) = ABS(TMP(IP)) / Ji_II(IP) / Eb
ka_II(IP) = Jb / Ji_II(IP)
! IF(IP.EQ.11)WRITE (20,*) 'MR Ji_II,Ji_II(IP),' Ai_II,Ai_II
! IF(IP.EQ.11) WRITE (20,*) 'MR x_II=',x_II(IP),' Ab_II=',Ab_II(IP)
yia1_II = H0 - yi2t0(IP)
! IF(IP.EQ.11)WRITE (20,*) 'MR ,,,,yia1_II',yia1_II
Wi1_II = Ji_II(IP) / yia1_II
!----- NAPON U ZATEGNUTOJ I PRITISNUTOJ ZONI
Mi = ABS(TMP(IP)) + TN1(IP) * ( yi2t0(IP) - yb2 )
Sa1_II = nab * ( Mi / Wi1_II - TN1(IP) / Ai_II )
Sb1_II = -Mi * ( yi2t0(IP) - x_II(IP)) / Ji_II(IP) + TN1(IP) / Ai_II
Sb2_II = Mi * yi2t0(IP) / Ji_II(IP) + TN1(IP) / Ai_II
!! SIGaTa0_II = ( -Mi * ( H - yi2t0(IP) - a1) / Ji_II(IP) + TN1(IP) / Ai_II ) * nab
SIGaTa0_II = -Sa1_II
ALFA2 = SIGaTa0_II * Aa(IP)
akMtmp = ABS(TMP(IP)) / Eb / Jb
Da2 = ( Mi * (yi2t0(IP) - ey) / Ji_II(IP) + TN1(IP) / Ai_II ) * nab * Aa2(IP)
Db2 = Sb2_II * x_II(IP) * BB / 2
Sa1 = Sa1_II * Aa1(IP)
aNtmp = Da2 + Db2 - Sa1
aMtmp = Db2 * (H/2 - x_II(IP)/3) + Da2 * (H/2 - ey) + Sa1 * (H/2 - a1)
!----- NAPON U ZATEGNUTOJ I PRITISNUTOJ ZONI
!!! WRITE (20,*) 'MR***,W_II,Sa1,Wi1_II,Sa1_II
DUMMY = SIGVI / 1.7
! IF(IP.EQ.11) WRITE (20,*) 'MR***,Sb1,Sb2',Sb1_II,Sb2_II
!!! WRITE (20,*) ' NAPON Sa1_II,DUMMY=',Sa1_II,DUMMY
IF( Sa1_II .GT. 0. ) THEN
  IF( Sa1_II .GT. DUMMY) Sa1_II = DUMMY
  ELSE
  IF( ABS(Sa1_II) .GT. DUMMY) Sa1_II = -DUMMY
  ENDIF
  ELSE ! (3)
  Ai_II = AB_II(IP) + nab * Aa(IP)
  PRIV1 = ya2(IP) - yb2_II(IP)
  PRIV2 = PRIV1 * nab * Aa(IP) / Ai_II
! WRITE (20,*) 'MR(2),ya2_II,Aa',ya2(IP),Aa
!!! WRITE (20,*) 'MR***,PRIV1,PRIV2',PRIV1,PRIV2
yi2 = yb2_II(IP) + PRIV2
Jitn_II = Jb_II(IP) + nab * Ja(IP) + Ab_II(IP) * PRIV1 * PRIV2
!!! WRITE(21,*) ' MR///,IP,N,Np',IP,N,NP
!!! WRITE(21,*) ' MR///,IP,Aa1(IP),Aa',IP,AA1,AA
TEMP1 = ya2(IP) - yi2t0(IP)
TEMP2 = ya2(IP) - yi2
!-----
kfi_II(IP) = 1. - nab * ( Ja(IP) + Aa(IP) * TEMP1 * TEMP2 ) / Jitn_II
ks_II(IP) = nab * Aa(IP) * H * TEMP2 / Jitn_II
!!! kM_II = ka_II(IP) * ( 1. + kfi_II(IP) * fio1 ) * kb(IP) + &
!!! & ks_II(IP) * Esk1 / H
!! & fio1 * kM_II + nab * Aa * PRIVR * Esk1 / Jitn_II
!!! & + ks_II(IP) * Esk1 / H
!!! IF(IP.EQ.11) WRITE (20,*) 'MR@@@@@,kM_II,kMtn_II(IP)',kM_II,kMtn_II(IP)

```

```

PRIV1 = ka_I(IP) * ( 1.+ kfi_I(IP) * fio1 )
PRIV2 = ka_II(IP) * ( 1.+ kfi_II(IP) * fio1 )
IF( ABS(TN1(IP)).GT. 0. ) THEN
Mo = TN1(IP)*( yi2_I(IP)-yi2t0(IP))/(1.-ka_I(IP)/ka_II(IP))
kN_II = ( PRIV1 - PRIV2 ) * Mo / Eb /Jb
kMtn_II(IP) = kMtn_II(IP) + kN_II
ENDIF

!-----
! IF(IP.EQ.11) WRITE (20,*)'MR,,Mo,kN_II',Mo,kN_II
! IF(IP.EQ.11) WRITE (20,*) 'MR x_II=',x_II(IP),' Ab_II=',Ab_II(IP)
! IF(IP.EQ.11)WRITE (20,*) 'MR Ji_II',Jitn_II,' Ai_II',Ai_II
    yia1_II = H0 - yi2
! IF(IP.EQ.11)WRITE (20,*) 'MR ,,,,yia1_II',yia1_II
    Wi1_II = Jitn_II / yia1_II
!----- NAPON U ZATEGNUTOJ I PRITISNUTOJ ZONI
    Mi = ABS(TMP(IP)) + TN1(IP) * ( yi2 - yb2 )
!!!    WRITE (20,*) 'MR==,IP,Mi,TMP(IP)',IP,Mi,TMP(IP)
!!!    WRITE (20,*) 'MR==,IP,Jitn_II',IP,Jitn_II
    Sa1_II = nab * ( Mi / Wi1_II - TN1(IP) / Ai_II )
    Sb1_II = -Mi * ( yi2 - x_II(IP)) / Jitn_II + TN1(IP) / Ai_II
    Sb2_II = Mi * yi2 / Jitn_II + TN1(IP) / Ai_II
!! SIGaTa0_II = ( -Mi * ( H - yi2 -a1) / Jitn_II + TN1(IP) / Ai_II ) * nab
SIGaTa0_II = -Sa1_II
    akMtmp = Mi / Eb / Jb
!!!    WRITE (20,*) 'IP,MR***,W_II,Sa1',IP,Wi1_II,Sa1_II
    yi2tn_II = PRIV2 + yb2_II(IP)
    PRIVR = ya2(IP) - yi2tn_II
    DUMMY = SIGVI / 1.7
! IF(IP.EQ.11) WRITE (20,*) 'MR***,Sb1,Sb2',Sb1_II,Sb2_II
!!! WRITE (20,*) ' NAPON Sa1_II,DUMMY=',Sa1_II,DUMMY
    IF( Sa1_II.GT. 0. ) THEN
    IF( Sa1_II .GT. DUMMY) Sa1_II = DUMMY
    ELSE
    IF( ABS(Sa1_II) .GT. DUMMY) Sa1_II = -DUMMY
    ENDIF
    ENDIF      ! (3)

!
!---- RELATIVNA SREDNJA DILATACIJA
!
    IF( INDP .EQ. 1 ) THEN
        IF( Mo .EQ. 0. ) THEN
            CETAO = 1.-BETA1*BETA2*(Mr(IP)/TMP(IP))**2
        ELSE
            CETAO = 1.-(( SQRT(BETA1*BETA2) * Mr(IP)- Mo)/(ABS(TMP(IP))-Mo))**2
        ENDIF
    ELSE
        IF( Mo .EQ. 0. ) THEN
            CETAO = 1.-BETA1*BETA2*(Mr2/TMP(IP))**2
        ELSE
            CETAO = 1.-(( SQRT(BETA1*BETA2) * Mr2- Mo)/(ABS(TMP(IP))-Mo))**2
        ENDIF
    ENDIF
    IF( CETAO .LT. 0.4 ) CETAO = 0.4
    IF( CETAO .GT. 1. ) CETAO = 1.
    epsasR = Sa1_II * CETAO / Ea
    IF( TMP(IP) .LT. 0. ) epsasR = -epsasR
!!! WRITE(21,*) 'IP',IP,'epsasR= ',epsasR,' CETAO',CETAO
!!    WRITE(8,*) ' Sa1_II , Ea ', Sa1_II,Ea
    a0t = a0 +Du
    otv = BB -2* a0t - DD

```

```

efi = otv / npolja
IF(efi .GT. 15 * DD ) efi = 15 * DD
IF(efi .GT. 300. ) efi = 300.
TEMP1 = 30.
IF( DD .GT. 30. ) TEMP1 = DD
hbef = ( Nreda -1 ) * ( DD + TEMP1 ) + a0t + DD * 8
hbef1 = H - xII(IP)
IF ( hbef1 .LT. hbef ) hbef = hbef1
!----- KOEFICIJENAT ARMIRANJA U ODNOSU NA ZATEGNUTU ZONU
Abzef = BB * hbef
Mi1zef = Aa(IP) / Abzef
!/99 WRITE(8,*)'hbef,Abzef,hbef,Abzef
kk1= 0.40
kk2= 0.125
lps = 2.*( a0t + efi / 10. ) + kk1 * kk2 * DD / Mi1zef
IF(IP.EQ.11)WRITE(8,*)' k1,k2,a0t',k1,k2,a0t
IF(IP.EQ.11)WRITE(8,*)'Abzef,hbef,hbef1',Abzef,hbef,hbef1
!!! IF(IP.EQ.11)WRITE(21,*)'efi,otv,Mi1zef,lps',efi,otv,Mi1zef,lps
!
!----- KARAKTERISTICNA SIRINA PRSLINA
!
as = lsp * epsasR
ast0 = 1.70 * as
IF(INDP.EQ.2.AND.JLX.EQ.NPRS+1) THEN
    PRSL(IP) = ast0
    IF( JPL .EQ. -1 ) PRSK(IP) = ast0
    IF( JPL .EQ. -1 ) PRSLtmp(IP) = ast0
    IF( NUMB .EQ. KONT ) PRSK(IP) = ast0
    ENDIF
    TRAS(M,IP) = ast0
!!! IF( ABS(PRSL(IP)) .LT. 0.02 ) TRAS(M,IP) = 0.
!!! IF(IP.EQ.11) WRITE(21,*) '!!!!!!! TRAS(M,IP) =', TRAS(M,IP)
    IF( ABS(ast0) .GE. ast0max ) ast0max = ABS(ast0)
!
!----- PRORACUN KRIVINE -----
!!!----- INDP=1 !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!-----INDP = 1 -----
!!! IF( INDP .EQ. 1 ) THEN ! KRIVINA
    IF( Mr(IP) .GE. ABS(TMP(IP)) .OR. Mr(IP) .LT. 0. ) THEN ! nema p
        kMs(IP) = kMtn_I(IP)
        IF( TMP(IP) .LT. 0. ) kMs(IP) = -kMs(IP)
        ELSE
        kMs(IP) = (1.-CETAo)*kMt0_I(IP) + CETAo*kMt0_II(IP)
        IF( TMP(IP) .LT. 0. ) kMs(IP) = -kMs(IP)
        ENDIF
!!!
    IF( kMs(IP).EQ. 0.) aIZ(IP) = Jb/1E12
!-----
    IF( TMP(IP) .EQ. 0.) aIZ(IP) = Jb/1E12
    IF(TMP(IP).NE.0.) aIZ(IP) = TMP(IP) / Eb / 1.E12/ kMs(IP)
    IF( Mr(IP) .GE. ABS(TMP(IP)) .OR. Mr(IP) .LT. 0. ) aIZ(IP)=Jb/1E12
!!-----
!!/13 IF(IP.EQ.0) WRITE(30,*) ' KRUTOSTI--- NUMB,IP,aIZ(IP) ',IP
!!! WRITE(21,*)'&&& TMP(IP),kMs,aIZ',TMP(IP),kMs(IP),IP,aIZ(IP)
!!/13 WRITE(30,177) IP ,NAM1, Ab1,NAM2, aIZ(IP)
!!!-
GO TO 570 !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!-----INDP = 2 -----
!!! ELSE
TEMP1 = ks_I(IP) * Esk1 / H

```

```

TEMP2 = ks_II(IP) * Esk1 / H
!!! IF(IP.EQ.11) WRITE(8,*)'Esk1,TEMP1,TEMP2',Esk1,TEMP1,TEMP2
akI=ka_I(IP)*(1.+kfi_I(IP) * fio1)*kb(IP)      + TEMP1
akII=ka_II(IP)*(1.+kfi_II(IP)*fio1)*kb(IP)      + TEMP2
IF( Mr2 .GE. ABS(TMP(IP)) .OR. Mr2 .LT. 0. ) THEN  ! nema p
      kMs(IP) = kMtn_I(IP)
      IF( TMP(IP) .LT. 0. ) kMs(IP) = -kMs(IP)
      PRSL(IP) = 0.
      IF( JPL .EQ. -1 )      PRSK(IP) = 0.
      IF( JPL .EQ. -1 )      PRSLtmp(IP) = 0.
      IF( NUMB .EQ. KONT )    PRSK(IP) = 0.
      ELSE
      kMs(IP) = (1.-CETAo)*kMtn_I(IP) + CETAo*kMtn_II(IP)
      kMs(IP) = (1.-CETAo)*akI  + CETAo*akII
      IF( TMP(IP) .LT. 0. ) kMs(IP) = -kMs(IP)
      ENDIF
!! IF( INDP .EQ. 2 .AND. JLX .EQ. NPRS+1 ) WRITE(21,*)'PRS',PRSL(IP)
!!!!!!!      ENDIF      ! KRIVINA
!-----
      IF( INDP .EQ. 2 .AND. JLX .EQ. NPRS+1 ) THEN
            DO I = 1,N12
                  aMr(I) = Mr(I)
            END DO
!!!   WRITE(21,*) 'MR,IP, PRSL(IP)=' ,IP,PRSL(IP)
            ENDIF
570    CONTINUE
!!-----
!!!   WRITE(21,*)'MRPRS--- NUMB =',NUMB
!!/13  WRITE(30,*)'MRPRS--- NUMB =',NUMB
!!-----
      IF( INDP .EQ. 1 ) THEN
177    FORMAT(I3, A ,F6.3, A ,F6.3, A ,F12.9)
      JP = ( NUMB-1 ) * 10 ; J1 = 0
      DO J=1,10
            JP = JP + 1 ; J1 = J1 + 2
            SAVE(JP) = aIZ(J1)
            !!! aIZ(JP) = SAVE(JP)
!!!   WRITE(40,*)&&&&&&& J1,kMs(IP)' ,J1,kMs(J1)
!!!   WRITE(21,*)'J1, NAM1 , Ai,NAM2 ,aIZ(IP)',J1,aIZ(J1)
            WRITE(15,177) JP , NAM1 ,Ab1,NAM2 ,Ab2,NAM3,SAVE(JP)
      ENDDO
            ENDIF
!!-----
      ast = ast0max
      IF( INDP .EQ. 1 .AND. JLX .EQ. NPRS+1 ) THEN
!!!   WRITE(22,REC=1) ( PRSL(IP),IP=1,21 )
!!!   DO IP=1,21 ; TRAS(M,IP)=PRSK(IP) ; END DO
            DO IP = 1,N12
                  IF( ABS(PRSL(IP)) .LT. 0.02 ) PRSL(IP) = 0.
                  IF( JPL .EQ. -1 .AND. ABS(PRSK(IP)) .LT. 0.02 ) PRSK(IP) = 0.
                  IF( JPL .EQ. -1 .AND. ABS(PRSLtmp(IP)) .LT. 0.02 ) PRSLtmp(IP) = 0.
                  IF( NUMB .EQ. KONT .AND. ABS(PRSK(IP)) .LT. 0.02 ) PRSK(IP) = 0.
            END DO
!!!
            ENDIF
      AX = BB*H/1000
!!!   WRITE(21,*) ' MRPRS M=',M
!!!   WRITE(21,*) ( TRAS(M,IP),IP=1,21 )
      RETURN
      END

```

5.2.1 Опис начина коришћења рачунарског програма ABRam

Рад са програмом ABRam је интерактиван у погледу дефинисања процедуре прорачуна. Дефинисање процедуре прорачуна се врши избором одговора на постављена питања или уношењем конкретних вредности.

После покретања програма наредбом ABRam, најпре се тражи име улазне датотеке, а затим се поставља питање о квалитету материјала и пречнику главне арматуре и узенгија:

ENTER INPUT FILE NAME:

КВАЛИТЕТ АРМАТУРЕ:

[1]..ГЛАТКА АРМАТУРА GA 240/360

[2]..РЕБРАСТА АРМАТУРА RA 400/500

УНЕСИ [1] ИЛИ [2]

КВАЛИТЕТ УЗЕНГИЈА:

[1]..ГЛАТКА АРМАТУРА GA 240/360

[2]..РЕБРАСТА АРМАТУРА RA 400/500

УНЕСИ [1] ИЛИ [2]

ПРЕЧНИК АРМАТУРЕ [mm]

ПРЕЧНИК УЗЕНГИЈА [mm]

МАРКА БЕТОНА [MPa]

ПОСЕБНИ ЗАХТЕВИ (Y/N):

Избором N усвајају се вредности дефинисане програмом у складу са правилником БАБ 87, док се избором Y могу променити следеће вредности:

ЗАШТИТНИ СЛОЈ БЕТОНА ДО УЗЕНГИЈА a_0 [mm],

РАЗМАК УЗЕНГИЈА КОД ОСЛОНАЦА e_u [mm],

КОЕФИЦИЈЕНТ ПЛАСТИЧНОГ ТЕЧЕЊА φ ,

КОЕФИЦИЈЕНТ СТАРЕЊА БЕТОНА χ ,

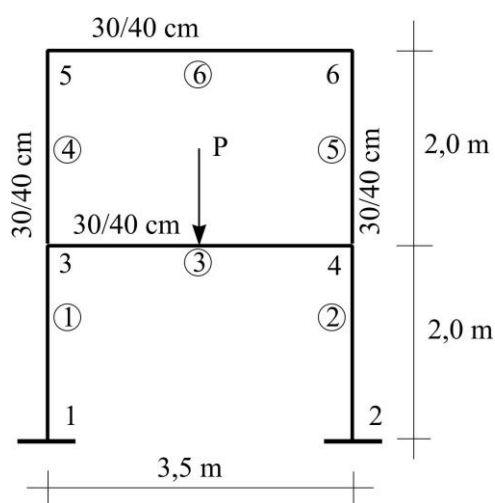
КОЕФИЦИЈЕНТ СКУПЉАЊА БЕТОНА ε_s .

Сви остали подаци о конструкцији се преузимају из прорачунског модела.

По завршетку уноса свих потребних података извршавају се наредбе програма, а на екрану се редом приказују графички прилози у виду планова и детаља армирања, као и резултата прорачуна стања прслина и угиба, за сваки штап посебно (стуб или греду). По извршењу овог дела програма, следи питање о називу датотеке *ite.qqq* у коју се уносе вредности ефективних момената инерције попречних пресека. Новоформирана датотека *ite.new* је на тај начин спремна за даље коришћење у програму SARam, за статички прорачун са утицајем прслина, и програму SAS, за сеизмичку анализу.

5.2.2 Пример

За илустрацију тока прорачуна помоћу програма ABRam изабран је армиранобетонски двоспратни једнобродни рам кога је експериментално испитао у реалној размери, професор Франк Векио (Frank J. Vecchio) са сарадницима, на Департману за грађевинарство Универзитета у Торонту, [18]. Статичка шема овог рама је дата на слици 5.3.



Слика 5.3 Статичка шема Рама **Vec3**

У наставку су приказане датотеке потребне за извршење програма ABRam (слика 5.1), као и графички прикази планова армирања, детаља армирања са спецификацијом потребне арматуре, деформисане греде (3) са прслинама, као и вредности угиба и ширина прслина за оптерећење силом $P=300 \text{ kN}$.

Улазне датотеке су:

vec3.ppp

```
STRUC  RAM U RAVNI
TYPE PLANE FRAME
NUMBER OF JOINTS  6
NUMBER OF MEMBE  6
NUMBER OF SUPP  2
NUMBER OF LOAD  3
*
JOINT COORDINATES
1  0.  0.  SUPP
2  3.5  0.0  SUPP
3  0.  2.
4  3.5  2.0
5  0.  4.
6  3.5  4.
MEMBER INCI
1  1  3  UNTIL  2
3  3  4
4  3  5  UNTIL  5
6  5  6
MEMBER PROPERTIES PRISM
1 THRU 6  AX  0.12  AY  0.10  IZ  0.0016
CONSTANTS E 30000000.  ALL
TABULATE ALL
*
LOADING  1  RAVNOMERNO  OPTERECENJE  -  STALNO
MEMBER LOAD
3  FORCE Y UNIF  -3.
6  FORCE Y UNIF  -3.
LOADING  2  KORISNO
MEMBER LOAD
3  FORCE Y CONC  -300.  1.75
LOADING  3  KOMBINACIJA  (1) + (2)
COMBINE  1  1.  2  1.
TRACE
SOLV
LENGTH 20 MEMB 1 THRU 6  END
```

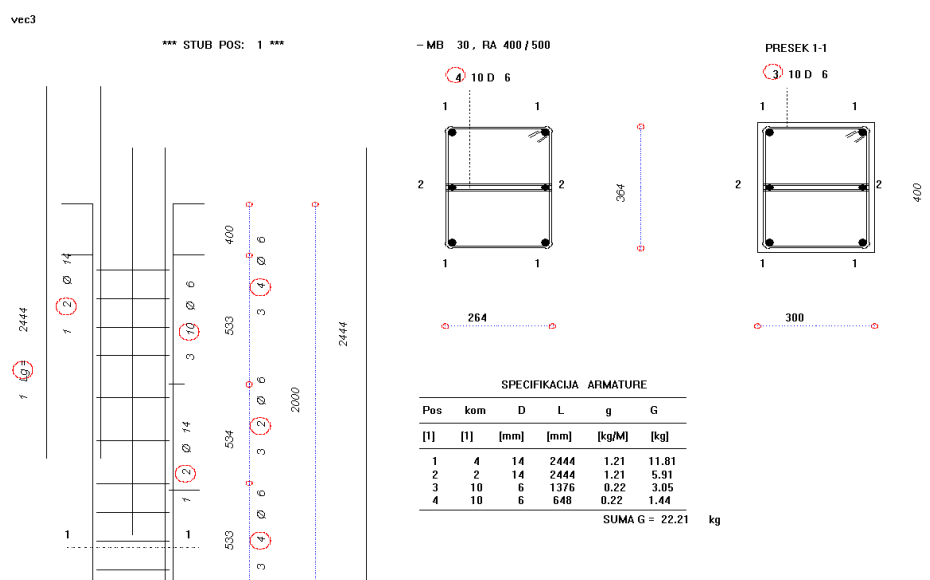
vec3.qqq

```
STRUC  RAM U RAVNI
TYPE PLANE FRAME
NUMBER OF JOINTS  60
NUMBER OF MEMBE  60
NUMBER OF SUPP  2
NUMBER OF LOAD  3
*
JOINT COORDINATES
1  0.  0.  SUPP
2  0.  0.2  UNTIL 10 STEP 1  0.  0.2
11  3.5  0.  SUPP
12  3.5  0.2  UNTIL 20 STEP 1  0.  0.2
21  0.  2.  UNTIL 30 STEP 1  0.35  0.
31  3.5  2.
32  0.  2.2  UNTIL 40 STEP 1  0.  0.2
41  3.5  2.2  UNTIL 49 STEP 1  0.  0.2
50  0.  4.  UNTIL 60 STEP 1  0.35  0.
MEMBER INCI
1  1  2  UNTIL  9
10  10  21
11  11  12  UNTIL 19
20  20  31
21  21  22  UNTIL 30
31  21  32
32  32  33  UNTIL  39
40  40  50
41  31  41
42  41  42  UNTIL 49
50  49  60
51  50  51  UNTIL 60
MEMBER PROPERTIES PRISM
1 THRU 60  AX  0.12  AY  0.10  IZ  0.0016
```

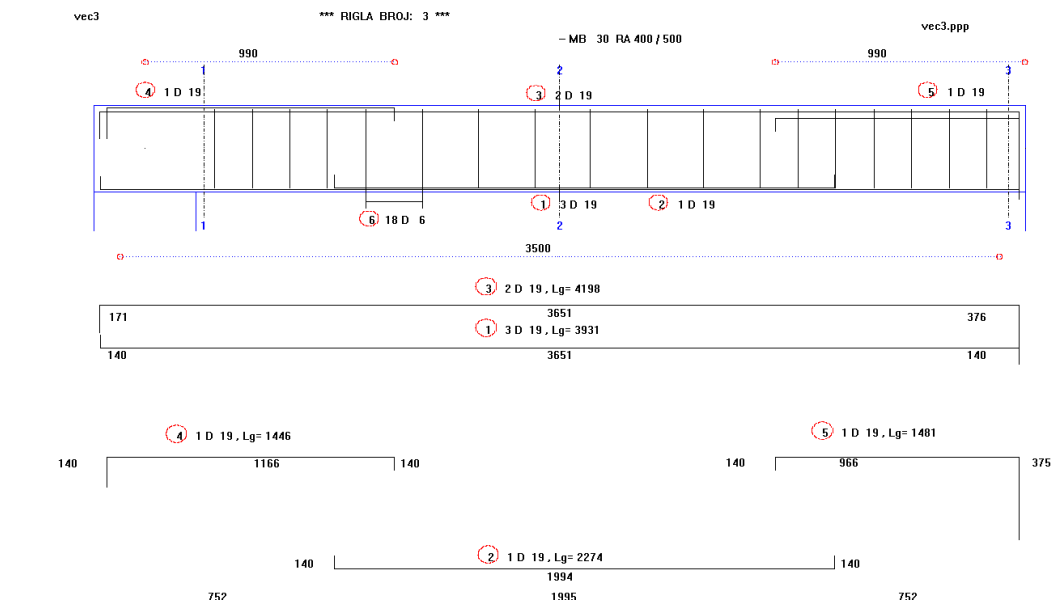
```

CONSTANTS E 30000000.  ALL
TABULATE ALL
*
LOADING 1 RAVNOMERNO OPTERECENJE - STALNO
MEMBER LOAD
21 THRU 30 FORC Y UNIF -3.
51 THRU 60 FORC Y UNIF -3.
LOADING 2 KORISNO
JOINT LOAD
26 FORCE Y -300.
LOADING 3 KOMBINACIJA (1) + (2)
COMBINE 1 1. 2 1.
TRACE
SOLV
    
```

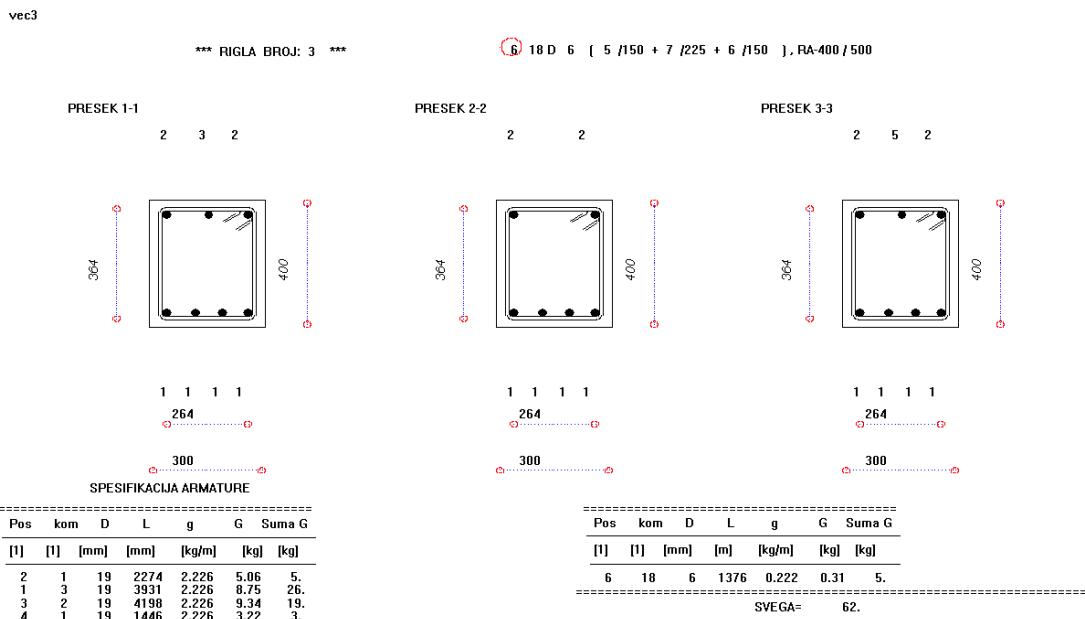
Цртежи за стуб 1 (стуб у приземљу) су дати на слици 5.4, а за риглу 3 (риглу изнад приземља) на сликама 5.5, 5.6 и 5.7.



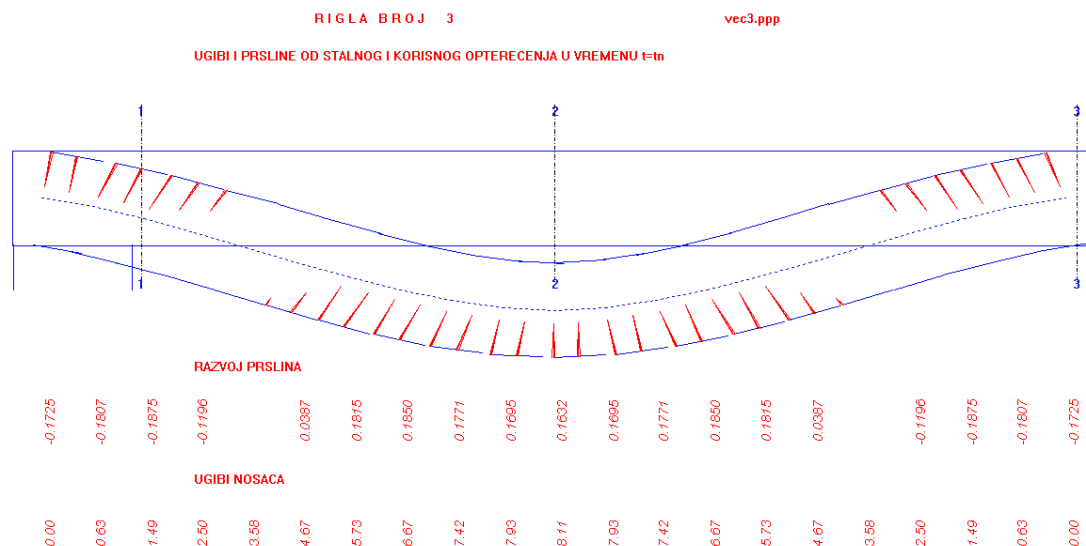
Слика 5.4 Стуб 1 Рама Vec3



Слика 5.5 Ригла 3 Рама Vec3



Слика 5.6 Ригла 3 Рама Vec3



Слика 5.7 Ригла 3 Рама Vec3

Излазна датотека програма ABRam је:

vec3.new

```

STRUC  RAM U RAVNI
TYPE PLANE FRAME
NUMBER OF JOINTS  60
NUMBER OF MEMBE  60
NUMBER OF SUPP  2
NUMBER OF LOAD  3
*
JOINT COORDINATES
1  0.  0.  SUPP
2  0.  0.2 UNTIL 10 STEP 1 0. 0.2
11 3.5  0.  SUPP
12 3.5 0.2 UNTIL 20 STEP 1 0. 0.2
21 0.  2. UNTIL 30 STEP 1 0.35 0.
31 3.5 2.
32 0.  2.2 UNTIL 40 STEP 1 0. 0.2
41 3.5 2.2 UNTIL 49 STEP 1 0. 0.2
50 0.  4. UNTIL 60 STEP 1 0.35 0.
MEMBER INCI
1  1  2  UNTIL  9
10 10 21
11 11 12 UNTIL 19
20 20 31
21 21 22 UNTIL 30
31 21 32
32 32 33 UNTIL 39
40 40 50
41 31 41
42 41 42 UNTIL 49
50 49 60
51 50 51 UNTIL 60
MEMBER PROPERTIES PRISM
1  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.001600533
2  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.001600533
3  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.001600533
4  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.001600533
5  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.001600533
6  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.001600533
7  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.000531587
8  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.000382050
9  AX  0.120 AY  0.100 IZ  0.000300328
    
```

```

10 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000267871
11 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
12 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
13 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
14 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
15 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
16 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
17 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000531587
18 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000382050
19 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000300328
20 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000267871
21 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000376393
22 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000436950
23 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000658040
24 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000377487
25 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000380111
26 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000380111
27 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000377487
28 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000658040
29 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000436950
30 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000376393
31 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000234867
32 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000242269
33 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000254587
34 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000277905
35 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000333782
36 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000448795
37 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
38 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
39 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
40 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
41 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000234867
42 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000242269
43 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000254587
44 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000277905
45 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000333782
46 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.000448795
47 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
48 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
49 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
50 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
51 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
52 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
53 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
54 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
55 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
56 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
57 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
58 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
59 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533
60 AX 0.120 AY 0.100 IZ 0.001600533

```

```

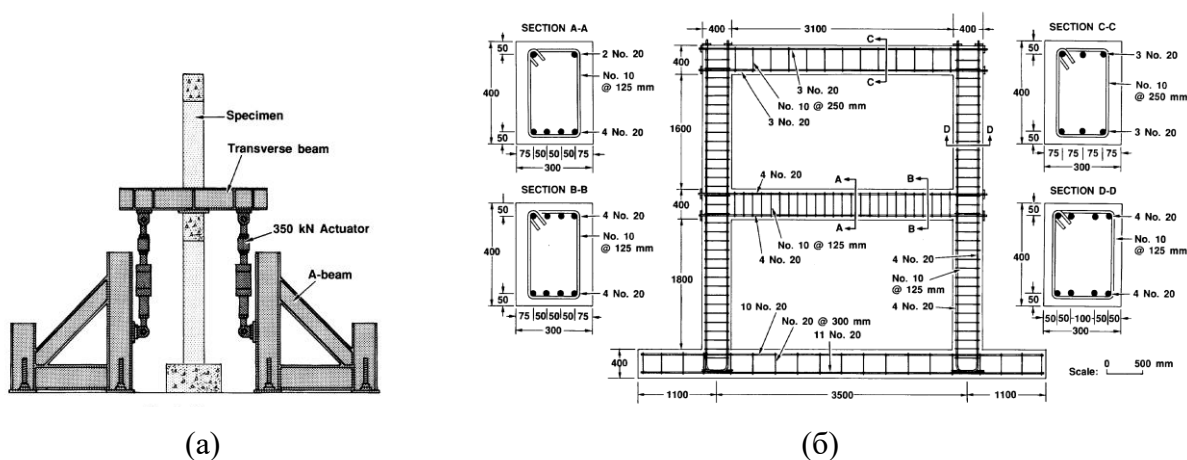
CONSTANTS E 30000000. ALL
TABULATE ALL
*
LOADING 1 RAVNOMERNO OPTERECENJE - STALNO
MEMBER LOAD
21 THRU 30 FORC Y UNIF -3.
51 THRU 60 FORC Y UNIF -3.
LOADING 2 KORISNO
JOINT LOAD
26 FORCE Y -300.
LOADING 3 KOMBINACIJA (1) + (2)
COMBINE 1 1. 2 1.
TRACE
SOLV

```

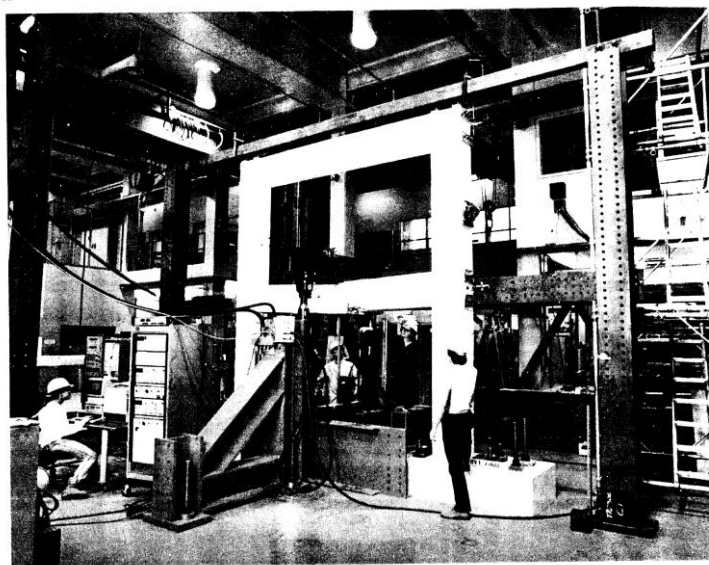
Датотека **vec3.new**, у којој се налазе вредности ефективног момента инерције у изабраним попречним пресецима греда и стубова рама, може се користити за даљу анализу, статичку или сеизмичку, у циљу спровођења прорачуна који обухвата утицај прслина.

5.3 Верификација програма на основу резултата експерименталних испитивања других аутора

У циљу верификације програмског пакета развијеног у оквиру ове докторске дисертације упоређени су неки од добијених резултата са резултатима експерименталног испитивања армиранобетонског рама у правој величини, приказаног на сликама 5.8 и 5.9 [18]. Статичка шема рама са оптерећењем приказана је на слици 5.3, а део резултата прорачуна дат је у потпоглављу 5.2.2.

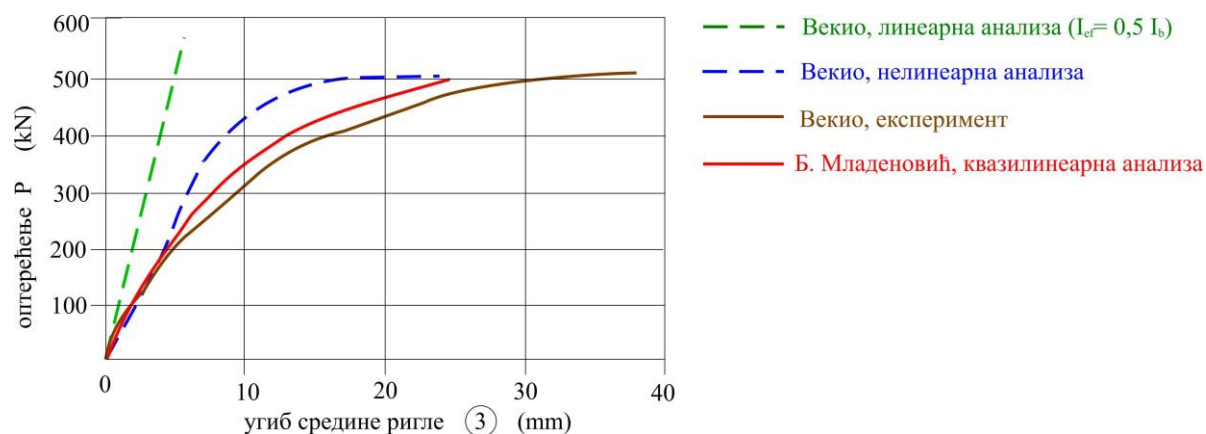


Слика 5.8 (а) Шема модела и опреме за испитивање, (б) детаљи армиранобетонског рама који су испитивали Векио и сарадници [18]



Слика 5.9 Лом испитиваног армиранобетонског рама [18]

Ради упоредне анализе спроведен је статички прорачун рама оптерећеног концентрисаном силом P интензитета од 100 до 500 kN применом поступка који је приказан у Глави 4. Добијене вредности угиба у средини ригле (3) се добро слажу са експериментално добијеним вредностима [18], што је приказано дијаграмима на слици 5.10.



Слика 5.10 Померање средине ригле (3) Рама Вес 3 у зависности од оптерећења

6 УПОРЕДНА АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА СТАТИЧКОГ ПРОРАЧУНА ПРИМЕНОМ КЛАСИЧНОГ ПОСТУПКА И ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА

6.1 Уводне напомене

Помоћу софтвера, који је развијен и приказан у Глави 5, извршен је статички прорачун одабраних армиранобетонских рамова узимајући у обзир промену крутости услед појаве прслина у затегнутој зони ригли и стубова, у циљу анализе утицаја те промене крутости на резултате прорачуна.

У овом делу рада су упоредно приказани и анализирани резултати статичке анализе добијени применом класичним начином прорачуна, са карактеристикама неиспрскалих пресека, и применом предложеног алгоритма, са промењеним карактеристикама пресека услед појаве прслина дуж елемената армиранобетонског рама. Прерасподела статичких утицаја у статички неодређеним армиранобетонским рамовима услед појаве прслина приказана је на дијаграмима момената савијања у пресецима, као и преко вредности померања и обртања карактеристичних пресека које су дате табеларно, за девет типова рамова различите спратности и броја поља. За сваки тип рама је спроведен прорачун за четири различита односа момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле I_{bs} / I_{br} .

Код свих рамова су греде правоугаоног попречног пресека димензија 40/60 см, док је попречни пресек стубова квадратни, и вариран је тако да је однос момената инерције стуба и ригле I_{bs} / I_{br} редом 0,3; 1,0; 1,5 и 2,0. У свим чворовима рамова су претпостављене идеално круте везе. У ослонцима, на месту везе стубова са темељима,

је претпостављено потпуно укљештење. Рамови су на међусобном растојању од по 6 m. Претостављена дебљина армиранобетонске плоче је $d=18$ cm. На основу спроведене анализе оптерећења, усвојено је стално оптерећење дуж ригли од 35 kN/m и корисно оптерећење од 10 kN/m. Димензионисање ригли и стубова рамова је извршено помоћу програма *ABRam* у складу са одребама правилника БАБ-87.

Линијом плаве боје су исцртани дијаграми за случај када су утицаји добијени са вредностима момената инерције бруто бетонског пресека ригли I_{br} и стубова I_{bs} (не водећи рачуна о површини и распореду арматуре унутар бетонског пресека). Линијом црвене боје су исцртани дијаграми за случај када су утицаји добијени за прорачунски модел са ефективним вредностима момената инерције пресека I_{ef} у десетим деловима распона греда и стубова, добијених помоћу програма *ABRam*. У оба случаја је прорачун статичких утицаја спроведен помоћу програма *SARam*.

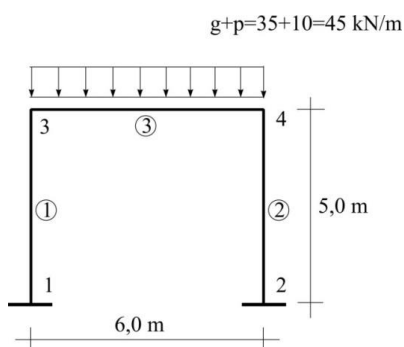
У приложеним табелама упоредно су приказане вредности момената савијања у карактеристичним пресецима, као и угиба, обртања и хоризонталних померања карактеристичних пресека, за разматране случајеве односа момената инерције пресека стубова и ригли I_{bs}/I_{br} рама, добијене класичним начином прорачуна (плавом бојом) и применом предложеног алгоритма (црвеном бојом). Дата је и промена сваке од тих величина, која је изражена као процентуално повећање (са предзнаком +) или процентуално смањење (са предзнаком -) вредности добијене предложеним алгоритмом у односу на вредност добијену класичним поступком.

6.2 Нумерички примери

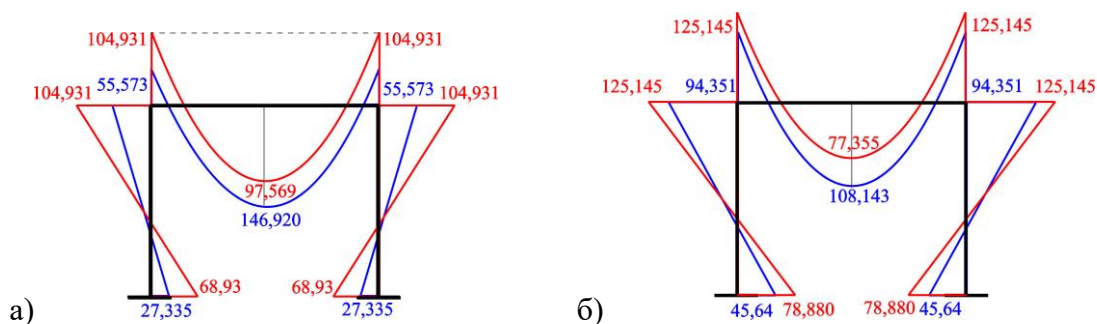
6.2.1 Једнобродни армиранобетонски рамови

Следи приказ дела резултата прорачуна за три једнобродна рама са једним, два и три спрата.

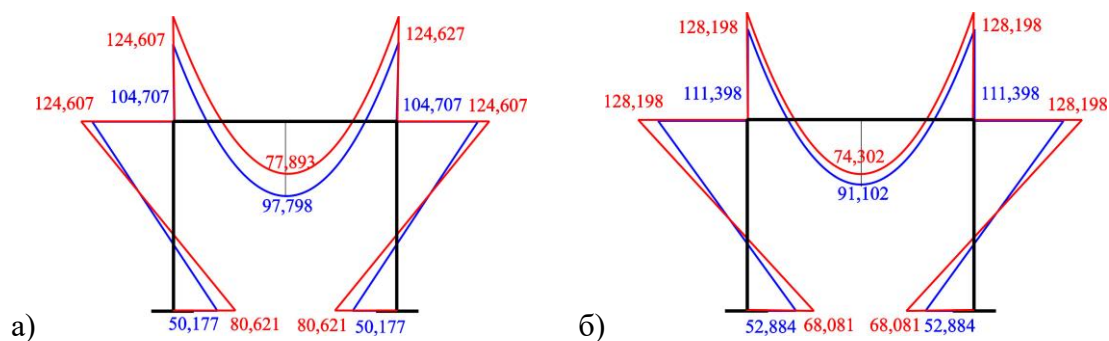
РАМ 1



Слика 6.1 Рам 1 – статичка шема и опеређење



Слика 6.2 Дијаграми момената савијања у пресецима Рам 1 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле: а) $I_{bs}/I_{br}=0,3$; б) $I_{bs}/I_{br}=1,0$.



Слика 6.3 Дијаграми момената савијања у пресецима Рам 1 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле: а) $I_{bs}/I_{br}=1,5$; б) $I_{bs}/I_{br}=2,0$.

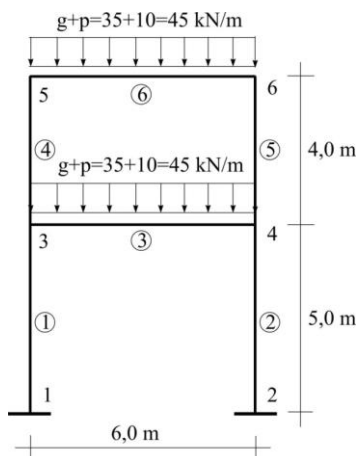
Табела 6.1 Максималне вредности статичких утицаја у ригли 3 Рама 1

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 3 РАМА 1											
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (момент савијања у средици ригле)			$M_{max}^{(-)}$ [kNm] (момент савијања на крајевима ригле)			v_{max} [mm] (угиб у средини ригле)			ϕ [rad] (обртање пресека на крајевима ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	146,920	97,569	-33,60	55,573	104,931	+88,82	2,6	12,7	+388,46	-0,0011	-0,0053	+381,82
1,0	108,143	77,355	-28,47	94,351	125,145	+32,64	1,7	7,8	+358,82	-0,0006	-0,0021	+250,00
1,5	97,798	77,893	-20,35	104,707	124,607	+19,00	1,5	6,9	+360,00	-0,0004	-0,0015	+275,00
2,0	91,102	74,302	-18,44	111,398	128,198	+15,08	1,3	6,0	+361,54	-0,0003	-0,0009	+200,00

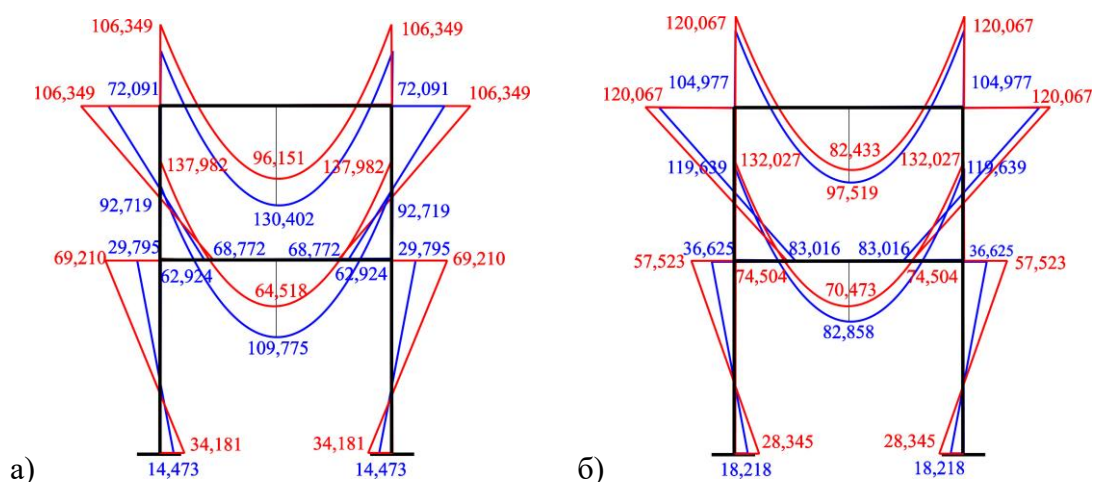
Табела 6.2 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 1

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 1											
	M_{1-3} [kNm] (момент савијања на доњем крају стуба)			M_{3-1} [kNm] (момент савијања на горњем крају стуба)			u_3 [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			ϕ_3 [rad] (обртање пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	27,335	68,930	+152,17	55,573	104,931	+88,82	-0,8	-2,8	+250,00	-0,0011	-0,0053	+381,82
1,0	45,640	78,880	+72,83	94,351	125,145	+32,64	-0,4	-0,9	+125,00	-0,0006	-0,0021	+250,00
1,5	50,177	80,621	+60,67	104,707	124,607	+19,00	-0,3	-0,7	+133,33	-0,0004	-0,0015	+275,00
2,0	52,884	68,081	+28,73	111,398	128,198	+15,08	-0,2	-0,3	+50,00	-0,0003	-0,0009	+200,00

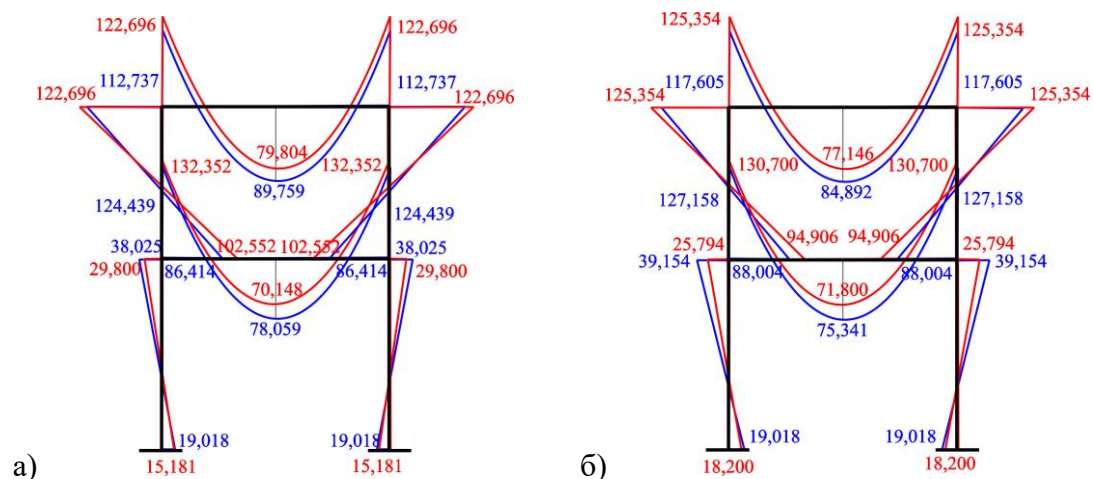
РАМ 2



Слика 6.4 Рам 2 – статичка шема и опеређење



Слика 6.5 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 2 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле: а) $I_{bs}/I_{br}=0,3$; б) $I_{bs}/I_{br}=1,0$.



Слика 6.6 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 2 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле: а) $I_{bs}/I_{br}=1,5$; б) $I_{bs}/I_{br}=2,0$.

Табела 6.3 Максималне вредности статичких утицаја у ригли 3 Рама 2

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 3 РАМА 2											
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (момент савијања у средини ригле)			$M_{max}^{(-)}$ [kNm] (момент савијања на крајевима ригле)			v_{max} [mm] (угиб у средини ригле)			Φ_3 [rad] (обртање пресека на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
	109,775	64,518	-41.23	92,719	137,982	+48.82	1,9	6,7	+252.63	-0,0007	-0,0027	+285.71
0,3	109,775	64,518	-41.23	92,719	137,982	+48.82	1,9	6,7	+252.63	-0,0007	-0,0027	+285.71
1,0	82,858	70,473	-14.95	119,639	132,027	+10.35	1,3	5,8	+346.15	-0,0004	-0,0023	+475.00
1,5	78,059	70,148	-10.13	124,439	132,352	+6.36	1,1	5,4	+390.91	-0,0004	-0,0023	+475.00
2,0	75,341	71,800	-4.70	127,158	130,700	+2.79	1,1	5,4	+390.91	-0,0004	-0,0023	+475.00

Табела 6.4 Максималне вредности статичких утицаја у ригли 6 Рама 2

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 2											
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (момент савијања у средици ригле)			$M_{max}^{(-)}$ [kNm] (момент савијања на крајевима ригле)			v_{max} [mm] (угиб у средици ригле)			Φ_5 [rad] (обртање пресека на крајевима ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	130,402	96,151	-26.27	72,091	106,349	+47.52	2,5	12	380	-0,0010	-0,0051	+410
1,0	97,519	82,433	-15.47	104,977	120,067	+14.37	1,6	7,3	356.25	-0,0005	-0,0026	+420
1,5	89,759	79,804	-11.09	112,737	122,696	+8.83	1,4	6,4	357.14	-0,0005	-0,0026	+420
2,0	84,892	77,146	-9.12	117,605	125,354	+6.59	1,3	5,6	330.77	-0,0005	-0,0023	+360

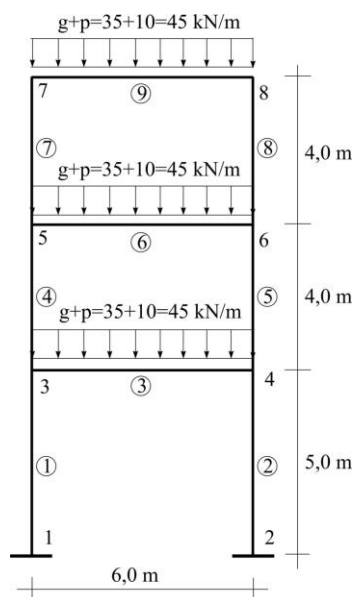
Табела 6.5 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 2

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 2											
	M_{1-3} [kNm] (момент савијања на доњем крају стуба)			M_{3-1} [kNm] (момент савијања на горњем крају стуба)			u_3 [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			Φ_3 [rad] (обртање пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	14,763	34,181	+131.53	29,795	69,210	+132.29	-0,2	-0,6	+200	-0,0004	-0,0009	+125
1,0	18,218	28,345	+55.59	36,625	57,523	+57.06	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0
1,5	19,018	15,151	-20.33	38,025	29,800	-21.63	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0
2,0	19,715	18,200	-7.68	39,154	35,794	-8.58	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0

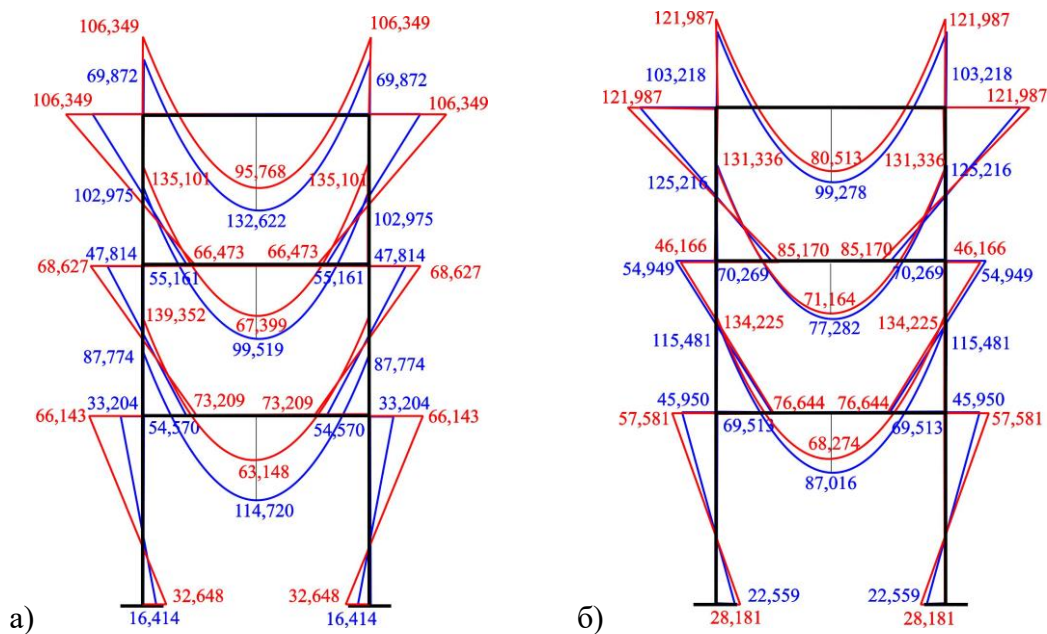
Табела 6.6 Вредности статичких утицаја у стубу 4 рама 2

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 4 РАМА 2											
	M_{1-3} [kNm] (момент савијања на доњем крају стуба)			M_{3-1} [kNm] (момент савијања на горњем крају стуба)			u_5 [mm] (хоризонтално померање врха)			Φ_5 [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	62,924	68,772	9.29	72,091	106,349	47.52	-0,2	-1,4	600	-0,0005	-0,0023	360
1,0	83,014	104,977	26.46	74,504	120,067	61.16	-0,1	-0,3	200	-0,0002	-0,0005	150
1,5	86,414	102,552	18.68	112,737	122,696	8.83	-0,1	-0,3	200	-0,0002	-0,0005	150
2,0	88,004	94,906	7.84	117,605	125,354	6.59	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0

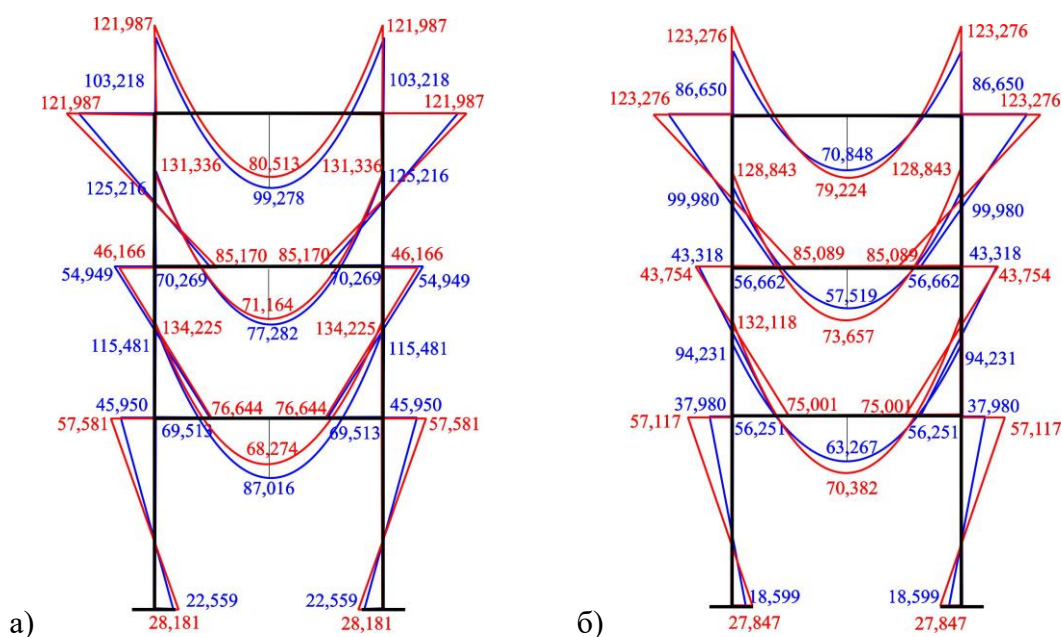
РАМ 3



Слика 6.7 Рам 3 – статичка шема и оперећење



Слика 6.8 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 3 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле: а) $I_{bs}/I_{br}=0,3$; б) $I_{bs}/I_{br}=1,0$.



Слика 6.9 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 3 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле: а) $I_{bs}/I_{br}=1,5$; б) $I_{bs}/I_{br}=2,0$.

Табела 6.7 Максималне вредности статичких утицаја у ригли 3 Рама 3

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 3 РАМА 3											
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (момент савијања у средици ригле)			$M_{max}^{(-)}$ [kNm] (момент савијања на крајевима ригле)			v_{max} [mm] (угиб у средици ригле)			Φ_3 [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
	0,3	1,0	1,5	2,0	0,3	1,0	1,5	2,0	0,3	1,0	1,5	2,0
0,3	114,720	63,148	-44.95	87,774	139,352	+58.76	0,6	6,7	+1016.67	-0,0008	-0,0027	+237.50
1,0	87,016	68,274	-21.54	115,481	134,225	+16.23	1,4	5,7	+307.14	-0,0005	-0,0024	+380
1,5	63,267	70,382	+11.25	94,231	132,118	+40.21	1,0	5,5	+450	-0,0004	-0,0023	+475
2,0	77,938	71,917	-7.73	124,560	130,583	+4.84	1,2	5,4	+440	-0,0004	-0,0022	+450

Табела 6.8 Максималне вредности статичких утицаја у ригли 6 Рама 3

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 3											
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (момент савијања у средици ригле)			$M_{max}^{(-)}$ [kNm] (момент савијања на крајевима ригле)			v_{max} [mm] (у средици ригле)			Φ_5 [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
	0,3	1,0	1,5	2,0	0,3	1,0	1,5	2,0	0,3	1,0	1,5	2,0
0,3	99,519	67,399	-32.28	102,975	135,101	+31.20	2,0	6,9	+245	-0,0006	-0,0027	+350
1,0	77,282	71,164	-7.92	125,216	131,336	+4.89	1,3	5,4	+440	-0,0004	-0,0022	+450
1,5	57,519	73,657	+28.06	99,980	128,843	+28.87	0,9	5,2	+477.78	-0,0000	-0,0003	-
2,0	72,196	74,796	+3.60	130,303	127,704	-1.99	1,1	5,2	+372.73	-0,0003	-0,0021	+600

Табела 6.9 Максималне вредности статичких утицаја у ригли 9 Рама 3

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 9 РАМА 3											
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (момент савијања у средици ригле)			$M_{max}^{(-)}$ [kNm] (момент савијања на крајевима ригле)			v_{max} [mm] (у средици ригле)			Φ_5 [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	132,622	95,768	-27.79	69,872	106,732	52.75	2,9	12,4	327.59	-0,0010	-0,0051	410
1,0	99,278	80,513	-18.90	103,218	121,987	18.18	1,9	7,5	294.74	-0,0006	-0,0030	400
1,5	70,848	79,224	11.82	86,650	123,276	42.27	1,3	6,6	407.69	-0,0002	-0,0005	150
2,0	85,892	76,403	-11.05	116,605	126,097	8.14	1,5	5,8	286.67	-0,0005	-0,0023	360

Табела 6.10 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 3

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 3											
	M_{1-3} [kNm] (момент савијања на доњем крају стуба)			M_{3-1} [kNm] (момент савијања на горњем крају стуба)			u_{max} [mm] (хоризонтално померање врха)			Φ_{max} [rad] (обртање попречног пресека на врху)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	16,414	32,648	98.90	33,204	66,143	99.20	-0,3	-0,5	66.67	-0,0004	-0,0008	100
1,0	22,559	28,181	24.92	45,950	57,581	25.31	-0,1	-0,1	0.00	-0,0003	-0,002	-33
1,5	18,599	27,847	49.72	37,980	57,117	50.39	-0,1	-0,1	0.00	-0,0001	-0,0001	0
2,0	24,746	26,835	8.44	50,624	55,081	8.80	-0,1	-0,1	0.00	-0,0001	-0,0001	0

Табела 6.11 Вредности статичких утицаја у стубу 4 Рама 3

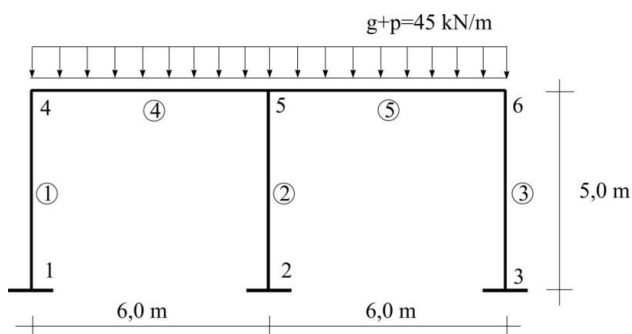
I_{bs}/I_{br}	СТУБ 4 РАМА 3											
	M_{1-3} [kNm] (момент савијања на доњем крају стуба)			M_{3-1} [kNm] (момент савијања на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха)			Φ [rad] (обртање попречног пресека на врху)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	54,570	73,209	34.16	47,814	68,627	43.53	-0,1	-0,2	100	-0,0002	-0,0003	50
1,0	69,531	76,644	10.23	54,949	46,166	-15.98	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0
1,5	56,251	75,001	33.33	43,318	43,754	1.01	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0
2,0	73,936	75,503	2.12	56,142	49,710	-11.46	0,0	-0,1	-	-0,0	-0,0004	-

Табела 6.12 Вредности статичких утицаја у стубу 7 Рама 3

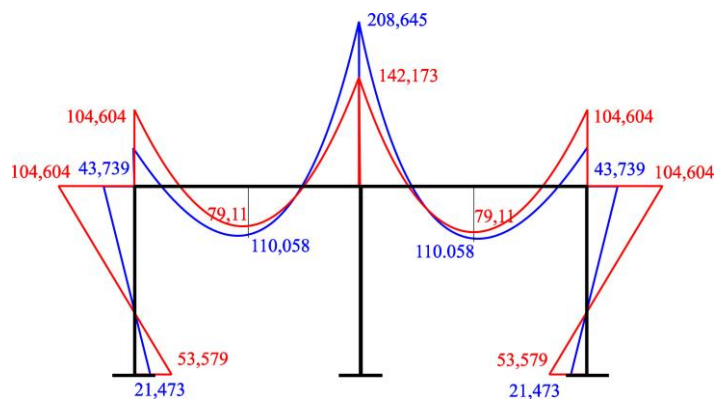
I_{bs}/I_{br}	СТУБ 7 РАМА 3											
	M_{1-3} [kNm] (момент савијања на доњем крају стуба)			M_{3-1} [kNm] (момент савијања на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха)			ϕ [rad] (обртање попречног пресека на врху)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	55,161	66,473	20.51	69,872	106,732	52.75	-0,3	-1,4	366.67	-0,0005	-0,0023	360
1,0	70,267	85,170	21.21	103,218	121,987	18.18	-0,1	-0,5	400.00	-0,0003	-0,0007	133.33
1,5	56,662	85,089	50.17	86,650	123,276	42.27	-0,1	-0,3	200.00	-0,0002	-0,0005	150.00
2,0	74,162	77,995	5.17	116,605	126,097	8.14	-0,1	-0,1	0.00	-0,0002	-0,0002	0.00

6.2.2 Двобродни армиранобетонски рамови

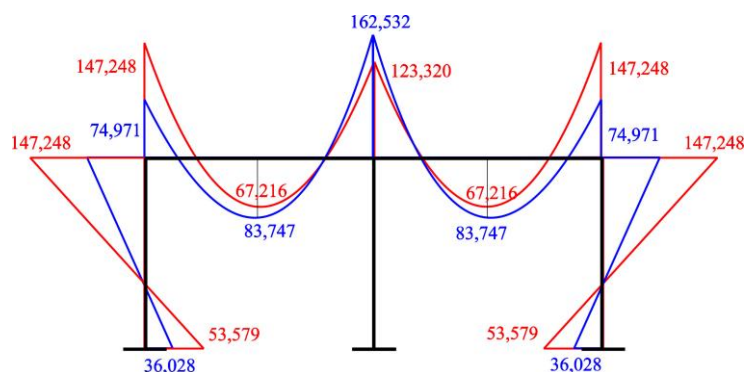
РАМ 4



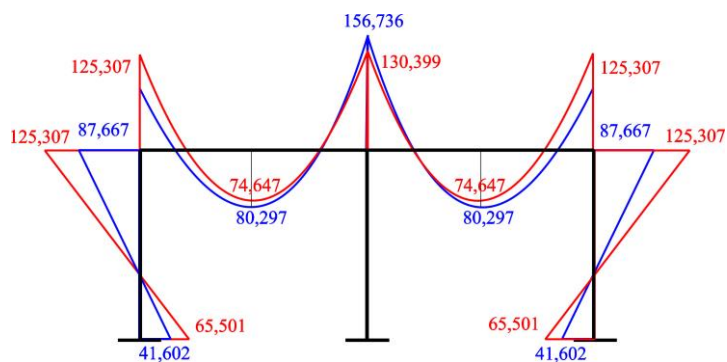
Слика 6.16 Рам 4 – статичка шема и опеређење



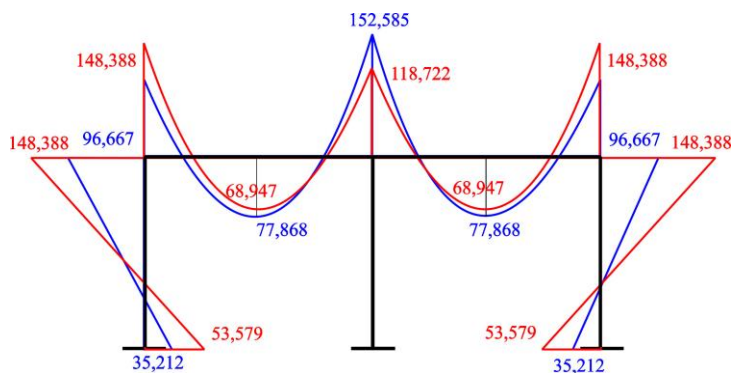
Слика 6.17 Дијаграми момената савијања у пресецима Рам 4 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=0,3$



Слика 6.18 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 4 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,0$



Слика 6.19 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 4 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,5$



Слика 6.20 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 4 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=2,0$

Табела 6.13 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 4 Рама 4

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 4 РАМА 4								
	$M_{4-5}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{5-4}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	43,739	104,604	+139,15	208,645	142,173	-31,86	-0,0009	-0,0032	+255,56
1,0	74,971	147,248	+96,41	162,532	123,320	-24,13	-0,0005	-0,0018	+260,00
1,5	87,667	125,307	+42,94	156,736	130,399	-16,80	-0,0004	-0,0011	+175,00
2,0	96,667	148,388	+53,50	152,585	118,722	-22,19	-0,0003	-0,0004	+33,33

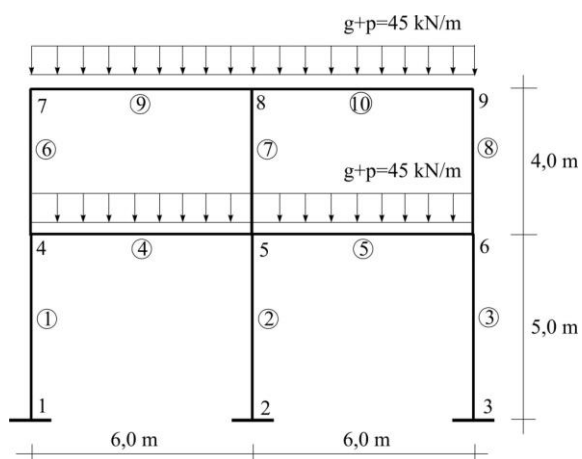
Табела 6.14 Вредности статичких утицаја у средини ригле 4 Рама 4

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 4 РАМА 4					
	$M^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	110,058	79,11	-28,12	1,8	7,4	+311,11
1,0	83,747	67,216	-19,74	1,2	5,2	+333,33
1,5	80,297	74,647	-7,04	1,2	5,4	+350,00
2,0	77,868	68,945	-11,46	1,1	4,6	+318,18

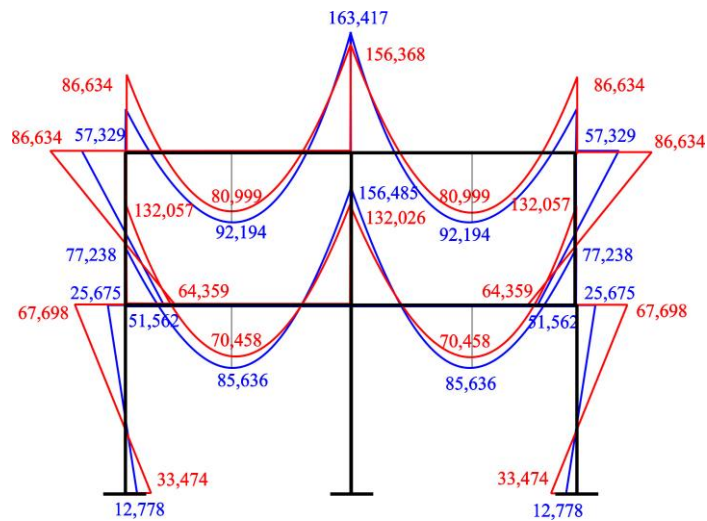
Табела 6.15 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 4

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 4											
	M_{1-4} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{4-1} [kNm] (на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			ϕ [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	21,473	53,579	149,52	43,739	104,604	+139,15	-0,6	-1,7	183,33	-0,0009	-0,0032	+255,56
1,0	36,028	76,608	112,63	74,971	147,248	+96,41	-0,3	-0,7	133,33	-0,0005	-0,0018	+260,00
1,5	41,602	65,501	57,45	87,667	125,307	+42,94	-0,2	-0,4	100,00	-0,0004	-0,0011	+175,00
2,0	45,273	69,486	53,48	96,677	148,388	+53,50	-0,2	-0,3	-85,00	-0,0003	-0,0004	+33,33

РАМ 5



Слика 6.21 Рам 5 – статичка шема и опеређење



Слика 6.22 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 5 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=0,3$

Табела 6.16 Вредности статичких утицаја у ригли 4 Рама 5

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 4 РАМА 5								
	$M_{4-5}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{5-4}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	77,238	132,057	-30.63	156,485	132,026	-15.63	-0,0005	-0,0026	420
1,0	111,745	130,985	-31.44	143,171	127,864	-10.69	-0,0002	-0,0023	1050
1,5	119,072	131,953	-44.99	140,270	126,465	-9.84	-0,0004	-0,0022	450
2,0	123,365	130,184	-43.67	138,601	126,627	-8.64	-0,0004	-0,0022	450

Табела 6.17 Вредности статичких утицаја у средини ригле 4 Рама 5

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 4 РАМА 5					
	$M^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	85,636	70,458	-17.72	1,6	6,2	287.50
1,0	75,040	73,075	-2.62	1,2	5,5	358.33
1,5	72,825	73,291	0.64	1,1	5,3	381.82
2,0	71,516	74,094	3.60	1,0	5,2	420.00

Табела 6.18 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 9 Рама 5

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 9 РАМА 5								
	$M_{7-8}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{8-7}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	57,329	86,634	51.12	163,417	156,368	-4.31	-0,0008	-0,0035	337.50
1,0	92,199	109,798	19.09	151,390	136,872	-9.59	-0,0005	-0,0024	380.00
1,5	101,914	125,746	23.38	147,618	127,788	-13.43	-0,0005	-0,0021	320.00
2,0	108,393	122,693	13.19	145,055	127,710	-11.96	-0,0004	-0,0021	425.00

Табела 6.19 Вредности статичких утицаја у средини ригле 9 Рама 5

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 9 РАМА 5					
	$M^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	92,124	80,999	-12.08	1,9	7,9	315.79
1,0	80,703	79,165	-1.91	1,4	5,9	321.43
1,5	77,732	75,733	-2.57	1,3	5,2	300.00
2,0	75,774	77,298	2.01	1,2	5,0	316.67

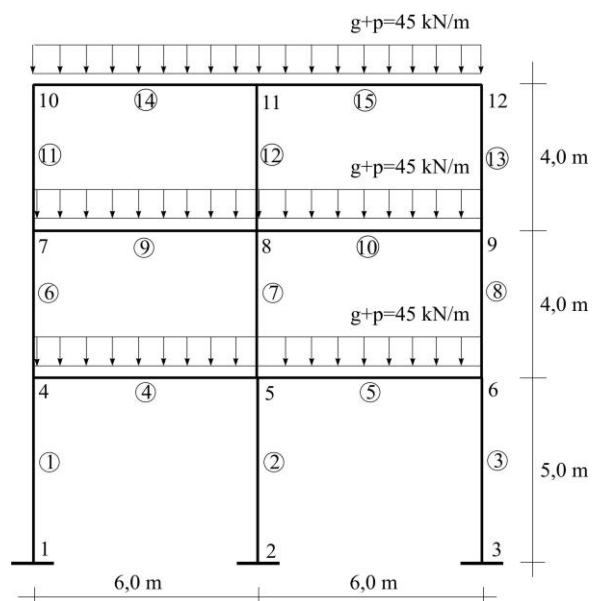
Табела 6.20 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 5

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 5											
	M_{1-4} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{4-1} [kNm] (на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			φ [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	12,778	33,474	161.97	25,675	67,698	163.67	-0,2	-0,6	200	-0,0003	-0,0008	166.67
1,0	18,438	29,985	62.63	36,513	60,396	65.41	-0,1	-0,2	100	-0,0001	-0,0002	100
1,5	20,066	19,674	-1.95	39,236	37,770	-3.74	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0
2,0	21,449	20,441	-4.70	41,362	38,656	-6.54	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0

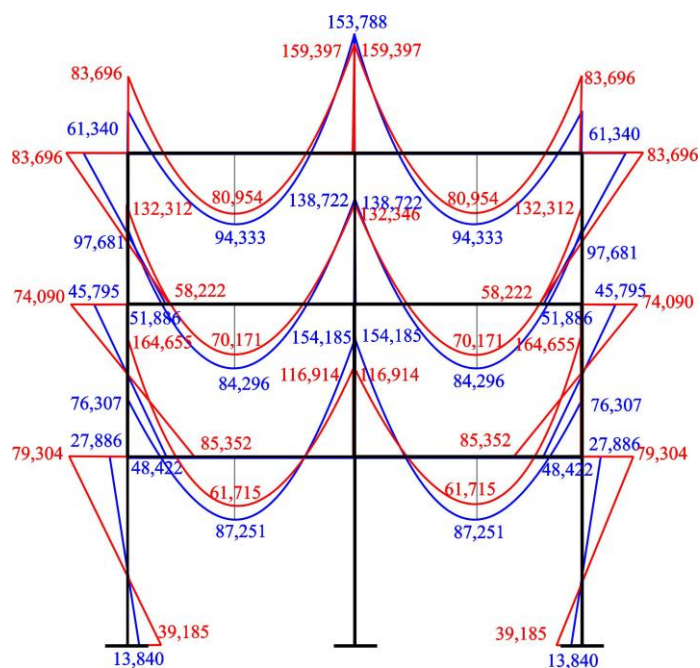
Табела 6.21 Вредности статичких утицаја у стубу 6 Рама 5

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 6 РАМА 5											
	M_{4-7} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{7-4} [kNm] (на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			φ [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	51,562	64,359	24.82	57,329	86,634	51.12	-0,2	-0,9	350	-0,0004	-0,0015	275
1,0	75,232	70,590	-6.17	92,199	109,798	19.09	-0,1	-0,4	300	-0,0002	-0,0006	200
1,5	79,835	94,183	17.97	101,914	125,746	23.38	0,0	-0,2	-	-0,0002	-0,0002	0
2,0	82,002	91,528	11.62	108,393	122,693	13.19	0,0	-0,1	-	-0,0001	-0,0001	0

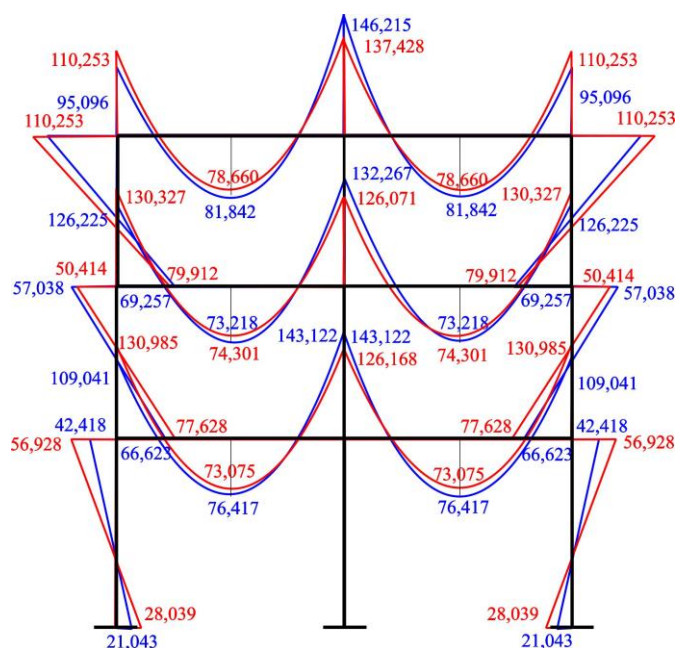
РАМ 6



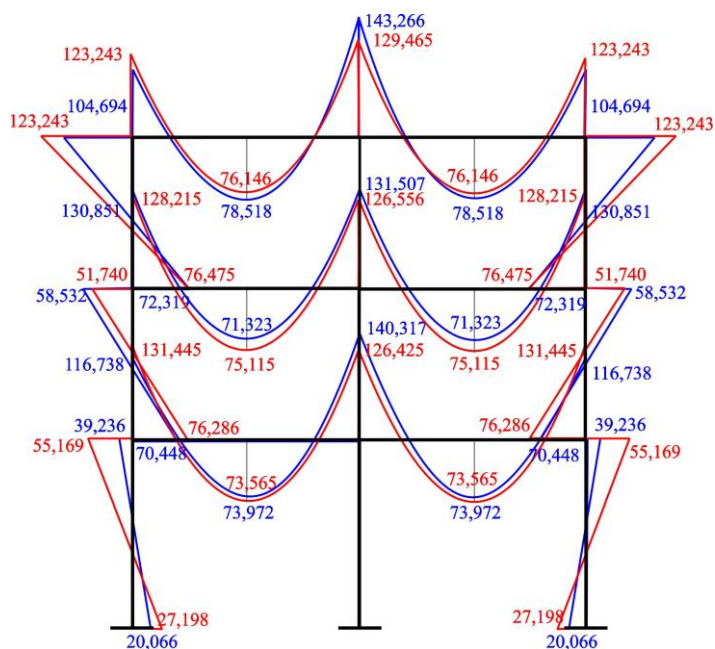
Слика 6.26 Рам 6 – статичка шема и опеређење



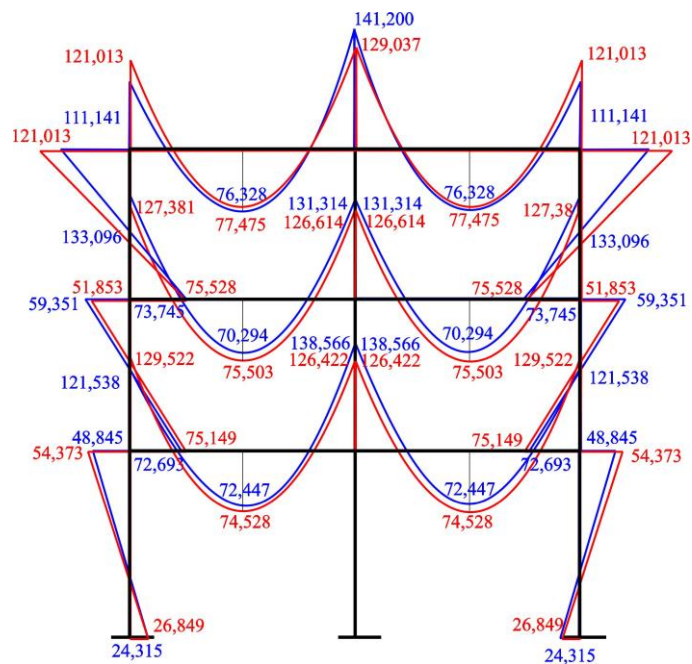
Слика 6.27 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 6 са односом момената инерције
бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=0,3$



Слика 6.28 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 6 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,0$



Слика 6.29 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 6 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,5$



Слика 6.30 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 6 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=2,0$

Табела 6.22 Вредности статичких утицаја у ригли 4 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 4 РАМА 6								
	$M_{4-5}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{5-4}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	76,307	164,655	115.78	154,185	116,914	-24.17	-0,0007	-0,0019	171.43
1,0	109,041	134,555	23.40	143,122	126,168	-11.85	-0,0005	-0,0023	360.00
1,5	116,738	131,445	12.60	140,317	126,425	-9.90	-0,0004	-0,0022	450.00
2,0	121,538	129,522	6.57	138,566	126,422	-8.76	-0,0004	-0,0022	450.00

Табела 6.23 Вредности статичких утицаја у средини ригле 4 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 4 РАМА 6					
	$M^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	87,251	61,715	-29.27	1,9	5,5	189.47
1,0	76,417	72,138	-5.60	1,3	5,5	323.08
1,5	73,972	73,565	-0.55	1,2	5,3	341.67
2,0	72,447	74,528	2.87	1,1	5,2	372.73

Табела 6.24 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 9 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 9 РАМА 6								
	$M_{7-8}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{8-7}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	97,681	132,312	35.45	138,722	132,346	-4.60	-0,0006	-0,0026	333.33
1,0	126,295	130,327	3.19	132,267	126,071	-4.68	-0,0004	-0,0022	450.00
1,5	130,851	128,215	-2.01	131,501	126,556	-3.76	-0,0004	-0,0022	450.00
2,0	133,096	127,381	-4.29	131,314	126,614	-3.58	-0,0003	-0,0021	600.00

Табела 6.25 Вредности статичких утицаја у средини ригле 9 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 9 РАМА 6					
	$M^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	84,296	70,171	-16.76	2,1	6,5	209.52
1,0	73,218	74,301	1.48	1,4	5,4	285.71
1,5	71,323	75,115	5.32	1,3	5,3	307.69
2,0	70,294	75,503	7.41	1,2	5,2	333.33

Табела 6.26 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 14 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 14 РАМА 6								
	$M_{10-11}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{11-10}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	61,340	83,696	36.45	153,788	159,397	3.65	-0,0008	-0,0036	350.00
1,0	95,096	110,253	15.94	146,215	137,428	-6.01	-0,0006	-0,0025	316.67
1,5	104,694	123,243	17.72	143,266	129,465	-9.63	-0,0005	-0,0022	340.00
2,0	111,141	121,013	8.88	141,200	129,03	-8.62	-0,0005	-0,0021	320.00

Табела 6.27 Вредности статичких утицаја у средини ригле 14 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 14 РАМА 6					
	$M^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	94,933	80,954	-14.73	2,5	8,5	240.00
1,0	81,842	78,660	-3.89	1,7	6,2	264.71
1,5	78,518	76,146	-3.02	1,5	5,5	266.67
2,0	76,328	77,475	1.50	1,4	5,3	278.57

Табела 6.28 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 6

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 6											
	M_{1-4} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{4-1} [kNm] (на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			ϕ [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	13,840	39,185	183.13	27,886	79,304	184.39	-0,2	-0,6	200	-0,0003	-0,0010	233.33
1,0	21,043	28,039	33.25	42,418	56,928	34.21	-0,1	-0,1	0	-0,0002	-0,0002	0.00
1,5	22,992	27,198	18.29	46,289	55,169	19.18	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0.00
2,0	24,315	26,849	10.42	48,845	54,373	11.32	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0.00

Табела 6.29 Вредности статичких утицаја у стубу 6 Рама 6

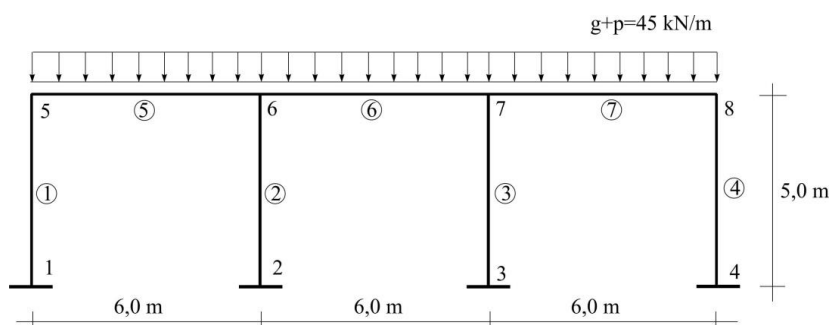
I_{bs}/I_{br}	СТУБ 6 РАМА 6											
	M_{4-7} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{7-4} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			ϕ_{max} [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	48,422	85,352	76.27	45,795	74,090	61.79	-0,1	-0,2	100	-0,0002	-0,0002	0
1,0	66,623	77,628	16.52	57,038	50,414	-11.61	0,0	0,0	0	-0,0001	0,0	-100
1,5	70,448	76,276	8.27	58,532	51,740	-11.60	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0
2,0	72,693	75,149	3.38	59,351	51,853	-12.63	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0

Табела 6.30 Вредности статичких утицаја у стубу 11 Рама 6

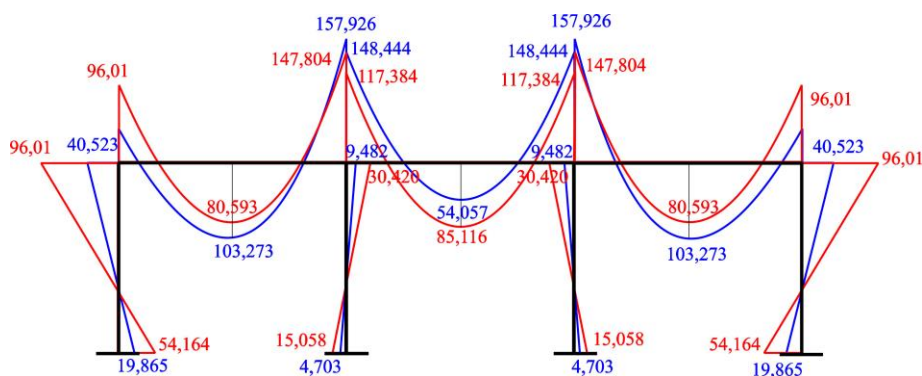
I_{bs}/I_{br}	СТУБ 11 РАМА 6											
	M_{7-10} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{10-7} [kNm] (на горњем крају стуба)			u [mm] (хоризонтално померање врха стуба)			φ [rad] (обртање попречног пресека на врху стуба)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	51,886	58,222	12.21	61,340	83,696	36.45	-0,2	-0,1	-50	-0,0004	-0,0016	300
1,0	69,257	79,912	15.38	95,096	110,253	15.94	-0,1	-0,4	300	-0,0002	-0,0006	200
1,5	72,319	76,475	5.75	104,694	123,243	17.72	-0,1	-0,2	300	-0,0002	-0,0002	0
2,0	73,745	75,528	2.42	111,141	121,013	8.88	0,0	-0,1	-	-0,0002	-0,0002	0

6.2.3 Тробродни армиранобетонски рамови

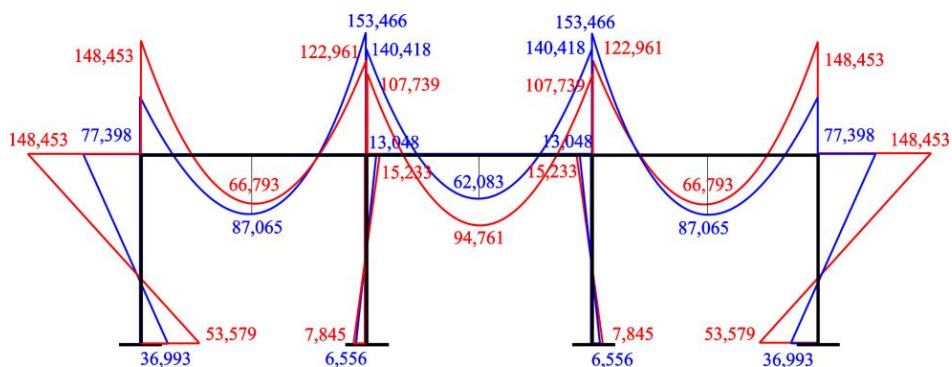
РАМ 7



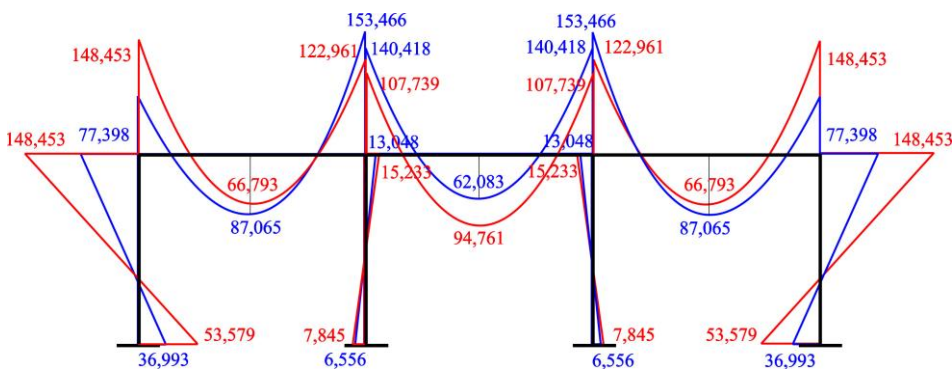
Слика 6.31 Рам 7 – статичка шема и опеређење



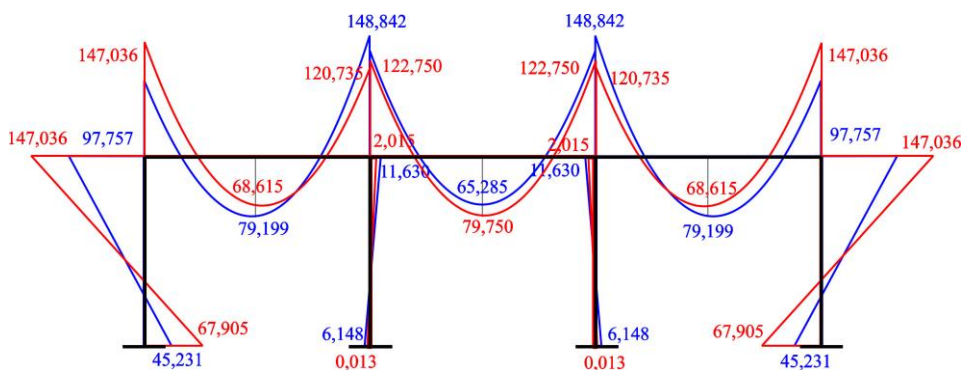
Слика 6.32 Дијаграми момената савијања у пресецима Рам 7 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=0,3$



Слика 6.33 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 7 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,0$



Слика 6.34 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 7 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,5$



Слика 6.35 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 7 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=2,0$

Табела 6.31 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 5 Рама 7

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 5 РАМА 7								
	$M_{5-6}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{6-5}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	40,523	96,010	136.93	157,926	147,804	-6.41	-0,0008	-0,0036	350
1,0	77,398	148,453	91.80	153,466	122,961	-19.88	-0,0005	-0,0018	260
1,5	89,345	130,313	45.85	150,965	129,453	-14.25	-0,0004	-0,0012	200
2,0	97,757	147,036	50.41	148,842	120,735	-18.88	-0,0003	-0,0004	33

Табела 6.32 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 5 Рама 7

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 5 РАМА 7					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	103,273	80,593	-21.96	1,7	8,3	388.24
1,0	87,065	66,793	-23.28	1,3	5,3	307.69
1,5	82,342	72,617	-11.81	1,2	5,5	358.33
2,0	79,199	68,615	-13.36	1,1	4,7	327.27

Табела 6.33 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 6 Рама 7

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 7					
	$M_{6-7}^{(-)} = M_{7-6}^{(-)}$ [kNm] (на крајевима ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	148,444	117,384	-20.92	0,0002	0,0006	200
1,0	140,418	107,793	-23.23	0,0001	0,0001	0
1,5	138,402	109,508	-20.88	0,0000	0,0001	-
2,0	137,211	122,750	-10.54	0,0000	0,0000	0

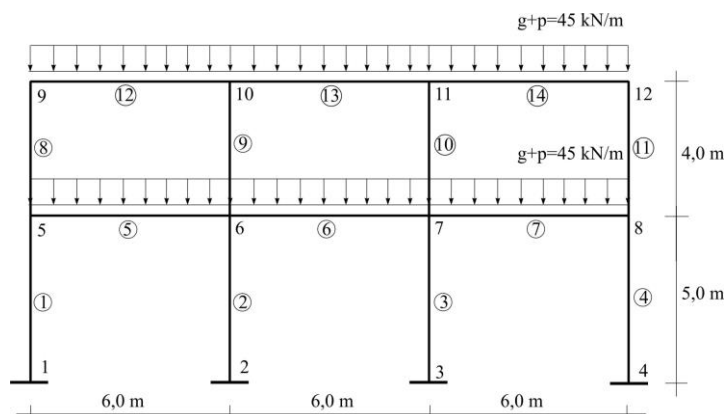
Табела 6.34 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 6 Рама 7

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 7					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	54,057	85,116	57.46	0,8	3,4	325.0
1,0	62,083	94,761	52.64	0,8	3,8	375.0
1,5	64,099	92,992	45.08	0,8	3,9	387.5
2,0	65,289	79,750	22.15	0,9	4,5	400.0

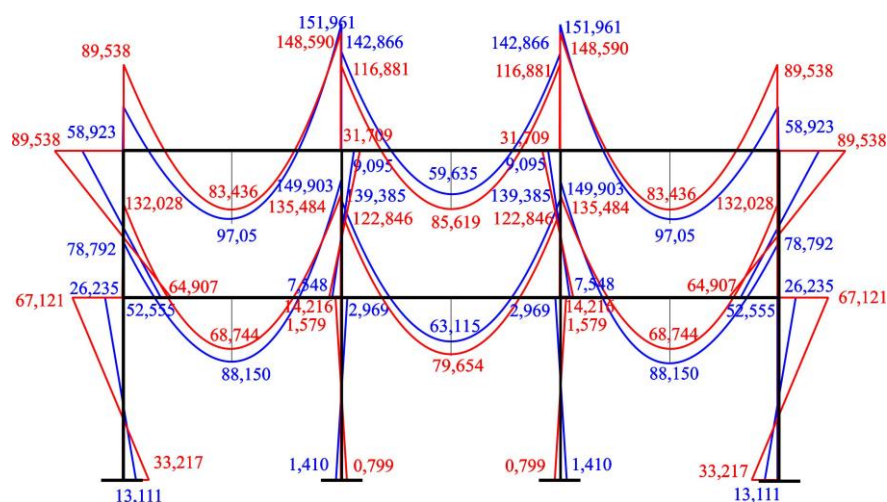
Табела 6.35 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 7

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 7											
	M_{1-5} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{5-1} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm]			φ_{max} [rad]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	19,865	54,164	172.66	40,523	96,010	136.93	0,6	1,9	216.67	-0,0005	-0,0018	260.00
1,0	36,993	76,808	107.63	77,398	148,453	91.80	0,3	0,7	133.33	-0,0003	-0,0005	66.67
1,5	42,038	67,587	60.78	89,345	130,313	45.85	0,2	0,4	100.00	-0,0002	-0,0003	50.00
2,0	45,231	67,905	50.13	97,757	147,036	50.41	0,2	0,3	50.00	-0,0002	-0,0003	50.00

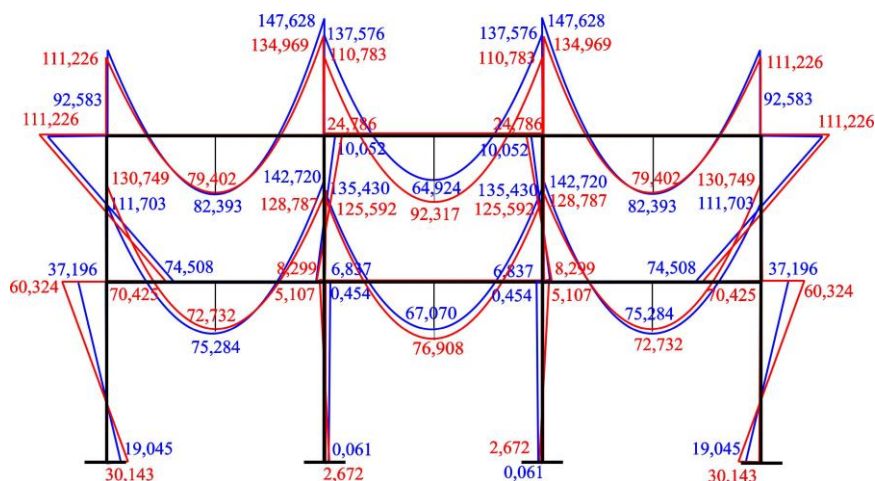
РАМ 8



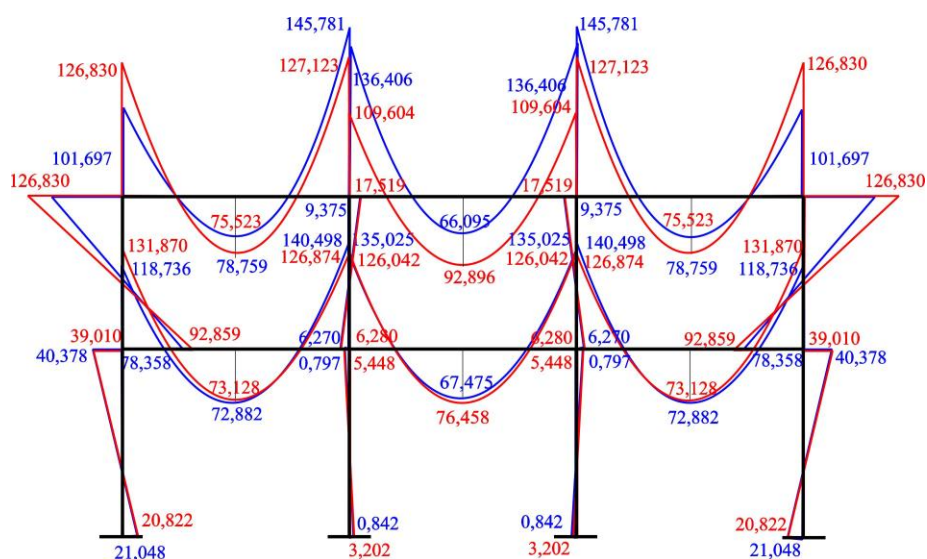
Слика 6.36 Рам 8 – статичка шема и опеређење



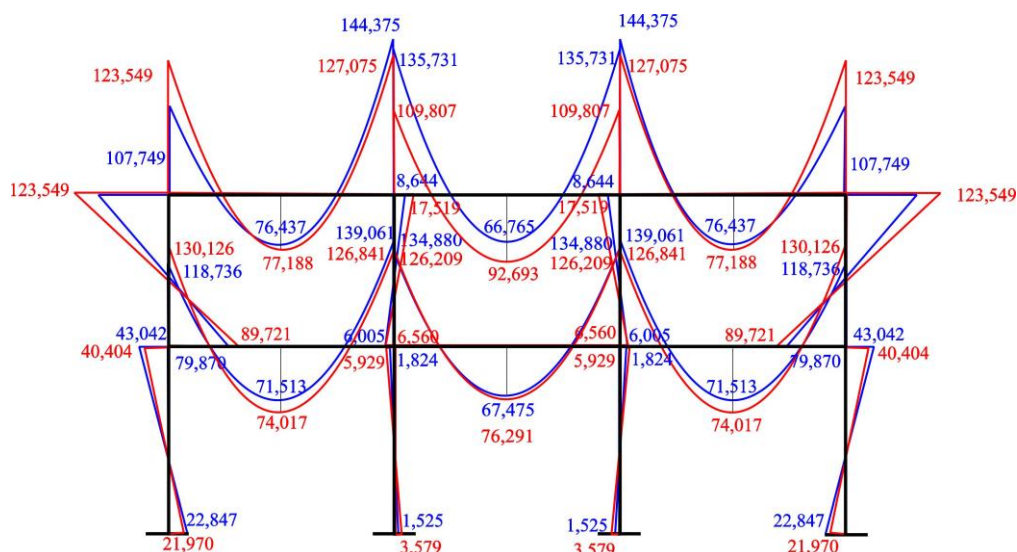
Слика 6.37 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 8 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=0,3$



Слика 6.38 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 8 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,0$



Слика 6.39 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 8 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,5$



Слика 6.40 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 8 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=2,0$

Табела 6.36 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 5 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 5 РАМА 8								
	$M_{5-6}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{6-5}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	78,792	132,028	67.57	149,903	135,484	-9.62	-0,0006	-0,0026	333.33
1,0	111,703	130,749	17.05	142,720	128,787	-9.76	-0,0004	-0,0023	475.00
1,5	118,736	131,870	11.06	135,025	126,874	-6.04	-0,0004	-0,0022	450.00
2,0	122,912	130,126	5.87	139,061	126,841	-8.79	-0,0004	-0,0022	450.00

Табела 6.37 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 5 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 5 РАМА 8					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	88,150	68,744	-22.01	1,6	6,2	275.00
1,0	75,287	72,732	-3.39	1,2	5,5	358.33
1,5	72,882	73,128	0.34	1,1	5,3	381.82
2,0	71,513	74,017	3.50	1,0	5,2	420.00

Табела 6.39 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 6 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 8					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	63,115	79,654	26.20	1,3	5,3	307.69
1,0	67,070	76,908	14.67	1,1	5,2	372.73
1,5	67,475	76,458	13.31	1,0	5,2	420.00
2,0	67,620	76,291	12.82	1,0	5,1	410.00

Табела 6.40 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 12 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 12 РАМА 8								
	$M_{9-10}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{10-9}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	58,923	89,538	51.96	151,961	148,590	-2.22	-0,0008	-0,0037	362.50
1,0	92,583	111,226	20.14	147,628	134,969	-8.57	-0,0005	-0,0025	400.00
1,5	101,697	126,830	24.71	145,781	127,123	-12.80	-0,0005	-0,0021	320.00
2,0	107,749	123,549	14.66	144,375	127,075	-11.98	-0,0004	-0,0021	425.00

Табела 6.41 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 12 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 12 РАМА 8					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	97,050	83,436	-14.03	2,0	8,4	320.00
1,0	82,393	79,402	-3.63	1,4	6,0	328.57
1,5	78,759	75,523	-4.11	1,3	5,3	307.69
2,0	76,437	77,188	0.98	1,1	5,1	363.64

Табела 6.42 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 13 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 13 РАМА 8					
	$M_{10-11}^{(+)} = M_{11-10}^{(-)}$ [kNm] (на крајевима ригле)			ϕ [rad] (на крајевима ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	142,866	116,881	-18.19	-0,0002	-0,0013	550.00
1,0	137,576	110,183	-19.91	-0,0002	-0,0015	650.00
1,5	136,406	109,604	-19.65	-0,0003	-0,0016	433.33
2,0	135,731	109,807	-19.10	-0,0003	-0,0016	433.33

Табела 6.43 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 13 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 13 РАМА 8					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	59,635	85,619	43.57	1,5	3,9	160.00
1,0	64,924	92,317	42.19	1,2	4,0	233.33
1,5	66,095	92,896	40.55	1,1	4,0	263.64
2,0	66,769	92,693	38.83	1,1	4,0	263.64

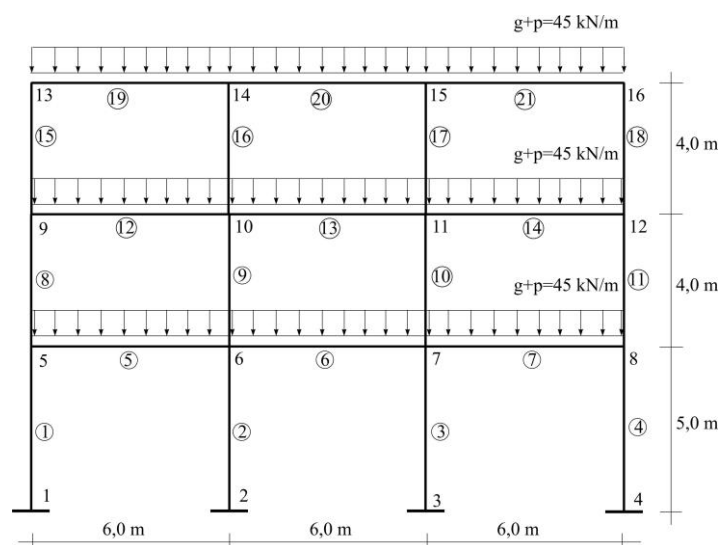
Табела 6.44 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1 РАМА 8											
	M_{1-5} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{5-1} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm]			ϕ_{max} [rad]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	13,111	33,217	153.35	26,237	67,121	155.83	-0,2	-0,5	150	-0,0003	-0,0008	166.67
1,0	19,045	30,143	58.27	37,196	60,324	62.18	-0,1	-0,2	100	-0,0001	-0,0002	100.00
1,5	21,048	20,822	-1.07	40,378	39,010	-3.39	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0.00
2,0	22,847	21,970	-3.84	43,042	40,404	-6.13	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0.00

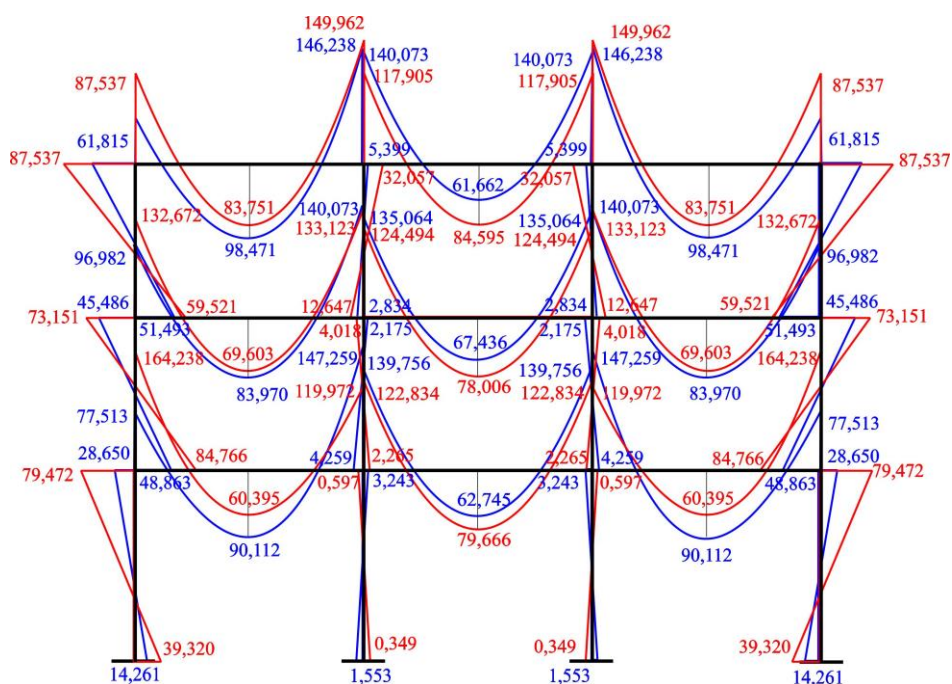
Табела 6.45 Вредности статичких утицаја у стубу 8 Рама 8

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 8 РАМА 8											
	M_{5-9} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{9-5} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm]			φ_{max} [rad]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	52,555	64,907	+23.50	58,923	89,538	+51.96	-0,2	-0,1	-50	-0,0004	-0,0016	300
1,0	74,508	70,425	- 5.48	92,583	111,226	+20.14	-0,1	-0,4	300	-0,0002	-0,0007	250
1,5	78,358	92,859	+18.51	101,697	126,830	+24.71	0,0	-0,1	-	-0,0002	-0,0002	0
2,0	79,870	89,721	+12.33	107,749	123,549	+14.66	0,0	-0,1	-	-0,0001	-0,0002	100

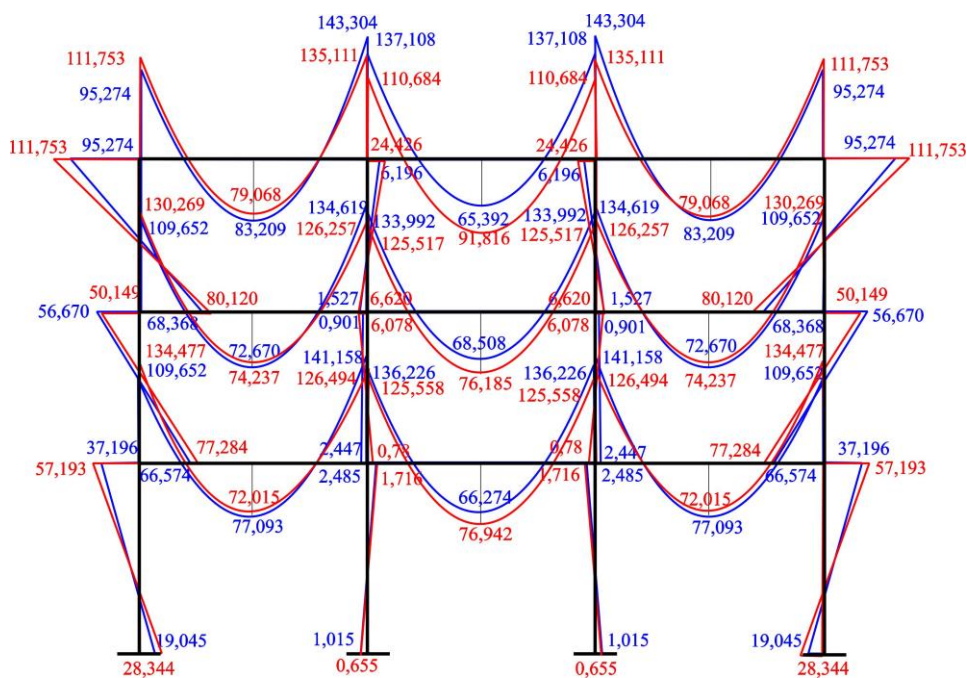
RAM 9



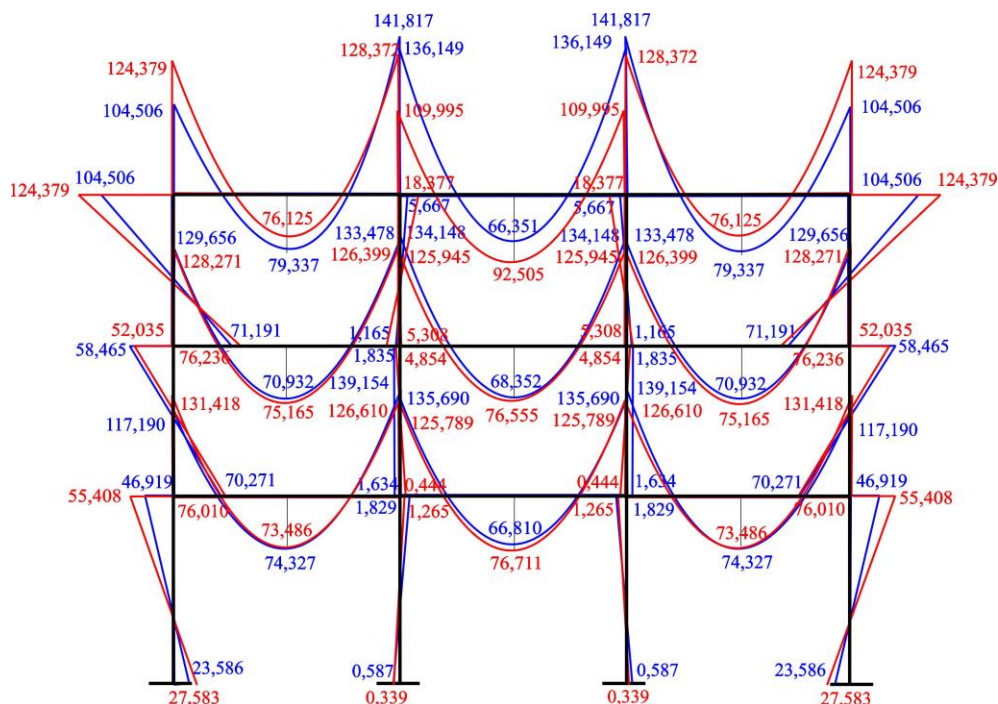
Слика 6.41 Рам 9 – статичка шема и опеређење



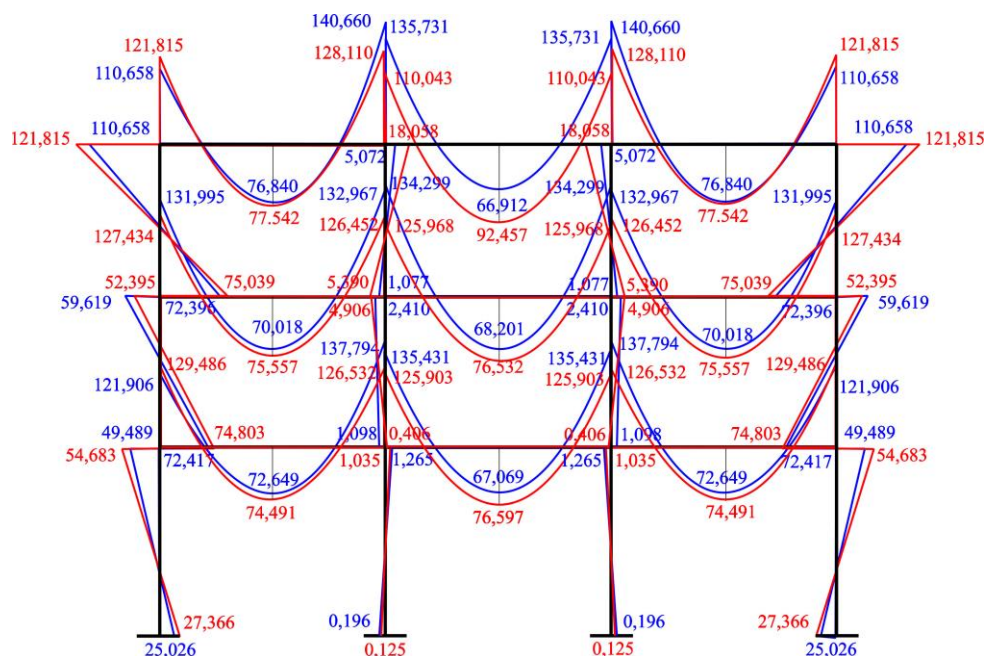
Слика 6.42 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 9 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=0,3$



Слика 6.43 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 9 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,0$



Слика 6.44 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 9 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=1,5$



Слика 6.45 Дијаграми момената савијања у пресецима Рама 9 са односом момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs}/I_{br}=2,0$

Табела 6.46 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 5 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 5 РАМА 9								
	$M_{5-6}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{6-5}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	77,513	164,238	111.88	147,259	119,972	-18.53	-0,0007	-0,0019	171.43
1,0	109,652	134,477	22.64	141,158	126,494	-10.39	-0,0005	-0,0023	360.00
1,5	117,190	131,418	12.14	139,154	126,610	-9.01	-0,0004	-0,0022	450.00
2,0	121,906	129,486	6.22	137,794	126,532	-8.17	-0,0004	-0,0022	450.00

Табела 6.47 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 5 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 5 РАМА 9					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	90,112	60,395	-32.98	1,9	5,5	189.47
1,0	77,093	72,015	-6.59	1,3	5,5	323.08
1,5	74,327	73,486	-1.13	1,2	5,4	350.00
2,0	72,649	74,481	2.52	1,1	5,2	372.73

Табела 6.48 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 6 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 9					
	$M_{6-7}^{(-)} = M_{7-6}^{(-)}$ [kNm] (на крајевима ригле)			ϕ [rad] (на крајевима ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	139,756	122,834	-12.11	-0,0002	-0,0021	950
1,0	136,226	125,558	-7.83	-0,0003	-0,0021	600
1,5	135,690	125,789	-7.30	-0,0003	-0,0021	600
2,0	135,481	125,903	-7.07	-0,0003	-0,0021	600

Табела 6.49 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 6 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 6 РАМА 9					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	62,745	79,666	26.97	1,6	5,5	243.75
1,0	66,274	76,942	16.10	1,2	5,2	333.33
1,5	66,810	76,711	14.82	1,2	5,2	333.33
2,0	67,069	76,597	14.21	1,1	5,1	363.64

Табела 6.50 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 12 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 12 РАМА 9								
	$M_{9-10}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{10-9}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	96,982	132,672	36.80	140,073	133,123	-4.96	-0,0006	-0,0025	316.67
1,0	125,038	130,269	4.18	134,619	126,257	-6.21	-0,0004	-0,0022	450.00
1,5	129,656	128,271	-1.07	133,478	126,399	-5.30	-0,0004	-0,0021	425.00
2,0	131,995	127,434	-3.46	132,967	126,452	-4.90	-0,0003	-0,0021	600.00

Табела 6.51 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 12 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 12 РАМА 9					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	83,970	69,603	-17.11	2,1	6,4	204.76
1,0	72,670	74,237	2.16	1,4	5,4	285.71
1,5	70,932	75,165	5.97	1,3	5,3	307.69
2,0	70,018	75,557	7.91	1,2	5,2	333.33

Табела 6.52 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 13 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 13 РАМА 9					
	$M_{10-11}^{(+)} = M_{11-10}^{(-)}$ [kNm] (на крајевима ригле)			ϕ [rad] (на крајевима ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	135,064	124,494	-7.83	-0,0003	-0,0021	600
1,0	133,992	125,715	-6.18	-0,0003	-0,0021	600
1,5	134,148	125,945	-6.11	-0,0003	-0,0021	600
2,0	134,299	125,968	-6.20	-0,0003	-0,0021	600

Табела 6.53 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 13 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 13 РАМА 9					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	67,436	78,006	15.67	2,1	6,1	190.48
1,0	68,508	76,185	11.21	1,5	5,4	260.00
1,5	68,352	76,555	12.00	1,4	5,4	285.71
2,0	68,201	76,532	12.22	1,3	5,3	307.69

Табела 6.54 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 19 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 19 РАМА 9								
	$M_{9-10}^{(-)}$ [kNm] (на левом крају ригле)			$M_{10-9}^{(-)}$ [kNm] (на десном крају ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	61,815	87,537	41.61	146,238	149,962	2.55	-0,0009	-0,0039	333.33
1,0	95,274	11,753	-87.66	143,304	135,111	-5.72	-0,0006	-0,0025	316.67
1,5	104,506	124,379	19.02	141,817	128,372	-9.48	-0,0005	-0,0022	340.00
2,0	110,658	121,815	10.08	140,660	128,110	-8.92	-0,0005	-0,0021	320.00

Табела 6.55 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 19 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 19					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	98,471	83,751	-14.95	2,6	9,1	250.00
1,0	83,209	79,068	-4.98	1,7	6,4	276.47
1,5	79,337	76,125	-4.05	1,5	5,6	273.33
2,0	76,840	77,542	0.91	1,4	5,4	285.71

Табела 6.56 Вредности статичких утицаја на крајевима ригле 20 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 20 РАМА 9					
	$M_{14-15}^{(+)} = M_{15-14}^{(-)}$ [kNm] (на крајевима ригле)			ϕ [rad] (на левом крају ригле)		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	140,838	117,905	-16.28	-0,0002	-0,0013	550.00
1,0	137,108	110,684	-19.27	-0,0002	-0,0015	650.00
1,5	136,149	109,995	-19.21	-0,0003	-0,0016	433.33
2,0	135,588	110,043	-18.84	-0,0003	-0,0016	433.33

Табела 6.57 Максималне вредности статичких утицаја у пољу ригле 20 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	РИГЛА 20 РАМА 9					
	$M_{max}^{(+)}$ [kNm] (у средини ригле)			v_{max} [mm] (у средини ригле)		
	за $I=I_{br}$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_{br}$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	61,662	84,595	37.19	2,2	4,6	109.09
1,0	65,392	91,816	40.41	1,6	4,4	175.00
1,5	66,351	92,505	39.42	1,4	4,3	207.14
2,0	66,912	92,457	38.18	1,4	4,3	207.14

Табела 6.58 Вредности статичких утицаја у стубу 1 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 1											
	M_{1-5} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{5-1} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm]			ϕ_{max} [rad]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	14,261	39,320	175.72	28,650	79,472	177.39	-0,2	-0,6	200	-0,0004	-0,0010	150
1,0	21,551	28,344	31.52	47,077	57,193	21.49	-0,1	-0,2	100	-0,0002	-0,0002	0
1,5	23,586	27,583	16.95	46,919	55,408	18.09	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0
2,0	25,026	27,366	9.35	49,489	54,683	10.50	-0,1	-0,1	0	-0,0001	-0,0001	0

Табела 6.59 Вредности статичких утицаја у стубу 8 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 8											
	M_{5-9} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{9-5} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm]			ϕ_{max} [rad]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	48,863	84,766	73.48	45,489	79,472	74.71	-0,1	-0,2	100	-0,0002	-0,0002	0
1,0	66,574	77,284	16.09	56,670	50,149	-11.51	-0,1	0,0	-100	-0,0001	0,0	-100
1,5	70,271	76,010	8.17	58,465	52,035	-11.00	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0
2,0	72,417	74,803	3.29	59,619	52,395	-12.12	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0

Табела 6.60 Вредности статичких утицаја у стубу 15 Рама 9

I_{bs}/I_{br}	СТУБ 15											
	M_{9-13} [kNm] (на доњем крају стуба)			M_{13-9} [kNm] (на горњем крају стуба)			u_{max} [mm]			ϕ_{max} [rad]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	51,493	59,521	15.59	61,815	87,537	41.61	-0,2	-1,0	400	-0,0004	-0,0017	325
1,0	68,368	80,120	17.19	95,274	111,753	17.30	-0,1	-0,4	300	-0,0002	-0,0006	200
1,5	71,191	76,236	7.09	104,509	124,379	19.01	0,0	-0,2	-	-0,0002	-0,0002	0
2,0	72,376	75,039	3.68	110,658	121,815	10.08	0,0	-0,1	-	-0,0002	-0,0002	0

6.3 Завршне напомене

У наставку се упоређују резултати прорачуна са утицајем прслина у односу на резултате када тај утицај није узет у обзир, а на основу приказаних примера.

Услед појаве прслина, као последице експлоатационог оптерећења, код разматраних **једнобродних рамова** долази до смањења момента савијања у средини ригле, и истовремено до повећања на крају ригле у чвору где је остварена веза са стубом. Разлика је мања код рамова са већом крутошћу стубова, што је и очекивано.

Моменти у стубовима се повећавају код свих **једнобродних рамова**. Разлика је мања код рамова са већом крутошћу стубова, али је и даље значајна. На пример, момент на доњем крају стуба у ослонцу је за 28,73% већи код рама са прслинама, код кога је $I_{bs}/I_{br} = 2$, тј. крутост стубова је релативно велика. У стубовима двоспратног **једнобродног рама** одступања су нешто мања.

Код **двобродних рамова** се уочава повећање момената савијања на споју ригли и крајњих стубова рамова са прслинама, у односу на оне без прслина, при чему су те разлике веће у поређењу са **једнобродним рамовима**. Моменти савијања на споју ригли и унутрашњих стубова (на десном крају посматране ригле) се смањују услед појаве прслина.

Стубови у стању експлоатације примају веће моменте савијања него што даје уобичајени прорачун заснован на крутости неиспрског бетонског пресека. Код рамовских конструкција ригле су превасходно напегнуте на савијање, па су у њима прслине израженије него у стубовима, у којима су по правилу више изражене аксијалне силе него моменти савијања, те је промена крутости на савијање стубова знатно мања него промена код ригли. Уколико су стубови више армирани него греде, а примају и знатније силе притиска, често у стању експлоатације остају без прслина или се јаве само fine прслине, док су ригле осетније испрскале. Када су у питању приказани нумерички примери, у стубовима нижих **двобродних рамова** је већи утицај прслина, и постоји и код стубова веће крутости. На пример, у стубу 1 Рама 4, за $I_{bs}/I_{br} = 2$, момент савијања се повећава за 53,48 % код рама са испрским пресецима. Ово је последица мање силе притиска у тим стубовима у односу на стубове зграде веће спратности, па је и утицај савијања израженији.

Код **једносратних тробродних рамова**, када је у питању ригла уз крајњи стуб, момент расте на њеном споју са крајњим стубом (што није случај код вишесратних рамова овог типа), док опада на споју те ригле и унутрашњег стуба, као и у средини

ригле. Код свих тробродних рамова, ригла у средишњем делу рама се понаша као ригла континуалног носача, тј. момент опада на крајевима, а расте у средини ригле.

Разлике између момената савијања у пресецима рамова са и без прслина су мање код вишеспратних рамова.

Угиби у средини свих ригли знатно се повећавају код разматраних рамова, чак и до 360%, али су сви у границама дозвољеног угиба (за гредне носаче $\frac{\ell}{300} = \frac{6000\text{mm}}{300} = 20\text{mm}$). Углови **обртања** крајева ригли су у већини случајева знатно већи код рамова са прслинама, па и код оних рамова са већом крутошћу стубова, али су то генерално мали углови. **Хоризонтална померања** рамова услед гравитационог оптерећења су мала у односу на димензије елемената рама, али се и она повећавају услед појаве прслина, посебно у нивоима виших спратова, где је мања сила притиска у стубовима.

Одступања свих разматраних величина за рам са прслинама у односу на исти рам без прслина су највећа код рамова код којих је однос момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле $I_{bs} / I_{br} = 0,3$, за које се може рећи да су рамови са „слабим стубовима”.

Добијени резултати у оквиру нумеричких примера потврђују оправданост одређивања статичких утицаја у статички неодређеним конструкцијама према теорији еластичности са ограниченом прерасподелом, што је предвиђено и нашим прописима БАБ 87, европским нормама EC2 и америчким правилником за прорачун зграда ACI 318-11. Међутим, како је у раду показано, прерасподела утицаја зависи од више фактора, а не само од процента армирања (што правилници прописују као једини критеријум), па предност треба дати далеко прецизнијем и поузданијем прорачуну са ефективним моментима инерције у складу са алгоритмом предложеним у овој дисертацији.

7 УПОРЕДНА АНАЛИЗА СВОЈСТВЕНИХ ВРЕДНОСТИ И ОБЛИКА ОСЦИЛОВАЊА ОДРЕЂЕНИХ ПРИМЕНОМ КЛАСИЧНОГ ПОСТУПКА И ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА

Са циљем примене мултимодалне спектралне анализе за прорачун сеизмичких сила и утицаја, о чему ће бити речи у Глави 8, овај део рада је посвећен одређивању својствених вредности и облика осциловања изабраних рамовских система.

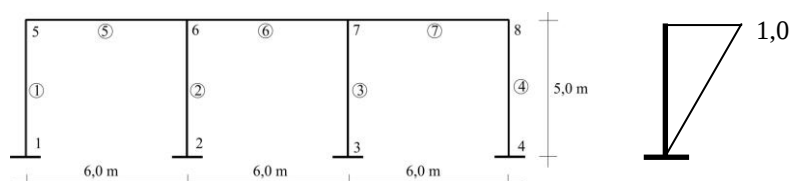
7.1 Нумерички примери

Извршен је прорачун својствених вредности за шест тробродних рамова (за Рам 7, Рам 8 и Рам 9 који су анализирани у Глави 6, и за три рама више спратности Рам 10, Рам 11 и Рам 12) помоћу програма описаних у Глави 5 (ABRam, SAS). Прорачун је спроведен на класичан начин са моментима инерције пуног бетонског пресека I_b , тј. са претпоставком да нема прслина дуж елемената конструкције, као и са ефективним крутостима израчунатим на начин како је описано у Глави 4, тј. под претпоставком да је дошло до појаве прслина у носачу. Затим је табеларно приказана квантитативна упоредна анализа тих вредности. Усвојен је динамички модел вишеспратних оквира у облику конзоле са коначним бројем концентрисаних маса у нивоима таваница које се сматрају бесконачно крутим у својој равни.

У табелама су упоредно дате вредности периода и амплитуда осциловања за разматране случајеве односа момената инерције пресека стуба и ригле рама I_{bs}/I_{br} ,

добијене класичним начином прорачуна (плавом бојом) и применом предложеног алгоритма (црвеном бојом). Дата је и промена сваке од тих вредности, која је изражена као процентуално повећање (са предзнаком +) или процентуално смањење (са предзнаком -) вредности добијене предложеним алгоритмом у односу на вредност добијену класичним поступком.

РАМ 7

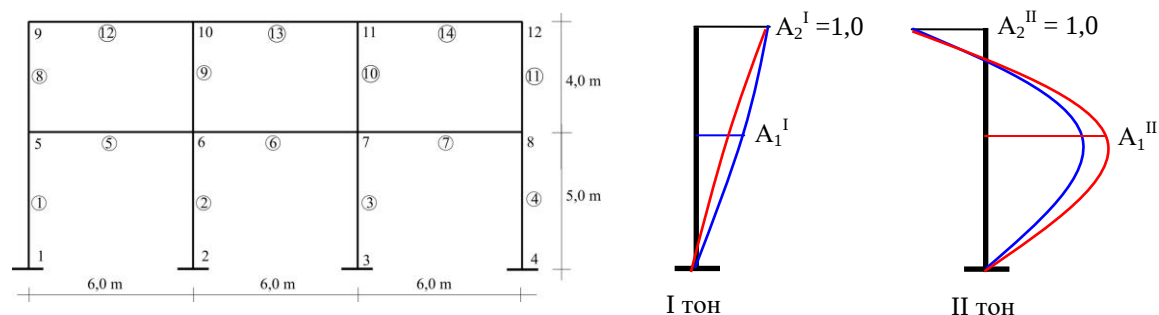


Слика 7. 1 Рам 7 и облик осциловања рама 7

Табела 7.1 Период првог основног тона осциловања Рама 7

I_{bs}/I_{br}	T_1 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,4495	0,5227	16.28
1,0	0,2800	0,3393	21.18
1,5	0,2448	0,3047	24.47
2,0	0,2217	0,2710	22.24

РАМ 8



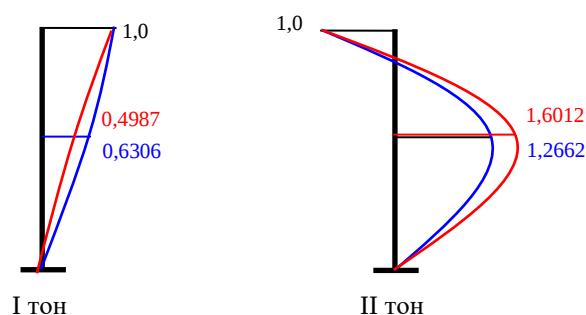
Слика 7.2 Рам 8 и његови својствени облици осциловања без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија)

Табела 7.2 Период и амплитуде првог основног тона осциловања Рама 8

I_{bs}/I_{br}	T_1 [s]			A_1^I			A_2^I	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,7232	0,9022	24,75	0,7143	0,5835	-18,31	1,0	1,0
1,0	0,4728	0,6590	39,38	0,6306	0,4987	-20,92	1,0	1,0
1,5	0,4209	0,5946	41,27	0,5971	0,4799	-19,63	1,0	1,0
2,0	0,3875	0,5517	42,37	0,5703	0,4613	-19,11	1,0	1,0

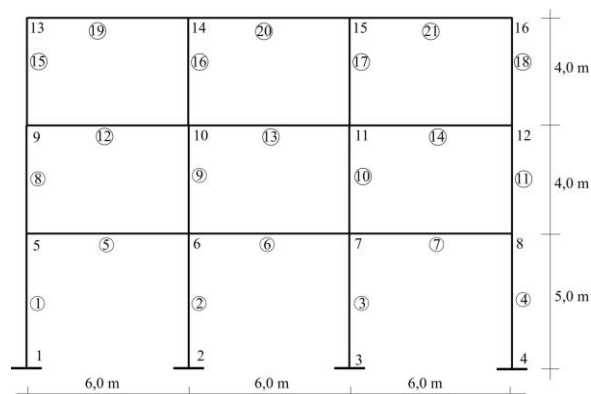
Табела 7.3 Период и амплитуде другог основног тона осциловања Рама 8

I_{bs}/I_{br}	T_2 [s]			A_1^{II}			A_2^{II}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,2327	0,2866	+23,16	1,1411	1,3971	+22,43	-1,0	-1,0
1,0	0,1518	0,1850	+21,87	1,2662	1,6012	+26,46	-1,0	-1,0
1,5	0,1344	0,1528	+13,69	1,3237	1,6468	+24,41	-1,0	-1,0
2,0	0,1230	0,1380	+12,20	1,3741	1,6990	+23,64	-1,0	-1,0

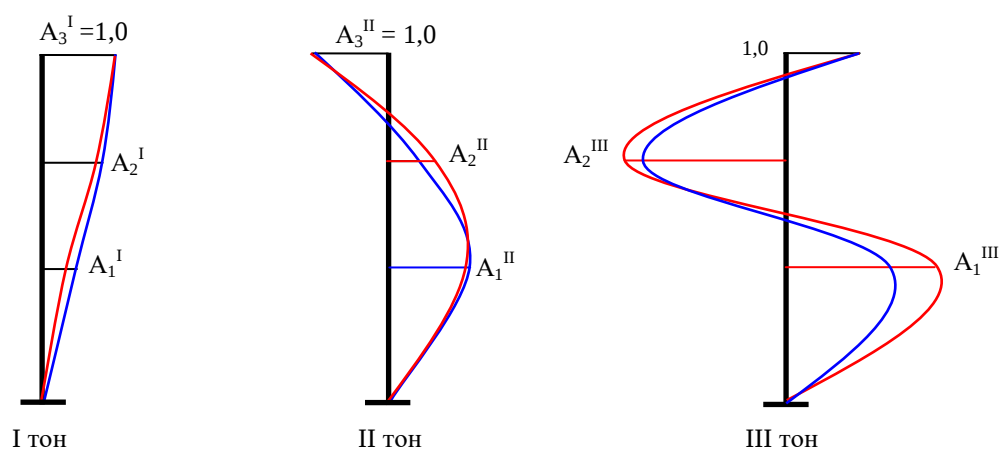


Слика 7.3 Својствени облици осциловања Рама 8 без утицаја преслина (плава линија) и са утицајем преслина (црвена линија) за однос $I_{bs}/I_{br} = 1,0$

РАМ 9



Слика 7.4 Рам 9



Слика 7.5 Својствени облици осциловања Рама 9 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија)

Табела 7.4 Период првог основног тона осциловања рама 9

I_{bs}/I_{br}	T_1 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,9922	1,2637	+27,36
1,0	0,6727	0,9965	+48,13
1,5	0,6081	0,9207	+51,41
2,0	0,5667	0,8672	+53,03

Табела 7.5 Амплитуде првог основног тона осциловања рама 9

I_{bs}/I_{br}	A_1^I			A_2^I			A_3^I	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,5514	0,4153	-24,68	0,8488	0,7722	-9,02	1,0	1,0
1,0	0,4621	0,3340	-27,72	0,8071	0,7129	-11,67	1,0	1,0
1,5	0,4281	0,3086	-27,91	0,7868	0,6888	-12,46	1,0	1,0
2,0	0,4014	0,2890	-28,00	0,7686	0,6680	-13,09	1,0	1,0

Табела 7.6 Период другог основног тон осциловања Рама 9

I_{bs}/I_{br}	$T_2 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,3212	0,4094	+27,46
1,0	0,2149	0,2765	+28,66
1,5	0,1921	0,2446	+27,33
2,0	0,1769	0,2224	+25,72

Табела 7.7 Амплитуде другог основног тона осциловања рама 9

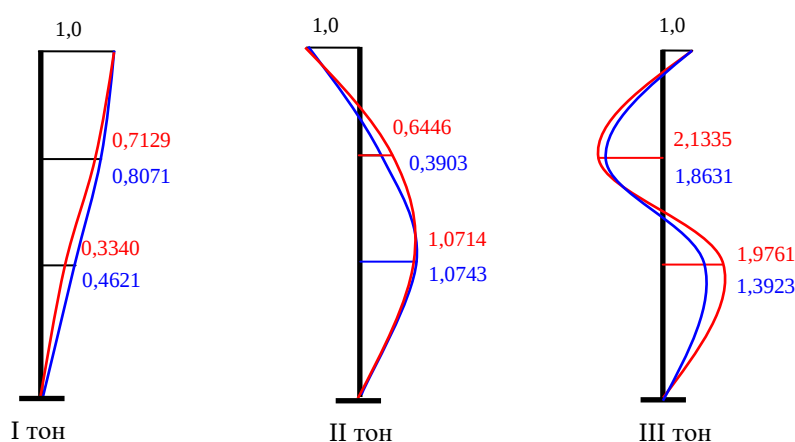
I_{bs}/I_{br}	A_1^{II}			A_2^{II}			A_3^{II}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-1,0949	-1,0518	-3,94	-0,2589	-0,5091	+96,64	1,0	1,0
1,0	-1,0743	-1,0714	-0,27	-0,3903	-0,6446	+65,16	1,0	1,0
1,5	-1,0627	-1,0713	+0,81	-0,4451	-0,6970	+56,59	1,0	1,0
2,0	-1,0540	-1,0759	+2,08	-0,4906	-0,7402	+50,88	1,0	1,0

Табела 7.8 Период трећег основног тона осциловања рама 9

I_{bs}/I_{br}	$T_3 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,1984	0,2329	17,39
1,0	0,1274	0,1374	7,85
1,5	0,1122	0,1198	6,77
2,0	0,1022	0,1081	5,77

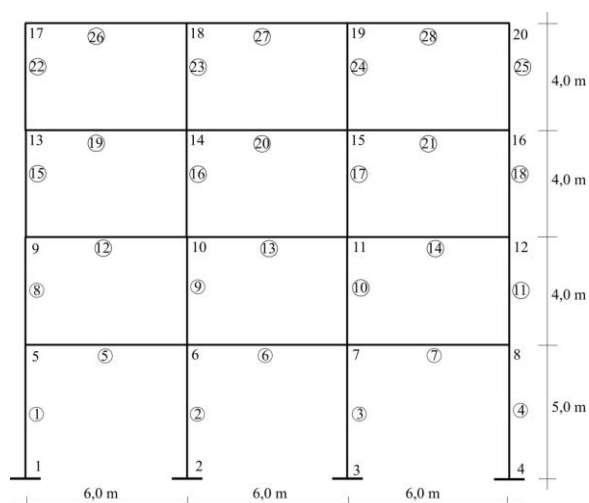
Табела 7.9 Амплитуде трећег основног тона осциловања рама 9

I_{bs}/I_{br}	A_1^{III}			A_2^{III}			A_3^{III}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-1,1481	-1,7385	+51,42	1,7726	2,0680	+16,66	-1,0	1,0
1,0	-1,3923	-1,9761	+41,93	1,8631	2,1335	+14,51	-1,0	1,0
1,5	-1,5081	-2,0946	+38,89	1,9058	2,1781	+14,29	-1,0	1,0
2,0	-1,6092	-2,1863	+35,86	1,9450	2,2159	+13,93	-1,0	-1,0

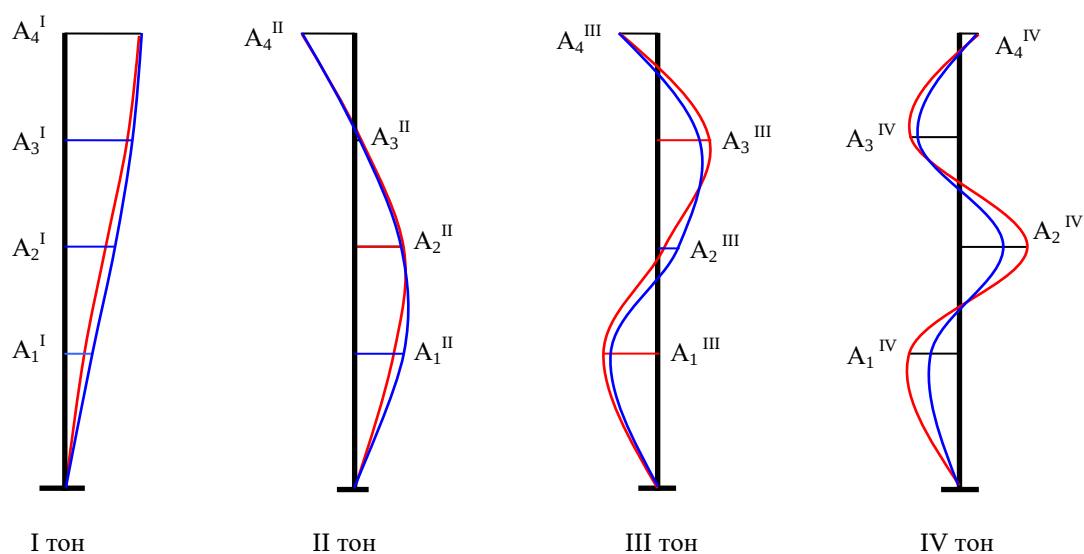


Слика 7.6 Својствени облици осциловања Рама 9 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

РАМ 10



Слика 7.7 Рам 10



Слика 7.8 Својствени облици осциловања Рама 10 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија)

Табела 7.10 Период првог основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	$T_1 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	1,2599	1,6889	+34,05
1,0	0,8749	1,3503	+54,34
1,5	0,7991	1,2671	+58,57
2,0	0,7511	1,2032	+60,19

Табела 7.11 Амплитуде првог основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	A_1^I			A_2^I			A_3^I			A_4^I	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,4448	0,3329	-25,16	0,7142	0,6320	-11,51	0,9034	0,8658	-4,16	1,0	1,0
1,0	0,3617	0,2506	-30,72	0,6619	0,5562	-15,97	0,8811	0,8207	-6,86	1,0	1,0
1,5	0,3314	0,2261	-31,77	0,6385	0,5247	-17,82	0,8696	0,7980	-8,23	1,0	1,0
2,0	0,3078	0,2091	-32,07	0,6181	0,5009	-18,96	0,8585	0,7802	-9,12	1,0	1,0

Табела 7.12 Период другог основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	T_2 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,4119	0,5391	30,88
1,0	0,2812	0,3902	38,76
1,5	0,2535	0,3501	38,11
2,0	0,2351	0,3214	36,71

Табела 7.13 Амплитуде другог основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	A_1^{II}			A_2^{II}			A_3^{II}			A_4^{II}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	1,0065	0,8432	-16,22	0,7720	0,8702	+12,72	-0,1878	-0,0620	-66,98	-1,0	-1,0
1,0	0,9194	0,7605	-17,28	0,8457	0,9225	+9,08	-0,0839	-0,0147	-82,48	-1,0	-1,0
1,5	0,8793	0,7564	-13,98	0,8673	0,9596	+10,64	-0,0377	-0,0179	-52,52	-1,0	-1,0
2,0	0,8469	0,7404	-12,58	0,8823	0,9725	+10,22	-0,2800	-0,2185	-21,96	-1,0	-1,0

Табела 7.14 Период трећег основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	T_3 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,2459	0,3009	22,37
1,0	0,1625	0,1975	21,54
1,5	0,1444	0,1677	16,14
2,0	0,1323	0,1511	14,21

Табела 7.15 Амплитуде трећег основног тона осциловања рама 10

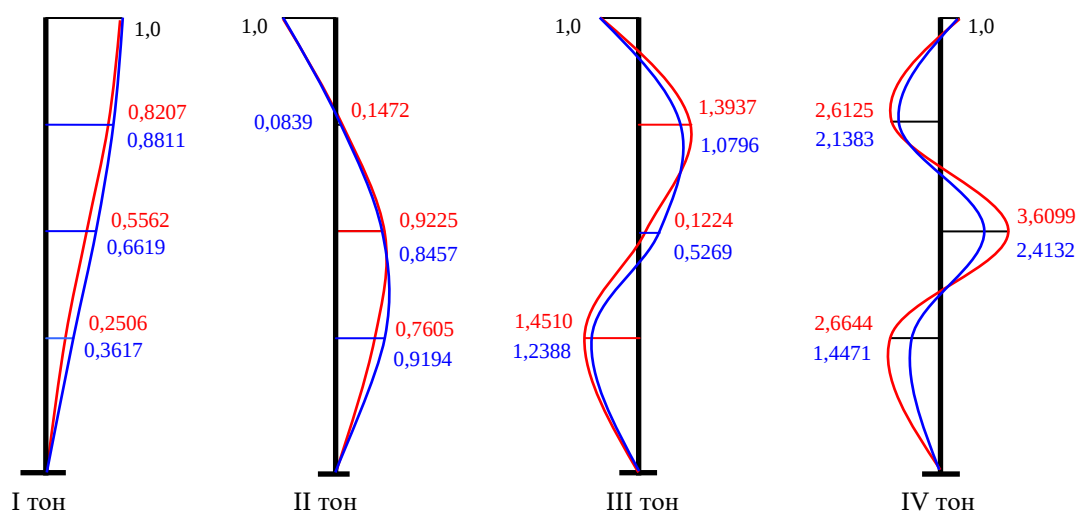
I_{bs}/I_{br}	A_1^{III}			A_2^{III}			A_3^{III}			A_4^{III}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-1,1443	-1,2473	9,00	0,6906	0,2734	-60,41	0,9768	1,2767	30,70	-1,0	-1,0
1,0	-1,2388	-1,4510	17,13	0,5269	0,1224	-76,77	1,0796	1,3937	29,09	-1,0	-1,0
1,5	-1,2819	-1,5606	21,74	0,4544	0,1649	-63,71	1,1255	1,3875	23,28	-1,0	-1,0
2,0	-1,3207	-1,6060	21,60	0,3945	0,1154	-70,75	1,1658	1,4265	22,36	-1,0	-1,0

Табела 7.16 Период четвртог основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	T_4 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,1863	0,2076	11,43
1,0	0,1183	0,1269	7,27
1,5	0,1039	0,1081	4,04
2,0	0,0944	0,0976	3,39

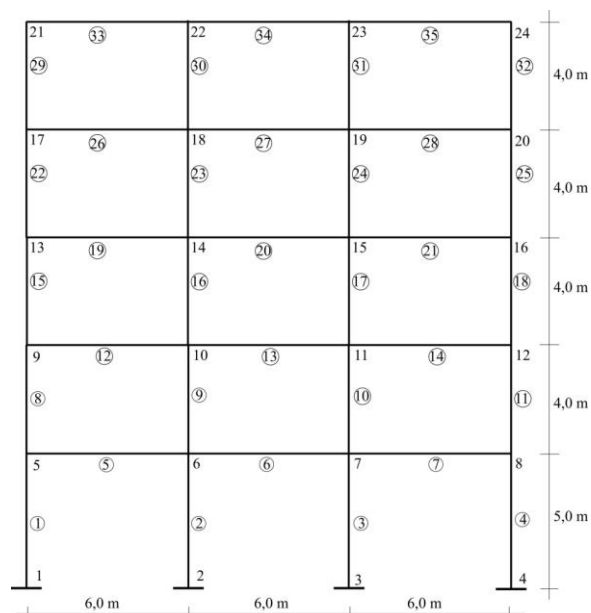
Табела 7.17 Амплитуде четвртог основног тона осциловања рама 10

I_{bs}/I_{br}	A_1^{IV}			A_2^{IV}			A_3^{IV}			A_4^{IV}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-1,1480	-2,4046	109,46	2,1527	3,4116	58,48	2,1527	-2,5078	-216,50	1,0	1,0
1,0	-1,4471	-2,6644	84,12	2,4132	3,6099	49,59	-2,1383	-2,6125	22,18	1,0	1,0
1,5	-1,5885	-2,2786	43,44	2,5388	3,1963	25,90	-2,1812	-2,4615	12,85	1,0	1,0
2,0	-1,7113	-2,3879	39,54	2,6512	3,3066	24,72	-2,2216	-2,5042	12,72	1,0	1,0

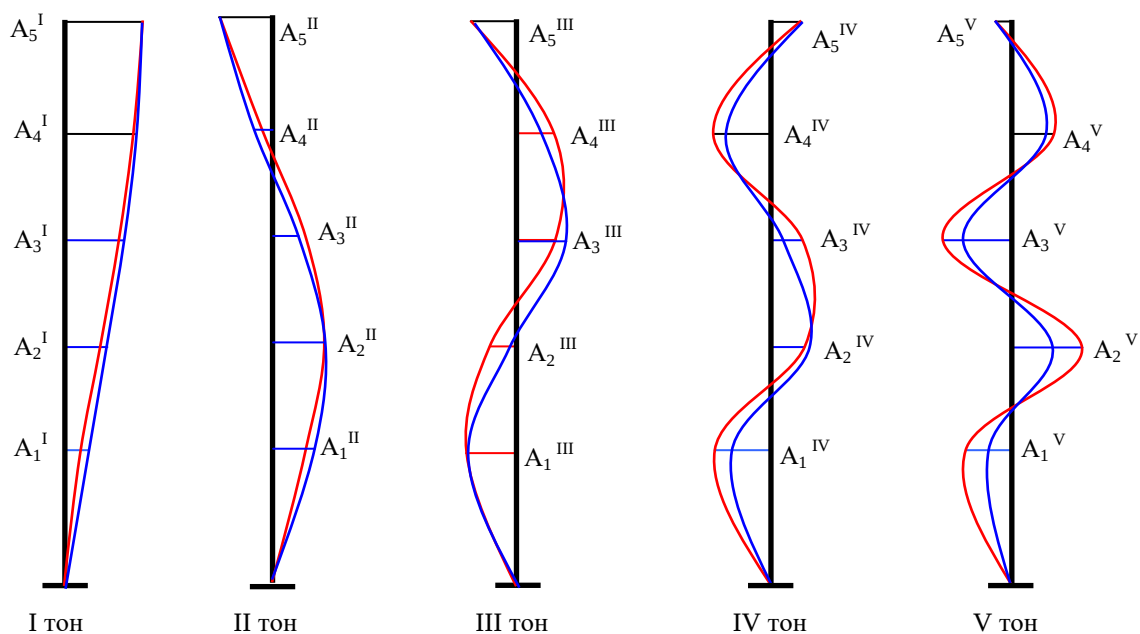


Слика 7.9 Својствени облици осциловања Рама 10 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

РАМ 11



Слика 7.10 Рам 11



Слика 7.11 Својствени облици осциловања Рама 11 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија)

Табела 7.6 Период првог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	$T_1 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	1,5283	2,0757	35,82
1,0	1,0787	1,7128	58,78
1,5	0,9922	1,6210	63,37
2,0	0,9381	1,5501	65,24

Табела 7.18 Амплитуде првог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	A_1^I			A_2^I			A_3^I		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,3706	0,2750	-25,80	0,6083	0,5321	-12,53	0,7986	0,7466	-6,51
1,0	0,2956	0,1999	-32,37	0,5539	0,4543	-17,98	0,7674	0,6928	-9,72
1,5	0,2689	0,1788	-33,51	0,5310	0,4244	-20,08	0,7529	0,6654	-11,62
2,0	0,2484	0,1641	-33,94	0,5114	0,4016	-21,47	0,7394	0,6434	-12,98

Табела 7.18 Амплитуде првог основног тона осциловања рама 11- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^I			A_5^I	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,9318	0,9083	-2,52	1,0000	1,0000
1,0	0,9187	0,8788	-4,34	1,0000	1,0000
1,5	0,9117	0,8615	-5,51	1,0000	1,0000
2,0	0,9049	0,8473	-6,37	1,0000	1,0000

Табела 7.19 Период другог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	$T_2 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,5029	0,6711	33,45
1,0	0,3489	0,5071	45,34
1,5	0,3169	0,4628	46,04
2,0	0,2959	0,4287	44,88

Табела 7.20 Амплитуде другог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	A_1^{II}			A_2^{II}			A_3^{II}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,9110	0,7107	-21,99	0,9637	0,9394	-2,52	0,3913	0,5384	37,59
1,0	0,7943	0,6011	-24,32	0,9814	0,9330	-4,93	0,4836	0,6232	28,87
1,5	0,7443	0,5740	-22,88	0,9764	0,9310	-4,65	0,5174	0,6583	27,23
2,0	-0,7040	-0,5522	21,56	-0,9679	-0,9229	4,65	-0,5437	-0,6805	25,16

Табела 7.20 Амплитуде другог основног тона осциловања рама 11- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{II}			A_5^{II}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-0,4321	-0,2841	-34,25	-1,0000	-1,0000
1,0	-0,3559	-0,1687	-52,60	-1,0000	-1,0000
1,5	-0,3199	-0,1335	-58,27	-1,0000	-1,0000
2,0	0,2878	0,0988	34,33	1,0000	-1,0000

Табела 7.21 Период трећег основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	$T_3 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,2976	0,3759	26,31
1,0	0,2008	0,2587	28,83
1,5	0,1798	0,2246	24,92
2,0	0,1656	0,2028	22,46

Табела 7.22 Амплитуде трећег основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	A_1^{III}			A_2^{III}			A_3^{III}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	-1,1181	-1,0821	-3,22	-0,3820	-0,3770	-1,30	1,1177	0,9466	-15,31
1,0	-1,1180	-1,1071	-0,97	-0,2281	-0,5769	+152,92	1,0531	0,8648	-182,12
1,5	-1,1154	-1,1831	+6,07	-0,3059	-0,6464	+111,31	1,0193	0,9065	-188,93
2,0	-1,1151	-1,1964	+,29	-0,3691	-0,6980	+89,11	0,9906	0,8836	-10,80

Табела 7.22 Амплитуде трећег основног тона осциловања рама 11- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{III}			A_5^{III}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,4379	0,7156	+63,42	-1,0000	-1,0000
1,0	0,5394	0,8265	+53,22	-1,0000	-1,0000
1,5	0,5851	0,8327	+42,31	-1,0000	-1,0000
2,0	0,6250	0,8693	+39,09	-1,0000	-1,0000

Табела 7.23 Период четвртог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	$T_4 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,2167	0,2563	+18,27
1,0	0,1412	0,1630	+15,44
1,5	0,1249	0,1381	+10,57
2,0	0,1141	0,1244	+9,03

Табела 7.24 Амплитуде четвртог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	A_1^{IV}			A_2^{IV}			A_3^{IV}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	-1,1498	-1,4851	+29,16	1,3017	1,0161	-21,94	0,5657	0,8907	+57,45
1,0	-1,3244	-1,8517	+39,81	1,2358	1,1018	-10,84	0,6678	1,0364	+55,20
1,5	-1,4057	-1,8633	+32,55	1,2100	1,1855	-2,02	0,4604	0,9016	+95,83
2,0	-1,4773	-1,9306	+30,68	1,1923	1,1814	-0,91	0,5399	0,9686	+79,40

Табела 7.24 Амплитуде четвртог основног тона осциловања рама 11- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{IV}			A_5^{IV}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-1,4254	-1,7925	25,75	1,0000	1,0000
1,0	-1,5144	-1,8948	25,12	1,0000	1,0000
1,5	-1,5572	-1,8347	17,82	1,0000	1,0000
2,0	-1,5966	-1,8717	17,23	1,0000	1,0000

Табела 7.25 Период петог основног тона осциловања рама 11

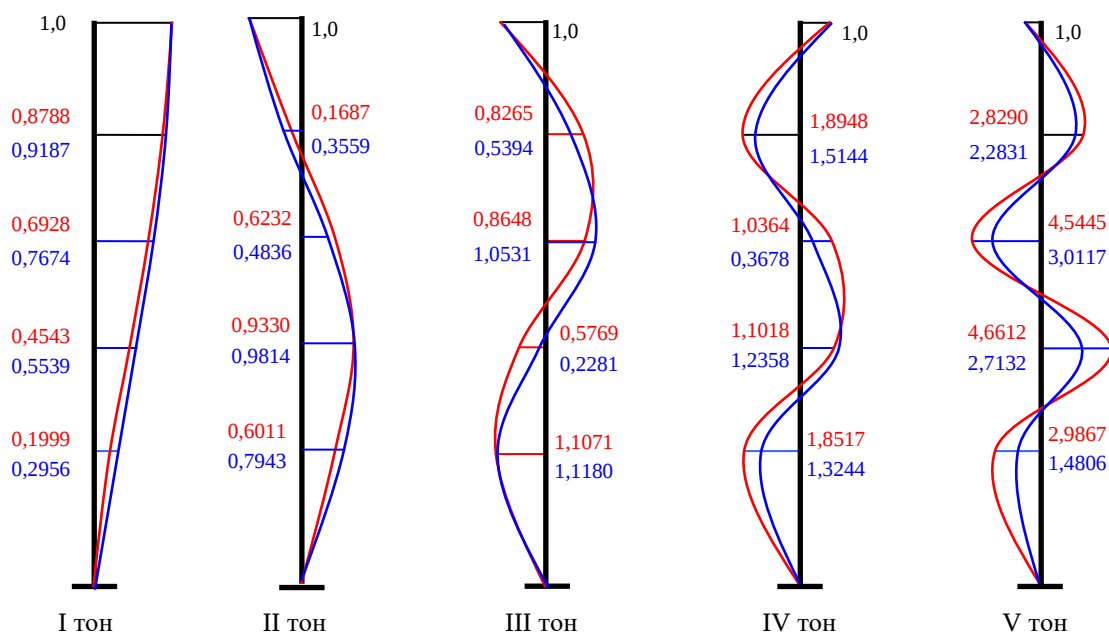
I_{bs}/I_{br}	T_5 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,1806	0,1942	7,53
1,0	0,1140	0,1193	4,65
1,5	0,0998	0,1025	2,71
2,0	0,0905	0,0925	2,21

Табела 7.26 Амплитуде петог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	A_1^v			A_2^v			A_3^v		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	-1,1512	-3,1447	173,17	2,3465	5,1124	117,87	-2,7340	-4,7056	72,11
1,0	1,4806	2,9867	101,72	-2,7132	-4,6612	71,80	3,0117	4,5445	50,89
1,5	1,6369	2,3911	46,07	-2,8889	-3,7726	30,59	3,1489	3,8821	23,28
2,0	1,7726	2,4987	40,96	-3,0450	-3,9037	28,20	3,2736	3,9933	21,98

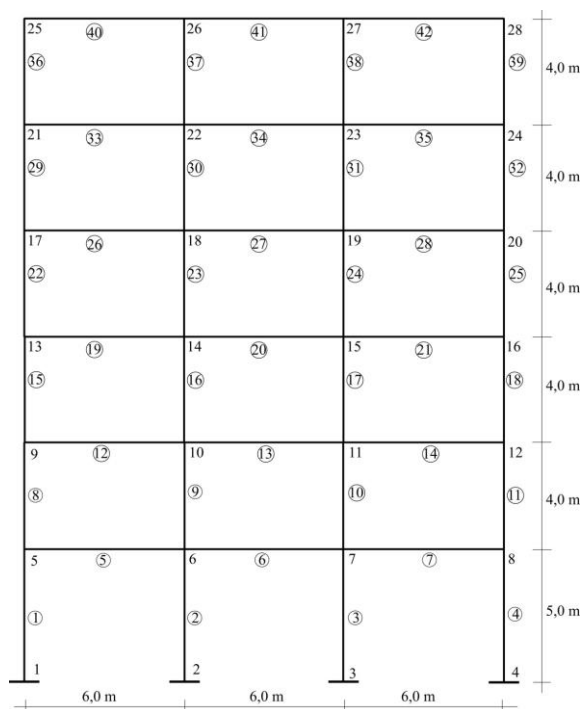
Табела 7.26 Амплитуде петог основног тона осциловања рама 11- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^v			A_5^v	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	2,1957	2,7941	27,25	-1,0000	-1,0000
1,0	-2,2831	-2,8290	23,91	1,0000	1,0000
1,5	-2,3270	-2,6162	12,43	1,0000	1,0000
2,0	-2,3686	-2,6547	12,08	1,0000	1,0000

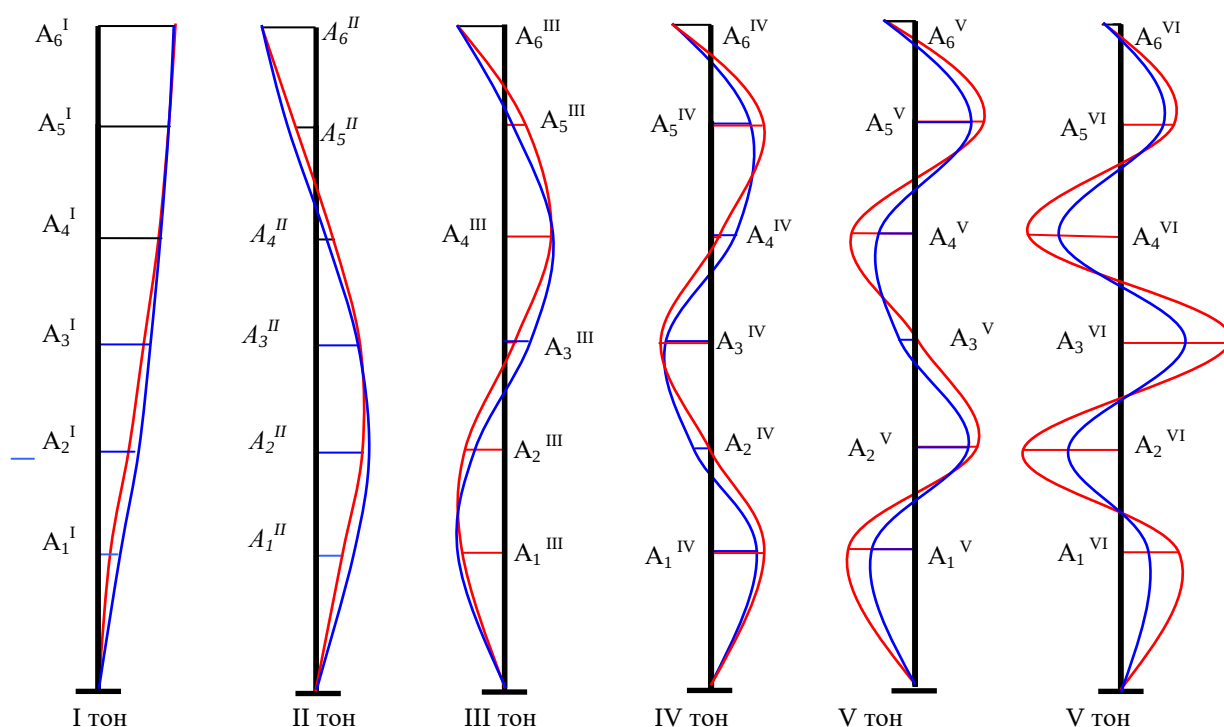


Слика 7.12 Својствени облици осциловања Рама 11 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија) за однос $I_{bs}/I_{br} = 1,0$

РАМ 12



Слика 7.13 Рам 12 и његова прва три својствена облика осциловања без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија) за однос $I_{bs}/I_{br} = 1$



Слика 7.14 Својствени облици осциловања Рама 12 без утицаја прсина (плава линија) и са утицајем прсина (црвена линија)

Табела 7.27 Период првог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	T_1 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	1,7982	2,4790	37,86
1,0	1,2839	2,0783	61,87
1,5	1,1868	1,9792	66,77
2,0	1,1269	1,9036	68,92

Табела 7.28 Амплитуде првог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	A_1^I			A_2^I			A_3^I		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,3162	0,2309	-26,98	0,5259	0,4535	-13,77	0,7054	0,6515	-7,64
1,0	0,2488	0,1663	-33,16	0,4728	0,3833	-18,93	0,6702	0,5972	-10,89
1,5	0,2253	0,1481	-34,27	0,4513	0,3565	-21,01	0,6549	0,5704	-12,90
2,0	0,2074	0,1351	-34,86	0,4333	0,3354	-22,59	0,6412	0,5478	-14,57

Табела 7.28 Амплитуде првог основног тона осциловања рама 12- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^I			A_5^I			A_6^I	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,8488	0,8154	-3,93	0,9483	0,9346	-1,44	1,0000	1,0000
1,0	0,8291	0,7784	-6,12	0,9399	0,9135	-2,81	1,0000	1,0000
1,5	0,8198	0,7571	-7,65	0,9356	0,9008	-3,72	1,0000	1,0000
2,0	0,8110	0,7384	-8,95	0,9311	0,8897	-4,45	1,0000	1,0000

Табела 7.29 Период другог основног тона осциловања рама 11

I_{bs}/I_{br}	$T_2 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,5941	0,8077	35,95
1,0	0,4175	0,6274	50,28
1,5	0,3816	0,5788	51,68
2,0	0,3582	0,5411	51,06

Табела 7.30 Амплитуде другог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	A_1^{II}			A_2^{II}			A_3^{II}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,8223	0,6211	-24,47	1,0137	0,9375	-7,52	0,7235	0,7942	9,77
1,0	0,6943	0,4962	-28,53	0,9922	0,8761	-11,70	0,7853	0,8265	5,25
1,5	0,6421	0,4619	-28,06	0,9715	0,8509	-12,41	0,8017	0,8351	4,17
2,0	0,6007	0,4377	-27,14	0,9502	0,8300	-12,65	0,8114	0,8387	3,36

Табела 7.30 Амплитуде другог основног тона осциловања рама 12-наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{II}			A_5^{II}			A_6^{II}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,0963	0,2437	153,06	-0,5784	-0,4745	-17,96	-1,0000	-1,0000
1,0	0,1795	0,3324	85,18	-0,5231	-0,3738	-28,54	-1,0000	-1,0000
1,5	0,2130	0,3693	73,38	-0,4959	-0,3390	-31,64	-1,0000	-1,0000
2,0	0,2409	0,3974	64,96	-0,4706	-0,3074	-34,68	-1,0000	-1,0000

Табела 7.31 Период трећег основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	T_3 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,3505	0,4576	30,56
1,0	0,2405	0,3250	35,14
1,5	0,2168	0,2871	32,43
2,0	0,2008	0,2608	29,88

Табела 7.32 Амплитуде трећег основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	A_1^{III}			A_2^{III}			A_3^{III}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	-1,0737	-0,9392	-12,53	-0,4879	-0,7061	44,72	0,7098	0,3946	-44,41
1,0	-1,0140	-0,8977	-11,47	-0,6384	-0,8459	32,50	0,5599	0,2429	-56,62
1,5	-0,9845	-0,9255	-5,99	-0,6918	-0,9175	32,63	0,4918	0,2059	-58,13
2,0	-0,9613	-0,9224	-4,05	-0,7328	-0,9524	29,97	0,4346	0,1594	-63,32

Табела 8.32 Амплитуде трећег основног тона осциловања рама 12- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{III}			A_5^{III}			A_6^{III}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	1,0328	1,0403	+0,73	0,0832	0,3071	269,11	-1,0000	-1,0000
1,0	1,0364	0,9983	-3,68	0,1736	0,4273	146,14	-1,0000	-1,0000
1,5	1,0311	1,0289	-0,21	0,2157	0,4430	105,38	-1,0000	-1,0000
2,0	1,0250	1,0237	-0,13	0,2529	0,4789	89,36	-1,0000	-1,0000

Табела 7.33 Период четвртог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	T_4 [s]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,2515	0,3099	23,22
1,0	0,1673	0,2038	21,82
1,5	0,1489	0,1746	17,26
2,0	0,1366	0,1570	14,93

Табела 7.34 Амплитуде четвртог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	A_1^{IV}			A_2^{IV}			A_3^{IV}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	1,1436	1,2356	8,04	-0,5991	-0,1671	-72,11	-1,0565	-1,2348	16,88
1,0	1,2240	1,4159	15,68	-0,4089	-0,0140	-96,58	-1,1516	-1,3713	19,08
1,5	1,2593	1,5079	19,74	-0,3289	-0,0207	-93,71	-1,1918	-1,4465	21,37
2,0	1,2915	1,5453	19,65	-0,2648	0,0236	-108,91	-1,2274	-1,4809	20,65

Табела 7.34 Амплитуде четвртог основног тона осциловања рама 12- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{IV}			A_5^{IV}			A_6^{IV}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	0,7849	0,3339	-57,46	0,9124	1,2396	35,86	-1,0000	-1,0000
1,0	0,6476	0,2425	-62,55	1,0036	1,3384	33,36	-1,0000	-1,0000
1,5	0,5841	0,3200	-45,21	1,0467	1,3126	25,40	-1,0000	-1,0000
2,0	0,5304	0,2772	-47,74	1,0858	1,3486	24,20	-1,0000	-1,0000

Табела 7.35 Период петог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	$T_5 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,2019	0,2348	16,30
1,0	0,1302	0,1448	11,21
1,5	0,1148	0,1233	7,40
2,0	0,1046	0,1111	6,21

Табела 7.36 Амплитуде петог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	A_1^V			A_2^V			A_3^V		
	за $I=I_{br}$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_{br}$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_{br}$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	-1,1530	-1,7152	48,76	1,6820	1,6557	-1,56	0,6758	0,2656	-60,70
1,0	-1,3801	-2,1951	59,05	1,7320	2,0683	+19,42	0,5159	0,2980	-94,22
1,5	-1,4868	-2,0567	38,33	1,7604	2,0054	+13,92	0,4464	0,1768	-60,39
2,0	-1,5802	-2,1361	35,18	1,7898	2,0396	+13,96	0,3897	0,1383	-64,51

Табела 7.36 Амплитуде петог основног тона осциловања рама 12- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^V			A_5^V			A_6^V	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	-0,9435	-2,0276	+114,90	1,7068	2,1269	+24,61	-1,0000	-1,0000
1,0	-1,1661	-2,1027	+80,32	1,7920	2,2326	+24,73	-1,0000	-1,0000
1,5	-1,2725	-1,8232	43,28	1,8344	2,1199	+15,56	-1,0000	-1,0000
2,0	-1,3668	-1,9024	39,19	1,8743	2,1553	+14,99	-1,0000	-1,0000

Табела 7.37 Период шестог основног тона осциловања рама 12

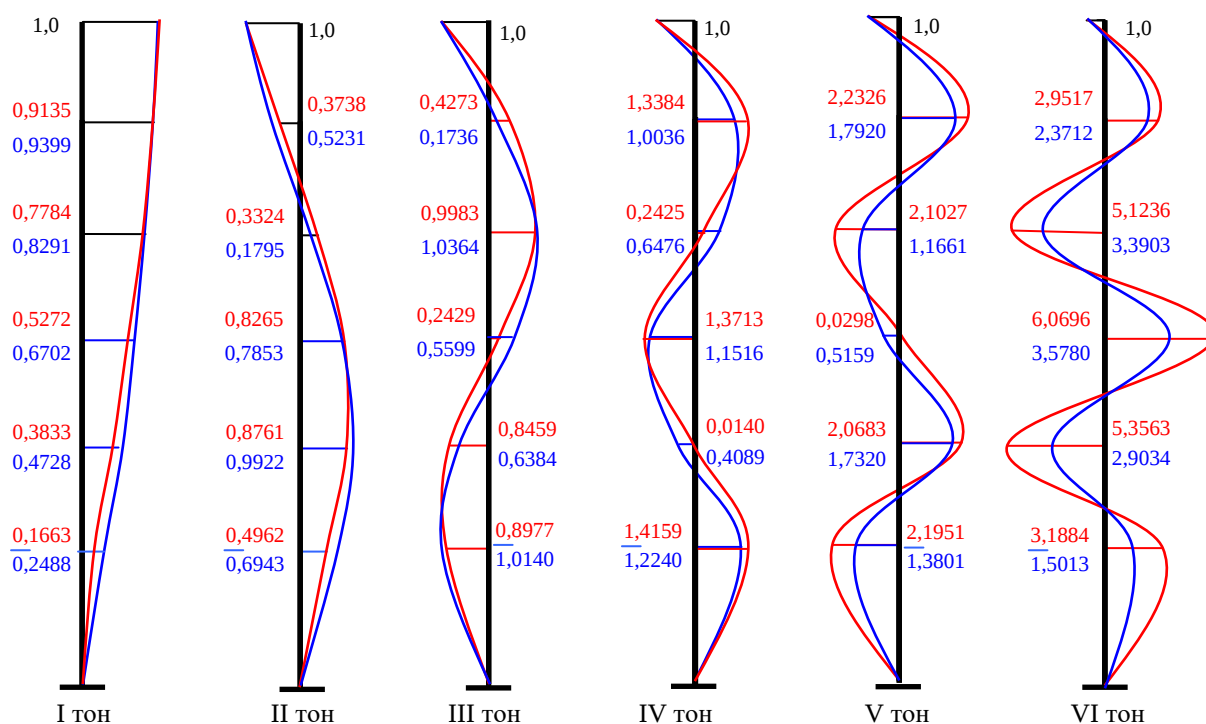
I_{bs}/I_{br}	$T_6 [s]$		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	0,1774	0,1899	7,05
1,0	0,1115	0,1151	3,23
1,5	0,0975	0,0994	1,95
2,0	0,0884	0,0898	1,58

Табела 7.38 Амплитуде шестог основног тона осциловања рама 12

I_{bs}/I_{br}	A_1^{VI}			A_2^{VI}			A_3^{VI}		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %
0,3	-1,1521	-4,4578	286,93	2,4677	7,6157	208,62	-3,1648	-7,7796	145,82
1,0	1,5013	3,1884	112,38	-2,9034	-5,3563	84,48	3,5780	6,0696	69,64
1,5	1,6669	2,4569	47,39	-3,1114	-4,1332	32,84	3,7795	4,8072	27,19
2,0	1,8106	2,5635	41,58	-3,2957	-4,2760	29,74	3,9608	4,9531	25,05

Табела 7.38 Амплитуде шестог основног тона осциловања рама 12- наставак

I_{bs}/I_{br}	A_4^{VI}			A_5^{VI}			A_6^{VI}	
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	разлика %	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$
0,3	3,1006	5,6195	81,24	-2,2834	-2,9368	28,62	1,0000	1,0000
1,0	-3,3903	-5,1236	51,13	2,3712	2,9517	24,48	-1,0000	-1,0000
1,5	-3,5341	-4,3070	21,87	2,4152	2,7063	12,05	-1,0000	-1,0000
2,0	-3,6653	-4,4172	20,51	2,4569	2,7421	11,61	-1,0000	-1,0000



Слика 7.15 Својствени облици осциловања Рама 12 без утицаја прслина (плава линија) и са утицајем прслина (црвена линија) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

7.2 Завршне напомене

На основу приказаних нумеричких примера, очигледно је да су прорачуном добијене веће вредности основних периода T када је узет у обзир утицај прслина у пресецима рамова у односу на вредности када утицај прслина није узет у обзир (јер је њихова крутост смањена). Имајући у виду познату везу:

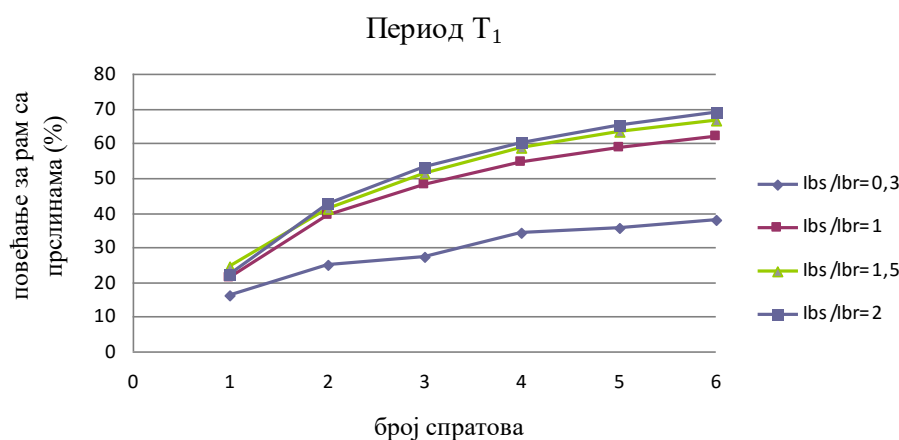
$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (7.1)$$

очигледно је да се кружна фреквенција рамова са прслинама смањује.

Квантитативна анализа показује да је, када је у питању први основни тон чији допринос је и најзначајнији, процентуално разлика између горе поменутих вредности већа код рамова веће спратности. Ово је илустровано дијаграмима на сликама 7.16. и 7.17.

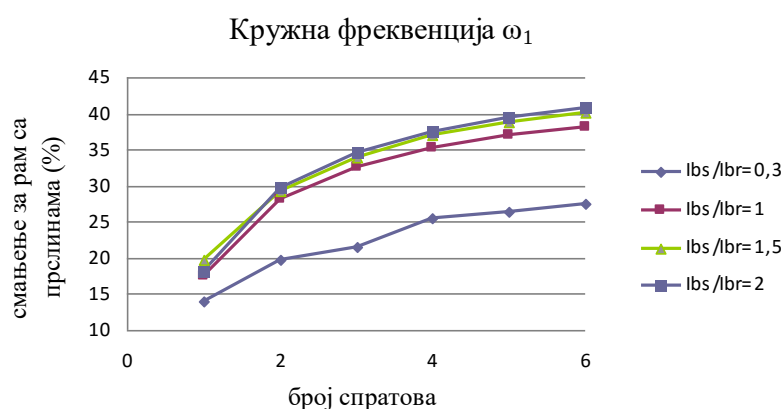
Са повећањем крутости стубова, а на тај начин и крутости рама као целине, разлика вредности периода за први основни тон T_1 рамова са прслинама у односу на рамове без прслина се повећава. Тако је, на пример, за први основни тон Рама 12,

тробродног шестоспратног рама, код кога је $I_{bs}/I_{br} = 2$, период сопствених осцилација рама са прслинама за 68,92% већи у односу на рама без прслина. Истовремено је кружна фреквенција истих рамова смањена за 40,80 %.



Слика 7.16 Повећање периода првог основног тона T_1 (%) за рамове са прслинама у односу на рамове без прслина

Кружне фреквенције првог основног тона ω_1 за рамове са прслинама у односу на рамове без прслина израчунате су према изразу (7.1), а смањење изражено у % је приказано на слици 7.17.



Слика 7.17 Смањење кружне фреквенције ω_1 (%) за рамове са прслинама у односу на рамове без прслина

Амплитуде сопствених осцилација разматраних рамова се такође мењају са променом крутости услед појаве прслина у затегнутим деловима армираног бетона. С обзиром да су у питању нормиране вредности, није могуће уочити неку законитост у тој промени. У табелама су дате вредности за разматране случајеве.

8 УПОРЕДНА АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА СЕИЗМИЧКОГ ПРОРАЧУНА ПРИМЕНОМ КЛАСИЧНОГ ПОСТУПКА И ПРЕДЛОЖЕНОГ АЛГОРИТМА

8.1 Уводне напомене

Динамички утицаји који настају услед дејства земљотреса су од велике важности за прорачун конструкција. У анализи утицаја земљотреса на грађевинске објекте главну потешкоћу представља предвиђање карактера и интензитета земљотреса. Осим тога, неопходно је и познавање понашања саме конструкције у пластичној области јер услед снажног сеизмичког дејства редовно долази до појаве пластичних деформација. Зато се предност у сеизмичкој анализи конструкција даје нелинеарним методама, као што су нелинеарна статичка (pushover) анализа и нелинеарна (динамичка) анализа временског одговора.

Као алтернатива нелинеарном приступу, може се користити линеарна анализа, и то упрошћена модална анализа, где се узима у обзир само први основни (својствени) тон осциловања конструкције, као и мултимодална анализа (која је референтна за проверу других метода, чак и нелинеарних), када се у прорачуну узимају и виши тонови. Основни циљ мултимодалне анализе је да се израчунају максималне вредности сеизмичког одговора за сваки од тонова за које се сматра да значајније утичу на укупни одговор система. Предност коришћења мултимодалне анализе је што се у прорачуну не морају користити сви тонови осциловања, већ само они који доминантно утичу на глобални одговор система. Да би се добио максимални утицај (или сеизмичка сила),

једноставно сабирање максимума појединих тонова није применљиво јер се максималне вредности одговора за поједине тонове јављају у различитим тренуцима времена. Због тога многи правилници, као и Еврокод 8, предлажу употребу комбинације “корен збира квадрата”:

$$r \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n r_i^2}, \quad (8.1)$$

где је r тражена величина, а r_i допринос i -тог тона максималној вредности.

С циљем да се избегне експлицитна нелинеарна анализа, а да се узме у обзир способност конструкције за дисипацију енергије, примењује се линеарна анализа у комбинацији са методом спектра одговора [15].

Како се при пројектовању конструкција у сеизмичким подручјима не располаже са довољно поузданим подацима о карактеристикама будућих земљотреса на локацији објекта, потребно је користити изглађене спектре који одражавају просечне вредности више спектра одговора, као и спектре различитих типова осцилација тла. У пракси се користе пројектни спектри добијени редукцијом еластичних спектра одговора, на пример у EC8 увођењем фактора понашања конструкције q [90].

Циљ овог дела дисертације је да се покаже да прорачунски модел армиранобетонског рама са крутостима елемената након појаве прслина, који је формиран на раније описан начин, може бити коришћен и у прорачуну сеизмичких сила и њима изазваних утицаја, и то независно од правилника који се примењује. Поред тога, извршена је компаративна анализа релевантних резултата са циљем извођења закључака о утицају промене иницијалне крутости на резултате сеизмичког прорачуна.

8.2 Нумерички примери

У овој глави спроведен је сеизмички прорачун тробродних рамова разматраних у Глави 7, са једним до шест спратова, у складу са захтевима Правилника [72]. Прорачун пројектних сеизмичких сила је извршен методом динамике грађевинских конструкција [14], најпре за модел са моментима инерције бруто бетонског пресека свих елемената, а затим и за модел са ефективним моментима инерције. Прорачун је спроведен за један главни правац објекта, док би у пракси, сагласно прописима, требало поновити прорачун и за одговарајући рам у управном правцу. Усвојен је динамички модел вишеспратних оквира у облику конзоле са коначним бројем

концентрисаних маса у нивоима таваница које се сматрају бесконачно крутим у својој равни. Сеизмички прорачун је спроведен помоћу програма SAS [86]. За оцену утицаја промене крутости рамова услед појаве прслина на резултате прорачуна изабрано је хоризонтално померање врха сваког од рамова, као један од најважнијих показатеља понашања конструкције у току земљотреса. Табеларно и помоћу дијаграма је спроведена компаративна анализа за прва три тона осциловања, јер је њихов допринос одговору конструкције највећи.

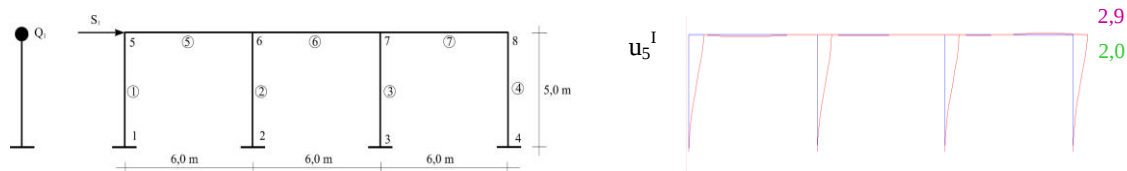
За сеизмички прорачун свих изабраних рамова усвојено је на основу [72]:

- коефицијент објекта $K_0=1,0$;
- II категорија тла (подлоге),
- коефицијент дуктилитета $K_p=1,0$
- коефицијент сеизмичности за IX зону $K_s=0,1$.

Одабрана је IX зона сеизмичности са циљем да се квантитативно сагледају ефекти прслина, које су се појавиле у рамовским носачима још у току експлоатације, на одговор рамова у најнеповољнијим сеизмичким условима. Максималне вредности пројектних сеизмичких сила и померања услед тих сила су одређене према изразу (8.1).

У наставку је дата упоредна анализа максималних хоризонталних померања. Дијаграми померања за различите тонове осциловања нису цртани у истој размери с обзиром да су померања при вишим тоновима вишеструко мања, па се на сликама не би видела.

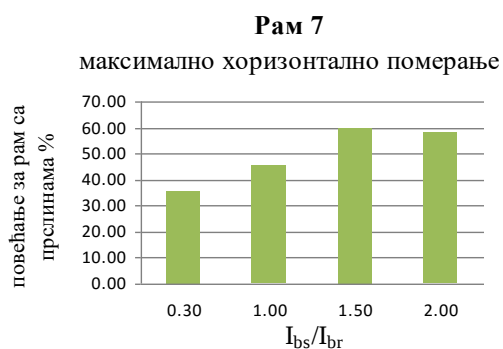
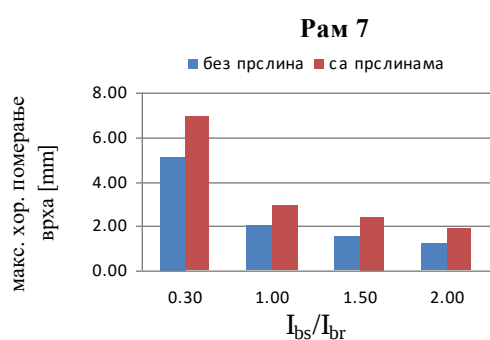
РАМ 7



Слика 8.1 Рам 7 – Динамички модел и оптерећење сеизмичком силом (лево); Хоризонтална померања Рама 7 за однос $I_{bs}/I_{br} = 1,0$ (десно)

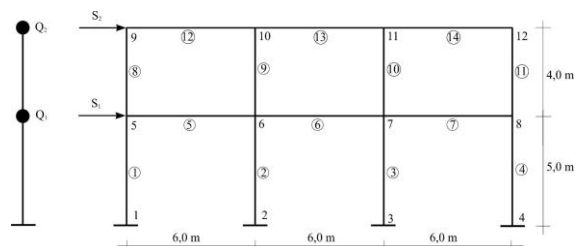
Табела 8.1 Хоризонтално померање u_5 [mm] врха рама 7

I_{bs}/I_{br}	максимално хоризонтално померање [mm]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	повећање %
0,3	5,1	6,9	35,29
1,0	2,0	2,9	45,00
1,5	1,5	2,4	60,00
2,0	1,2	1,9	58,33

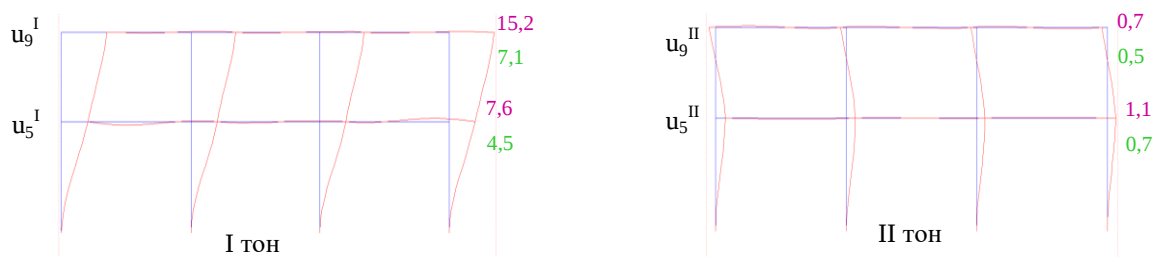


Слика 8.2 Утицај појаве прслина на повећање максималног померања врха Рама 7

РАМ 8



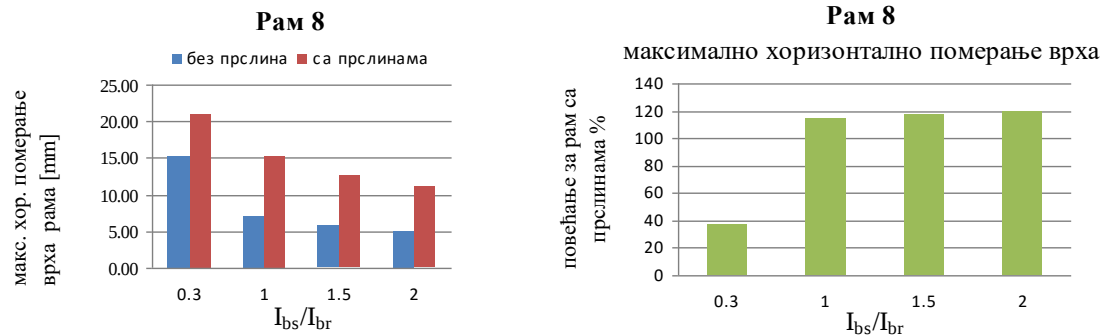
Слика 8.3 Рам 8 – Динамички модел и оптерећење сеизмичким силама



Слика 8.4 Хоризонтална померања u [mm] Рама 8 без утицаја прслина (зелено) и са утицајем прслина (љубичасто) за однос $I_{bs}/I_{br} = 1,0$

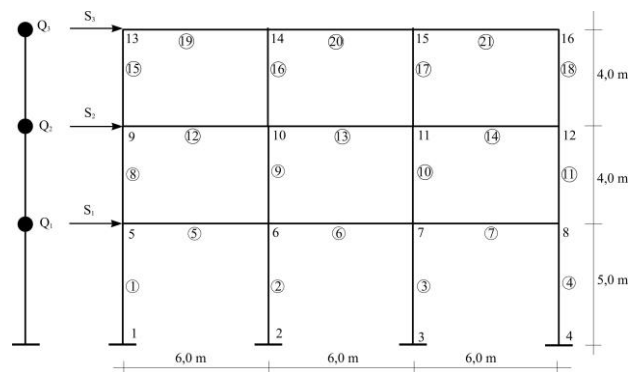
Табела 8.2 Хоризонтално померање u_9 [mm] врха Рама 8

I_{bs}/I_{br}	I тон		II тон		максимално хоризонтално померање [mm]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	повећање %
0,3	15,2	20,8	-1,3	-1,8	15,3	20,9	36,6
1,0	7,1	15,2	-0,5	-0,7	7,1	15,2	114,1
1,5	5,8	12,6	-0,4	-0,5	5,8	12,6	117,2
2,0	5,0	11,0	-0,3	-0,4	5,0	11,0	120,0



Слика 8.5 Утицај појаве прслина на повећање максималног померања врха Рама 8

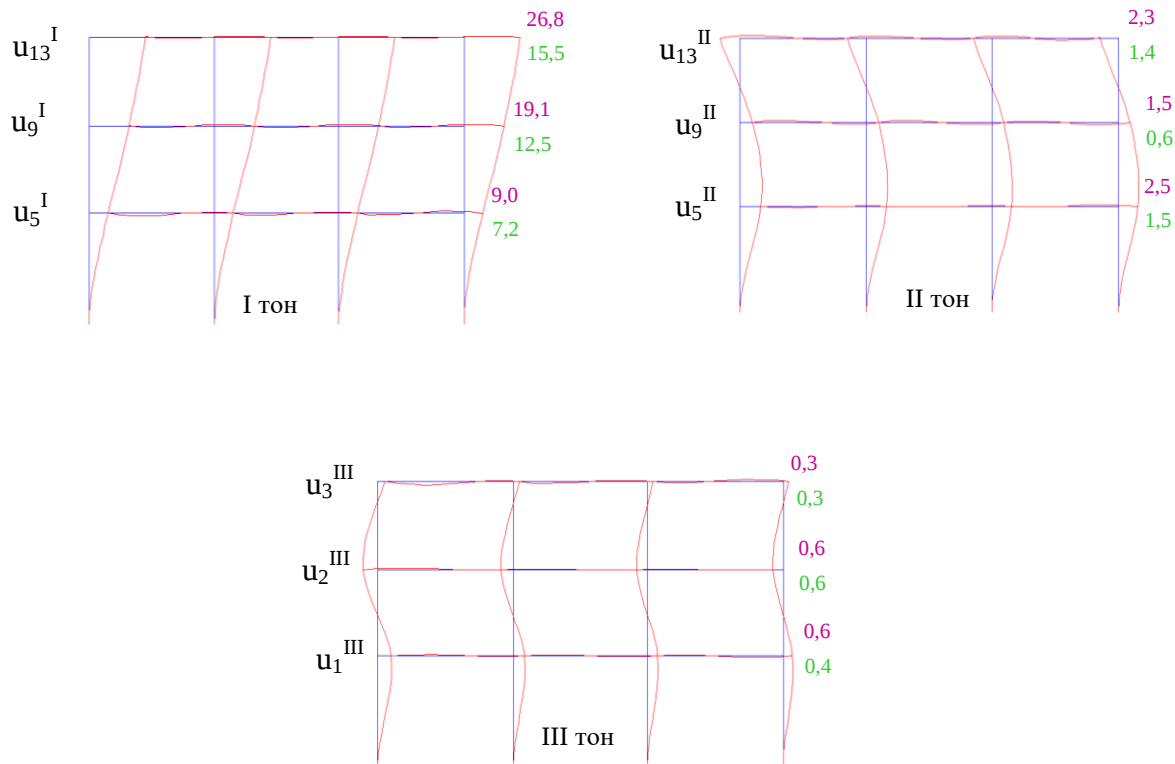
РАМ 9



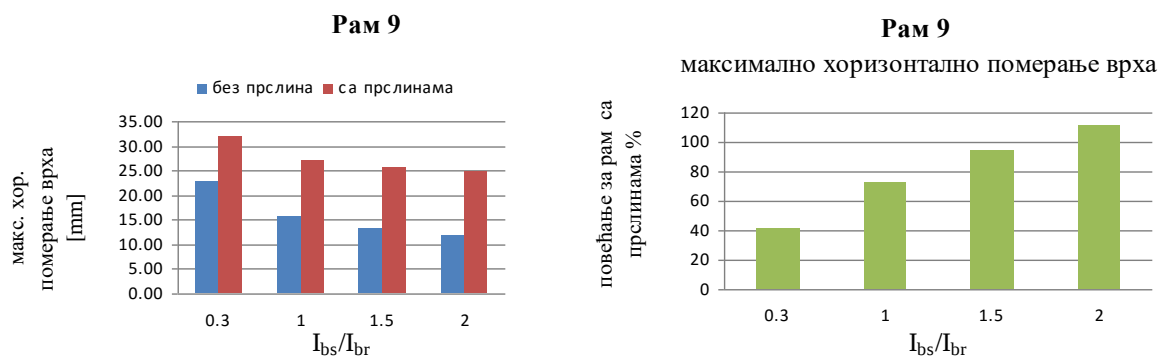
Слика 8.6 Рам 9- Динамички модел и оптерећење сеизмичким силама

Табела 8.5 Хоризонтално померање u_{13} [mm] врха рама 9

I_{bs}/I_{br}	I тон		II тон		III тон		максимално хоризонтално померање [mm]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	повећање %
0,3	22,4	31,5	-3,1	-5,2	0,8	0,9	22,628	31,939	41,15
1,0	15,5	26,8	-1,4	-2,3	0,3	0,3	15,566	26,900	72,81
1,5	13,1	25,5	-1,1	-1,8	0,2	0,2	13,148	25,564	94,43
2,0	11,6	24,6	-1,0	-1,5	0,2	0,2	11,645	24,647	111,65

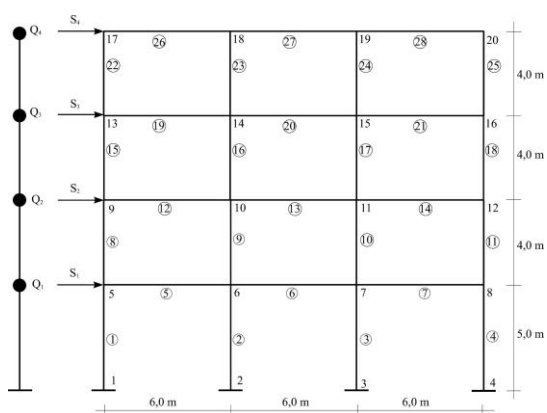


Слика 8.7 Хоризонтална померања u [mm] Рама 9 без утицаја прслина (зелено) и са утицајем прслина (љубичасто) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

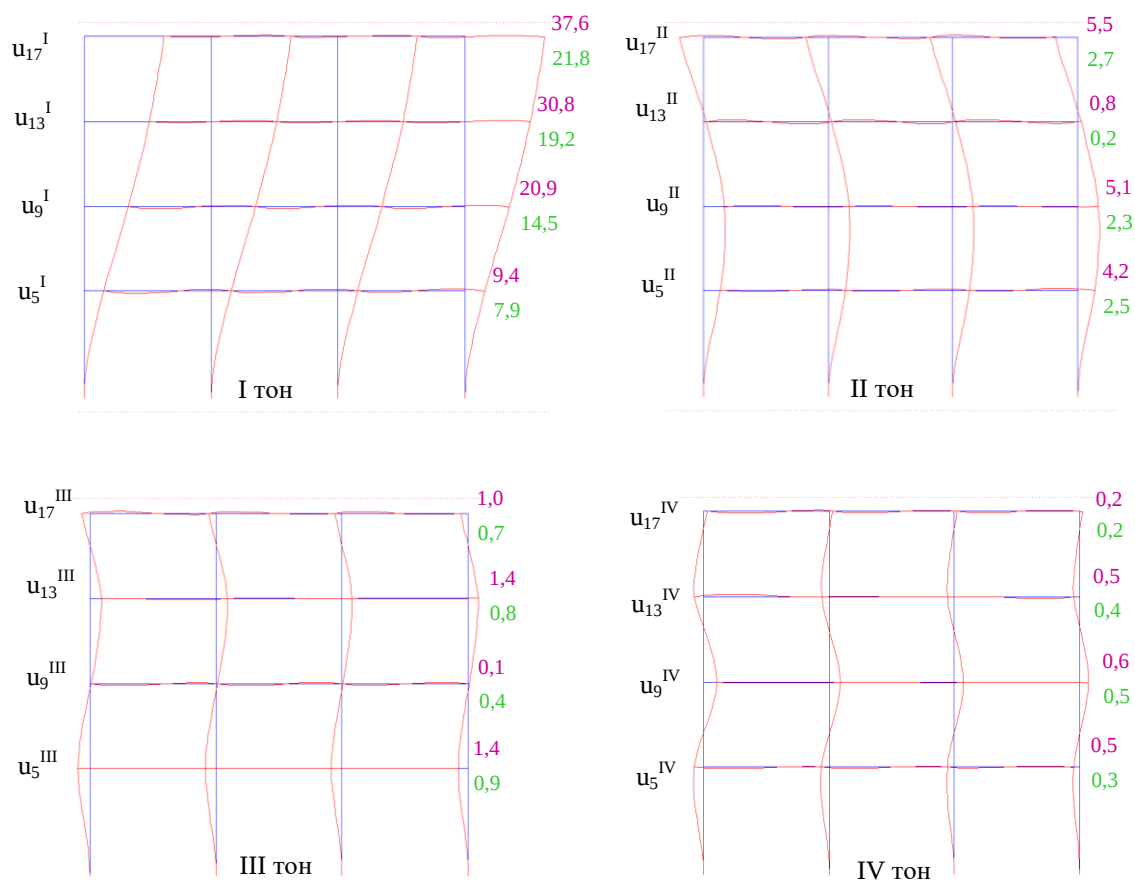


Слика 8.8 Утицај појаве прслина на повећање максималног померања врха Рама 9

РАМ 10



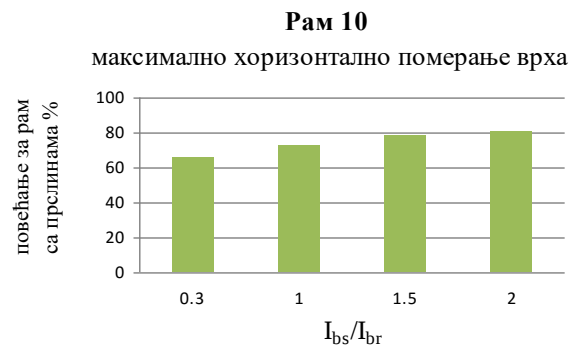
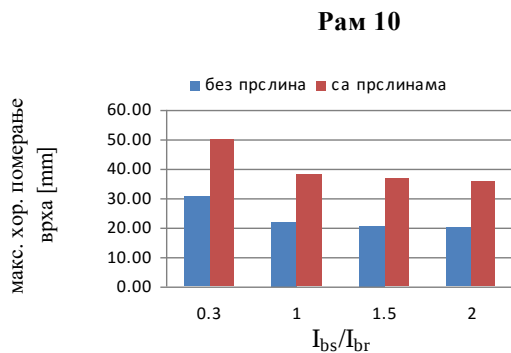
Слика 8.9 Рам 10- Динамички модел и оптерећење сеизмичким силама



Слика 8.10 Хоризонтална померања u [mm] Рама 10 без утицаја прслина (зелено) и са утицајем прслина (љубичасто) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

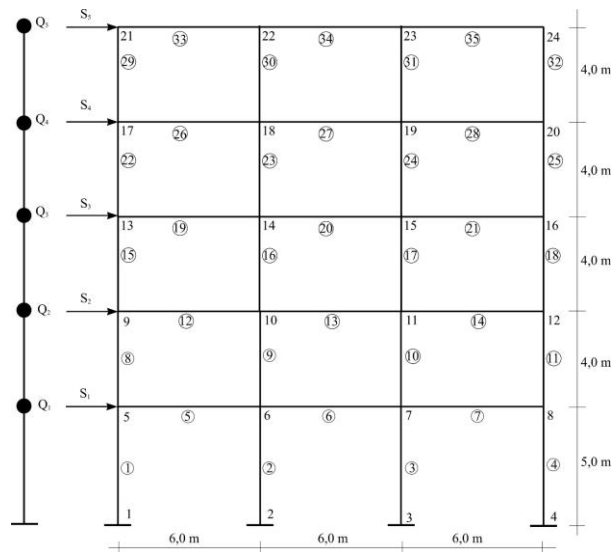
Табела 8.6 Хоризонтално померање u_{17} [mm] врха рама 10

I_{bs}/I_{br}	I тон		II тон		III тон		максимално хоризонтално померање [mm]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	повећање %
0,3	29,7	49,0	5,6	-10,2	-1,7	-2,4	30,3	50,1	65,3
1,0	21,8	37,6	-2,7	-5,5	-0,7	-1,0	22,0	38,0	72,7
1,5	20,5	36,5	-2,2	-4,4	-0,6	-0,7	20,6	36,8	78,6
2,0	19,7	35,6	-1,9	-3,8	-0,5	-0,6	19,8	35,8	80,8



Слика 8.11 Утицај појаве прслина на повећање максималног померања врха Рама 10

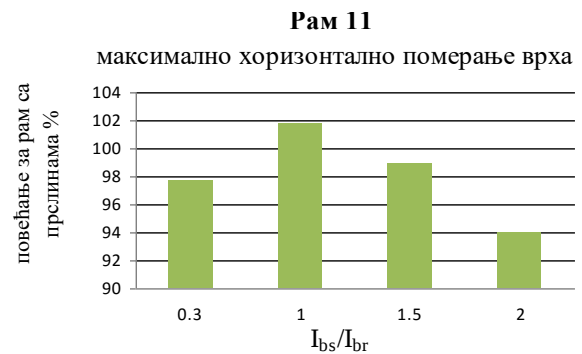
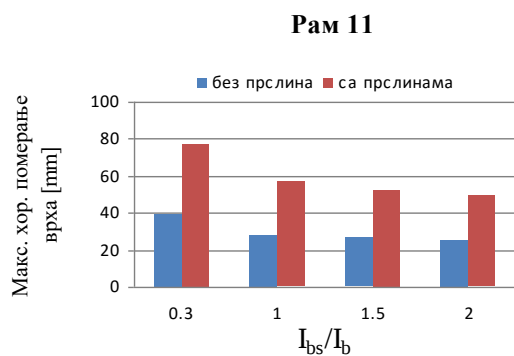
РАМ 11



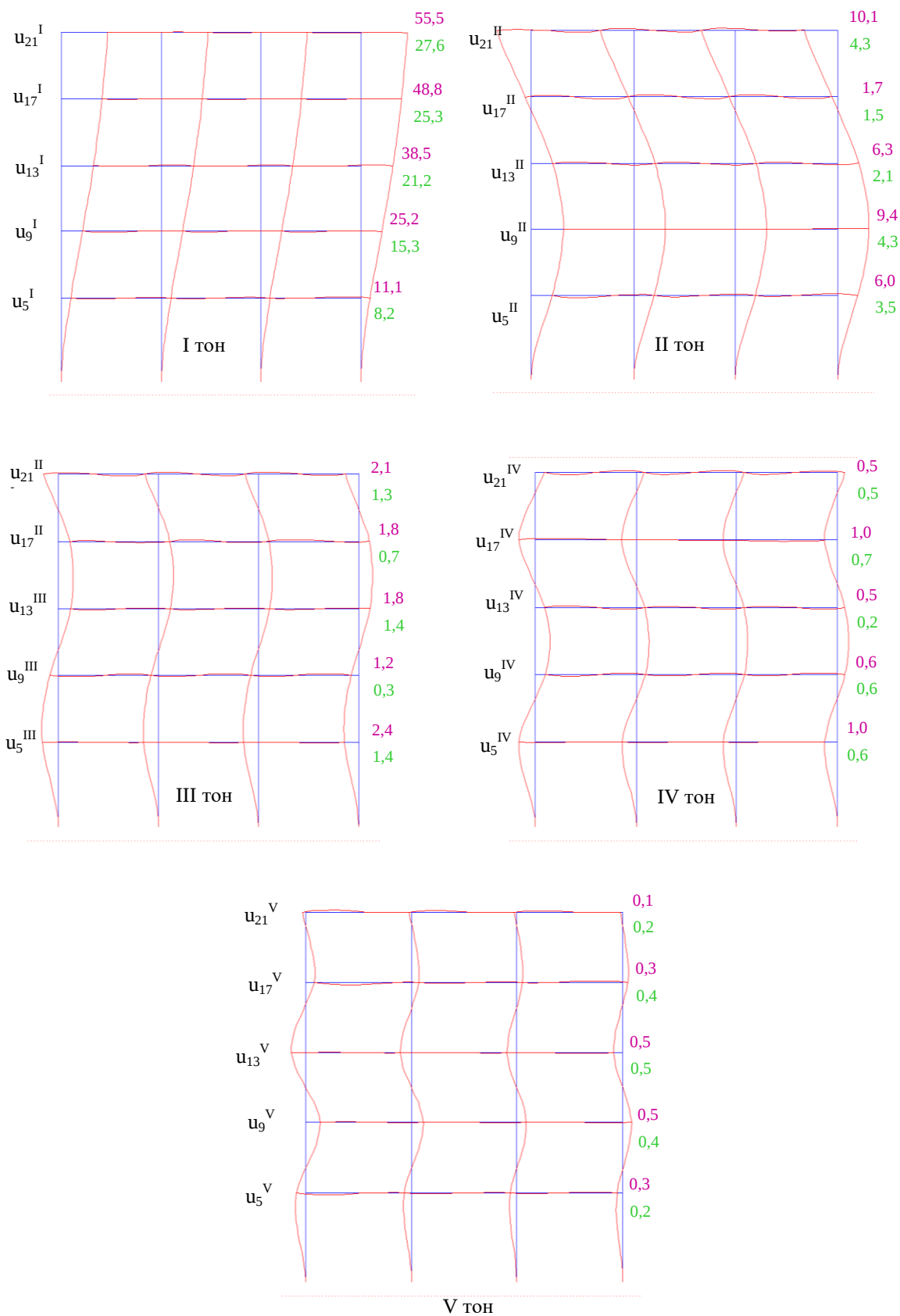
Слика 8.12 Рам 11- Динамички модел и оптерећење сеизмичким силама

Табела 8.7 Хоризонтално померање u_{21} [mm] врха рама 11

I_{bs}/I_{br}	I тон		II тон		III тон		максимално хоризонтално померање [mm]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	повећање %
0,3	38,1	75,5	-8,6	-16,7	-2,8	-4,5	39,2	77,5	97,7
1,0	27,6	55,5	-4,3	-10,1	1,3	-2,1	28,0	56,5	101,8
1,5	25,9	51,4	-3,7	-8,5	1,0	-1,6	26,2	52,1	98,9
2,0	25,0	48,3	3,3	-7,4	-0,9	-1,3	25,2	48,9	94,0

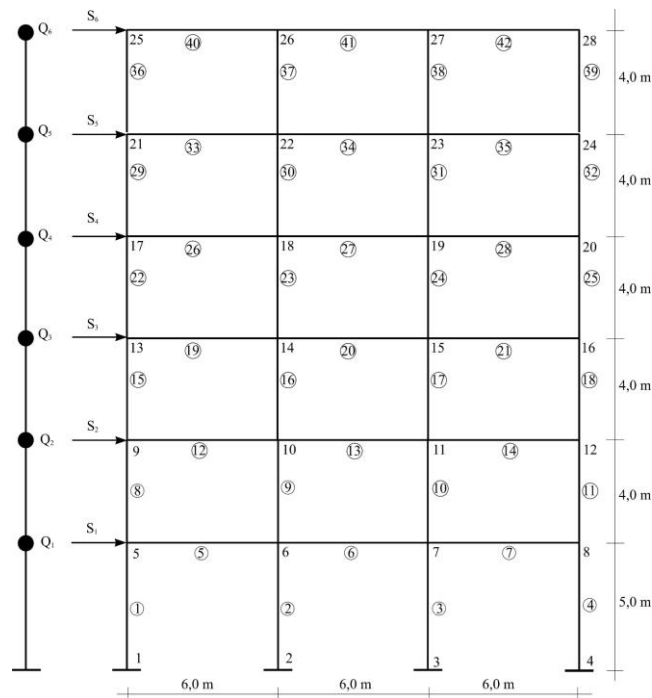


Слика 8.13 Утицај појаве прслина на повећање максималног померања врха Рама 11



Слика 8.14 Хоризонтална померања u [mm] Рама 11 без утицаја прлина (зелено) и са утицајем прлина (љубичасто) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

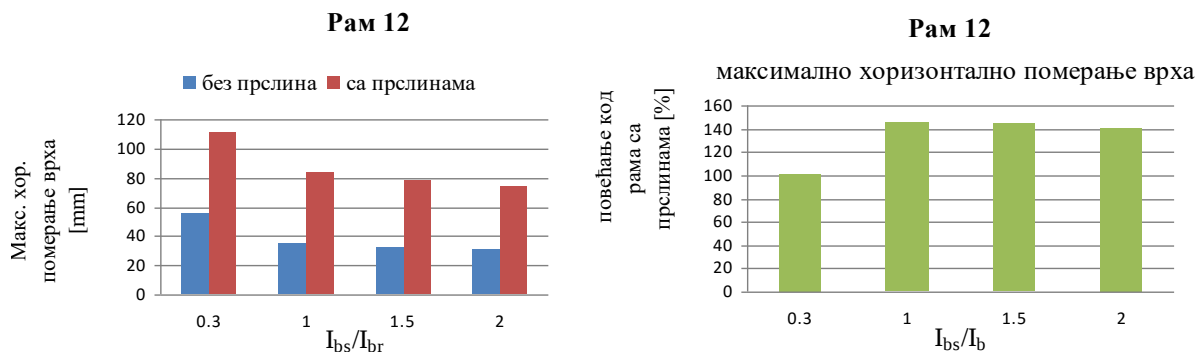
РАМ 12



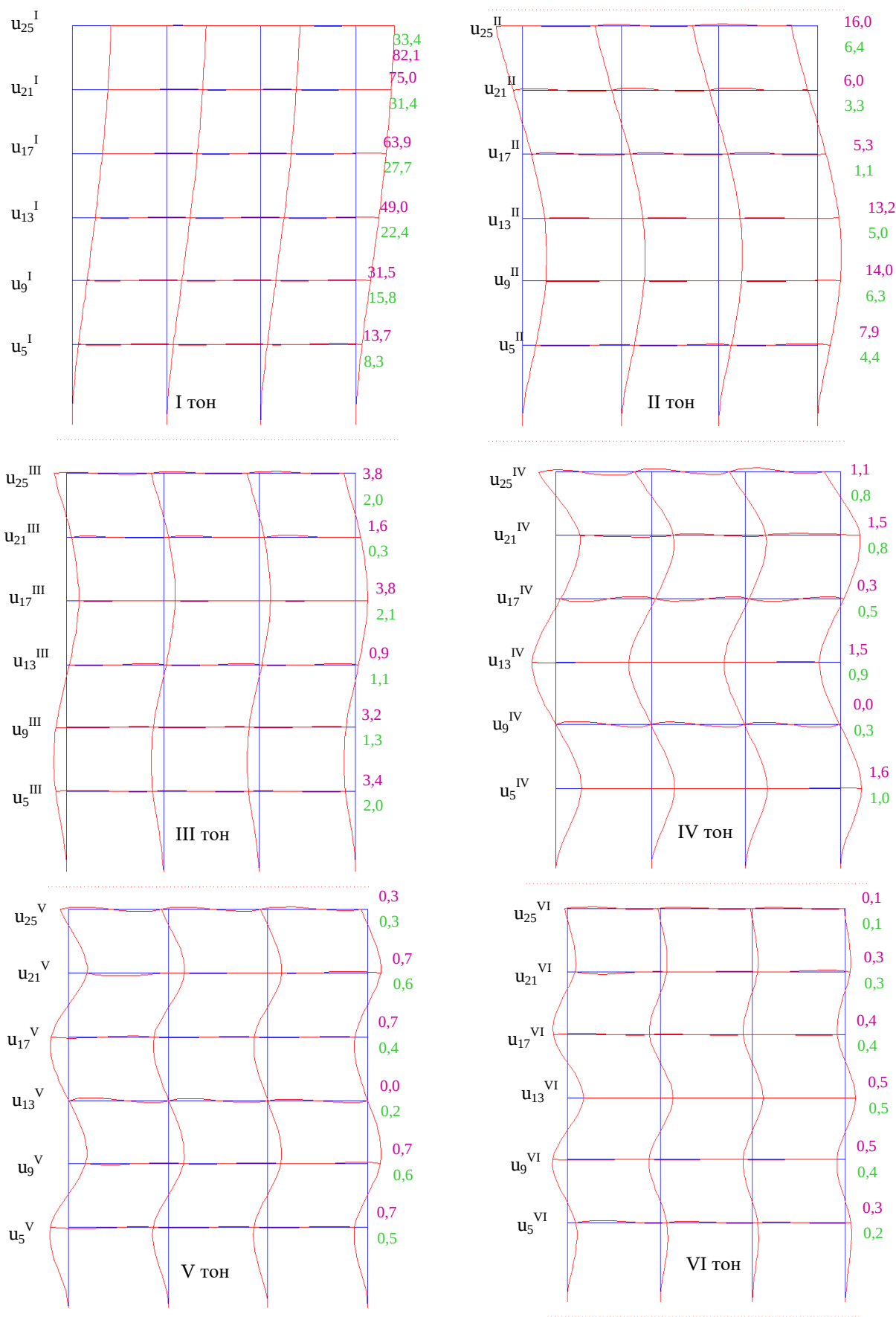
Слика 8.15 Рам 12- Динамички модел и оптерећење сеизмичким силама

Табела 8.8 Хоризонтално померање u_{25} [mm] врха рама 12

I_{bs}/I_{br}	I тон		II тон		III тон		максимално хоризонтално померање [mm]		
	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	за $I=I_b$	за $I=I_{ef}$	повећање %
0,3	53,9	109,2	-12,4	-21,5	4,1	7,4	55,5	111,5	100,9
1,0	33,4	82,1	-6,4	-16,0	2,0	3,8	34,1	83,8	145,7
1,5	31,5	76,8	-5,5	-13,9	1,6	2,9	32,0	78,1	144,1
2,0	30,4	72,9	-4,9	-12,4	1,4	2,4	30,8	74,0	140,3



Слика 8.16 Утицај појаве прслина на повећање максималног померања врха Рама 12

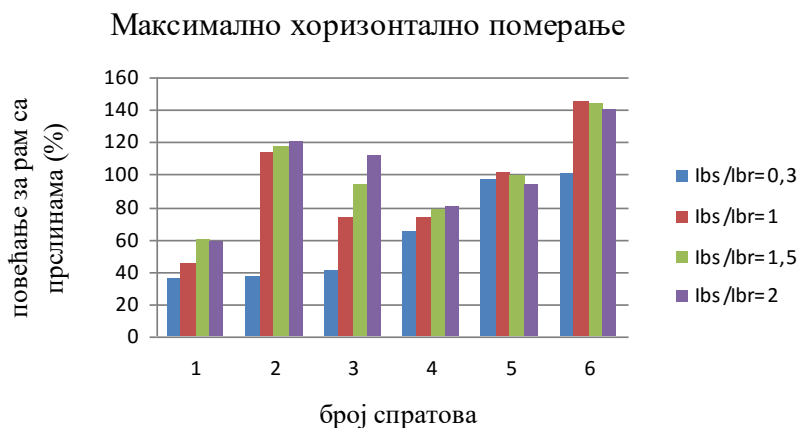


Слика 8.17 Хоризонтална померања u [mm] Рама 12 без утицаја прслина (зелено) и са утицајем прслина (љубичасто) за однос $I_{bs}/I_{br}=1,0$

8.3 Завршне напомене

Упоредна анализа резултата прорачуна показује да је смањење крутости елемената армиранобетонских рамова, као последица појаве прлина услед деловања експлоатационог оптерећења, значајно утицало на одговор конструкције на пројектно сеизмичко оптерећење.

С обзиром да прописи ограничавају величину хоризонталног померања конструкција као једног од параметара употребљивости, за анализу је изабрано хоризонтално померање врха сваког од рамова услед пројектних сеизмичких сила за све тонове осциловања. У табелама су упоредно дате вредности тог померања за прва три тона осциловања и процењене максималне вредности тих померања. Дато је и колико је повећање, у %, максималног померања врха сваког од анализираних рамова код којих је узет у обзир утицај прлина у односу на прорачун без утицаја прлина. Повећање се креће од 35,29% код једносратног тробродног рама са односом $I_{bs}/I_{br}=0,3$ до 145,7% код шестосратног тробродног рама са $I_{bs}/I_{br}=1,0$. Већа разлика је углавном за рамове са већом крутошћу стубова и рамове веће спратности, Слика 8.18.



Слика 8.18 Повећање максималног померања (%) за рамове са прлинама у односу на рамове без прлина

Чланом 16. Правилника [72] ограничено је максимално хоризонтално померање конструкције услед прописаног сеизмичког оптерећења на $f = \frac{H}{600}$ уколико је прорачун извршен применом теорије еластичности, тј. спроведена је линеарна анализа. У свим примерима презентованим у овој глави прорачун је спроведен применом теорије еластичности. Док је код рамова за које је прорачун извршен са моментима

инерције бруто бетонског пресека ($I=I_b$), задовољен овај захтев (осим рамова са $I_{bs}/I_{br}=0,3$, чији су стубови слаби и нису у складу са принципима пројектовања сеизмички отпорних конструкција), процењена максимална померања рамова за које је прорачун спроведен узимајући у обзир прслине у пресецима знатно премашују дозвољену вредност. Међутим, прорачун са утицајем прслина се не може сматрати линеарном анализом, с обзиром на то да су пресеци дуж штапова променљиви, па се намеће закључак да максимално дозвољено померање треба одредити у складу са захтевима Правилника [72] за нелинеарну анализу.

9 ЗАВРШНЕ НАПОМЕНЕ

9.1 Закључци

У току рада на овој докторској дисертацији дати су одговори на питања о квалитативном и квантитативном утицају промене крутости, услед појаве прслина, на резултате прорачуна и димензионисање елемената рамовских конструкција од армираног бетона, водећи рачуна о њиховом понашању при експлоатационом оптерећењу. Формулисан је нови алгоритам за ефикасније решавање проблема дефинисања крутости армиранобетонских рамовских конструкција после наношења оптерећења, који је знатно прецизнији и детаљнији од постојећих препорука у литератури, а базира се на анализи стања прслина узимајући у обзир утицај течења и скупљања бетона на стање напрезања и деформације.

У предложеном алгоритму за прорачун рамова, узимајући у обзир појаву прслина у пресецима, утицаји се срачунавају по теорији еластичности, међутим за тај прорачун се може рећи да је квазилинеаран, с обзиром на то да се попречни пресек дуж сваког штапа мења. Дакле, новоформираним прорачунским моделом, кога чине штапови променљивог попречног пресека, са геометријским карактеристикама после појаве прслина, успешно се симулира нелинеарно понашање армиранобетонских носача.

Нови алгоритам прорачуна армиранобетонских рамова са прслинама је имплементиран у виду рачунарских програма написаних на програмском језику Fortran, који су развијени у оквиру рада на овој докторској дисертацији.

И поред великог броја теоријских и експерименталних радова из ове области, значај предложеног поступка и развијеног софтвера је несумњив за практичне прорачуне, имајући у виду то да се сложен проблем прерасподеле утицаја, као последице појаве прслина у армиранобетонском раму, може решити ефикасније, с аспекта утроска времена за моделирање и сам прорачун, него коришћењем познатих комерцијалних програма опште намене (ANSYS, NASTRAN, SAP) или специјализованих програма (TOWER). Предложени модел се састоји од линијских елемената, а излазни резултати су вредности унутрашњих сила, што је много погодније и разумљивије за инжењере у пракси у односу на излазне резултате у облику вредности компоненталних напона у случају коришћења тродимензионалног модела.

Предност програма је што се на једноставан и ефикасан начин добијају реални подаци о геометријским карактеристикама елемената армиранобетонске конструкције са прслинама, који се могу користити и у другим софтверима за прорачун армиранобетонских конструкција моделираних линијским елементима.

Коришћењем новоразвијеног софтвера у раду је спроведена упоредна анализа резултата добијених применом класичног статичког, као и класичног сеизмичког прорачуна, где се крутост носача израчунава за бруто бетонски попречни пресек с једне стране, и прорачуна са узимањем у обзир промењене геометрије армиранобетонског рама услед појаве прслина применом предложеног алгоритма са друге стране. На основу ове анализе изведени су следећи закључци:

- Захваљујући ефикасности и једноставности начина употребе развијених програма, у раду је извршена детаљна квантитативна анализа утицаја промене крутости елемената армиранобетонских рамова услед појаве прслина, са утицајем течења и скупљања, каква није присутна у литератури доступној аутору. Прерасподела момената савијања у пресецима статички неодређених армиранобетонских рамовима услед појаве прслина приказана је на дијаграмима, док су вредности померања и обртања карактеристичних пресека дате табеларно, за девет типова рамова различите спратности и броја поља. У оквиру завршних напомена у главама 6, 7 и 8 дати су закључци квантитативне анализе;
- На основу обрађених примера види се да је, с обзиром на комплексност проблема, тешко обухватити утицај промене крутости било којим приближним обрасцем. Да би прорачун имао већу тачност у односу на класичне методе,

потребно је одредити реалну крутост греда и стубова, што приказани програми омогућавају;

- Анализа резултата нумеричких примера потврђује оправданост одређивања статичких утицаја у статички неодређеним конструкцијама према теорији еластичности са ограниченом прерасподелом, што је предвиђено и нашим прописима БАБ 87, европским нормама EC2 и америчким правилником за прорачун зграда ACI 318-11. Међутим, како је у раду показано, прерасподела утицаја зависи од више фактора, а не само од процента армирања (што правилници прописују као једини критеријум), па предност треба дати далеко прецизнијем и поузданијем прорачуну са ефективним моментима инерције у складу са алгоритмом предложеним у овој дисертацији;
- Промена крутости елемената и промена утицаја у њима је у функцији статичког система и геометријских карактеристика елемената. Однос крутости ригле и стуба знатно утиче на прерасподелу статичких утицаја у армирано бетонском раму изложеном експлоатационом оптерећењу. Како је утицај појаве прслина мањи код рамова код којих је однос момената инерције бруто бетонског пресека стуба и ригле рама (I_{bs}/I_{br}) већи, то је повољније пројектовати стубове веће крутости, посебно са аспекта њихове сеизмичке отпорности;
- Нумерички примери показују да смањена крутост стубова и ригли услед појаве прслина значајно утиче на вредности угиба услед статичког оптерећења, као и хоризонталног померања услед сеизмичких сила, па је прорачун стања деформације армиранобетонских рамова неопходно вршити са ефективним крутостима, што предложени алгоритам и софтвер омогућавају;
- Промена иницијалне крутости елемената армиранобетонског рама је од значаја при одређивању динамичких карактеристика конструкције као целине. Пресеци са прслинама, тј. са мањим крутостима, чине конструкцију флексибилнијом, па су већи периоди осциловања, односно мање својствене фреквенције, што је нумеричким примерима потврђено;
- За примену концепта програмираног понашања у сеизмичкој анализи од велике је важности познавање реалне геометрије армиранобетонског носача. Такође, како услед промене иницијалних карактеристика носача, долази до промене прорачунских сеизмичких сила и утицаја, за прорачун веће тачности треба узети у обзир редукцију пресека изазвану појавом прслина. Дакле, примена програма

развијених и приказаних у овој дисертацији могућа је и у сеизмичком прорачуну, и то коришћењем мултимодалне анализе, што је у раду илустровано примерима.

9.2 Правци даљег рада

У даљем раду, могло би се остварити следеће:

- Проширење програма на анализу просторних линијских носача са ефективним крутостима греда и стубова;
- Унапређење програма ABRam у погледу прецизности самог прорачуна, узимањем у обзир: утицаја нормалних сила у прорачуну средње кривине пресека, удела притиснуте арматуре на напонско - деформацијско стање пресека, ефективне крутости на смицање, као и повећањем броја итерација при прорачуну ефективног момента инерције пресека;
- Повезивање скупа развијених програма у једну целину, један програм, где би се прорачун, после избора одговарајућих опција, аутоматски извршавао;
- Побољшање програма у смислу интерфејса, на пример, прилагођавање за рад под WINDOWS оперативним системом;
- Експериментално испитивање понашања армирано бетонског рама, како услед експлоатационог оптерећења, тако и до лома конструкције, са циљем дефинитивне верификације рачунарских програма.

Литература

- [1] Аћић, М., Паквор, А., Перишић, Ж.: Теорија армиранобетонских и претходно напегнутих конструкција, 2. издање, Грађевински факултет, Универзитет у Београду, Институт за материјале и конструкције, *Научна књига Београд*, 1986.
- [2] Аћић, М., Јанковић, С.: Асеизмичко пројектовање армиранобетонских рамовских конструкција, *Изградња* 51(1997) 1, Београд, стр. 7 - 20, 1997.
- [3] Бајић, Д.: Прилог нелинеарној анализи армиранобетонских линијских елемената, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 1985.
- [4] Балађушић, М.: Допринос узенгија повећању рубне носивости, *Изградња* 47 (1993) 6, Београд, стр. 24 - 25, 1993.
- [5] Bazant, Z. P.: Predicting of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method, *Journal of the American Concrete Institute* 4, Vol. 69, pp. 212-217, 1972.
- [6] Bentz, E. C.: Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members, Ph.D. thesis, *University of Toronto, Kanada*, 2000.
- [7] Бетон, компоненте бетона и гранична стања бетонских конструкција, Саветовање, *Грађевински факултет Универзитета у Нишу*, 1989.
- [8] Бетон и армирани бетон према БАБ 87 - приручник за примену правилника о техничким нормативима за бетон и армирани бетон БАБ 87, *Грађевинска књига*, Београд, 1991.
- [9] Bertero, V. V.: Seismic behaviour of structural concrete linear elements (beams, columns) and their connections, *CEB bulletin information* M 431, 1979.

- [10] Благојевић, П.: Експериментално - теоријска анализа граничних стања носача од микроармираног бетона, докторска дисертација, *Грађевинско - архитектонски факултет, Универзитет у Нишу*, 2012.
- [11] Branson, D. E.: Instantaneous and time - dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams, *HPR, Alabama Highway Department/US Bureau of Public Roads* 1963; Report No. 7(1): 78, 1963.
- [12] Branson, D. E.: Deformation of concrete structures, *McGraw-Hill Book Co.*, New York, 1977.
- [13] Брчић, В: Отпорност материјала, *Грађевинска књига*, Београд, 1978.
- [14] Брчић, В: Динамика конструкција, *Грађевинска књига*, Београд, 1978.
- [15] Брчић, С., Лађиновић, Ђ: Сеизмичка дејства према Еврокоду 8, друго југословенско саветовање Еврокодovi и југословенско конструкторство, Београд, 1-2. април 1997, Посебна издања EC5-EC8, *Грађевински факултет Универзитета у Београду*, стр. 101-114, 1997.
- [16] Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) - An ACI Standard and Commentary, *American Concrete Institute*, 2011.
- [17] Vecchio, F. J., Collins, M. P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Structural Journal*, pp. 219 - 231, March-April 1986.
- [18] Vecchio, F. J., Balopoulou, S.: On the nonlinear behaviour of reinforced concrete frames, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 17, pp. 698-704, 1990.
- [19] Vecchio, F. J., Emara, B.: Shear Deformations in Reinforced Concrete Frames, *ACI Structural Journal*, V.89, No. 1, pp. 46-56, January-February 1992.
- [20] Вучковић, Р.: Резултати истраживања напона смицања у бетонским и армиранобетонским елементима, *Изградња* 49 (1995) 9, стр. 398-405, Београд, 1995.
- [21] Вуксановић, Ђ.: Нелинеарна анализа армиранобетонских плоча методом коначних елемената, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 1988.
- [22] Гавриловић, П.: Отпорност смицања армиранобетонских конструкција у нелинеарном подручју за циклична и динамичка оптерећења, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 1982.
- [23] Ghaly, A., Favre, R., Elbadry, M.: Concrete Structures, Stresses and Deformations, third edition, *Taylor & Francis Group*, 2006.

- [24] Guner, S. Vecchio, F. J.: Simplified Method for Nonlinear Dynamic Analysis of Shear-Critical Frames, *ACI Structural Journal*, V. 109, No.5, pp. 727 - 737, September - October 2012.
- [25] Guner, S. Vecchio, F. J.: Analysis of Shear-Critical Reinforced Concrete Plane Frame Elements under Cyclic Loading, *Journal of Structural Engineering ASCE*, pp. 834 - 843, August 2011.
- [26] Dimova, S. L., Negro, P.: Seismic assessment of an industrial frame structure designed according to Eurocodes. Part 1: Experimental tests and their numerical simulation, *Engineering Structures* 27, pp. 709 - 723, 2005.
- [27] Dimova, S. L., Negro, P.: Seismic assessment of an industrial frame structure designed according to Eurocodes. Part 2: Capacity and vulnerability, *Engineering Structures* 27, pp. 724 - 735, 2005.
- [28] Dunder, C., Kara, I.F.: Three dimensional analysis of reinforced concrete frames with cracked beam and column elements, *Engineering Structures* 29, pp. 2262 - 2273, 2007.
- [29] Дуница, Ш.: Отпорност материјала – увод у механику деформабилног тела, *Гроскњига*, Београд, 1995.
- [30] Duong, K. V., Sheikh, S. A., Vecchio, F. J.: Seismic Behaviour of Shear-Critical Reinforced Concrete Frame: Experimental Investigation, *ACI Structural Journal*, V. 104, No.3, pp. 304 - 313, May-June 2007.
- [31] Ђурић, М: Теорија спрегнутих и претходнонапрегнутих конструкција, *САНУ – посебна издања, Одељење техничких наука*, књига 6, Београд, 1963.
- [32] Еврокод 2, Прорачун бетонских конструкција, Део 1: Општа правила и правила за зграде, превод на српски језик, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 1994.
- [33] Еврокод 2, Прорачун бетонских конструкција, Југословенско саветовање, еврокодрави и југословенско грађевинско конструкторство – посебна издања, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, Београд, 1995.
- [34] Еврокод 8, Прорачун сеизмички отпорних конструкција, Део 1: Општа правила, сеизмичка дејства и правила за зграде, превод на српски језик, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, Београд, 2009.
- [35] Здравковић, С: Динамика конструкција - збирка решених задатака, *Грађевинско-архитектонски факултет, Универзитет у Нишу, АГМ књига*, Београд, 2013.

- [36] Zdravković, S., Zlatkov, D., Mladenović, B., Mijalković, M.: Seismic analysis of plane linear systems with semi-rigid connections, *Earthquake Resistant Engineering Structures, VII World Conference, ERES VII-Cyprus, May 2009*, ISBN: 978-1-84564-180-1, *Wessex Institute of Technology, UK*, Editors: M.Phocas, C. A. Brebbia, P. Komodromos, pp. 105 - 115, 2009.
- [37] Zdravković, S., Zlatkov, D., Mladenović, B., Stanojev, M., Šaković, S.: Static and dynamic design of structures with semi-rigid connections based on full scale experiments, *International jubilee conference UACEG 2012: Science & practice, University of architecture, civil engineering and geodesy, 15-17 November 2012, Sofia, Bulgaria*, pp. 195 - 200, 2012.
- [38] Zlatkov, D., Zdravković, S., Mijalković, M., Mladenović, B., Igić, T.: Redistribution of the influences in systems with semi-rigid joints on elastic foundations, *Scientific Journal FACTA UNIVERSITATIS, Series: Architecture and Civil Engineering, University of Niš, Vol.8, No 1, 2010*, pp 225 - 234, 2010.
- [39] Zlatkov, D., Zdravković, S., Mladenović, B., Mijalković, M.: Application of finite element method for static design of plane linear systems with semi-rigid connections, *XIV International Conference on Computational Methods and Experimental Measurements, CMEM XIV – PORTUGAL, JUN 2009*, ISBN: 978-1-84564-187-0, *Wessex Institute of Technology, UK*, editors: C. A. Brebbia, G.M. Carlomango, pp. 547 - 557, 2009.
- [40] Zlatkov, D., Zdravković, S., Mladenović, B., Stanojev, M.: Influence of joint rotation on natural forms and frequencies of buildings, *Third International Conference - Seismic engineering and engineering seismology, Divčibare 22-24 may 2012, Association of Civil Engineers of Serbia*, Editor: Prof. dr Radomir Folić, ISBN 978-86-88897-02-0, COBISS.SR-ID 190825996, pp 141 - 148, 2012.
- [41] Ивковић, М.: Бетонске конструкције II, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, Београд, 1981.
- [42] Ивковић, М., Радојичић, Т: Реологија и општа теорија лома бетона, *Научна књига*, Београд, 1987.
- [43] Ивковић, М., Радојичић, Т., Аћић, М.: Гранична стања бетонских конструкција, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду, Научна књига*, Београд, 1988.
- [44] Јанковић, С.: Основе сеизмичког планирања и пројектовања, *Грађевински факултет Универзитета Црне Горе, АГМ књига*, Београд, 2014.

- [45] Khuntia, M., Ghosh, S. K.: Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Analytical Approach, *ACI Structural Journal*, V. 101, No.3, pp. 351 - 363, May-June 2004.
- [46] Khuntia, M., Ghosh, S. K.: Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Experimental Verification, *ACI Structural Journal*, V. 101, No.3, pp. 364 - 374, May-June 2004.
- [47] Ковачевић, Д.: Нумеричко моделирање понашања армиранобетонских оквира оптерећених сеизмичким силама, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 2001.
- [48] Code of practice for general structural design and design loadings for buildings, NZS 4203; New Zealand Stanford, *Stanford association of New Zealand*, 1984.
- [49] Kumar, R., Singh, Y.: Stiffness of Reinforced Concrete Frame Members for Seismic Analysis, *ACI Structural Journal*, V. 107, No.5, pp. 607 - 615, September-October 2010.
- [50] Лазаревић, Ђ.: Гранична носивост линијских система, *Грађевинска књига*, Београд, 1971.
- [51] Lawrence G. S.: Пројектирање за гранична јакост на армирано бетонски конструкцији во сеизмички региони. *ИЗИИС, Скопје*, 1975.
- [52] Löhning, T., Schenk, J., Starossek, U.: Problems and Opportunities of Nonlinear RC Frame Analysis, *17th IABSE Congress, Creating and Renewing Urban Structures*, 17 - 19 Sept. 2008, Chicago, USA.
- [53] Машовић, С.: Прерасподела утицаја код накнадно континуираних спрегнутих армиранобетонских носача током времена, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 2008.
- [54] Мијалковић, М.: Анализа стања напрезања и стања деформације просторних линијских носача по Теорији другог реда, докторска дисертација, *Грађевинско-архитектонски факултет, Универзитет у Нишу*, 2001.
- [55] Милићевић, М., Здравковић, С.: Динамика конструкција, *Универзитет у Нишу*, Ниш, 1984.
- [56] Milicevic, M., Zdravkovic, S., Folić R., Zlatkov, D., Mladenović, B.: "Static and dynamic design of structures with semi-rigid connections", *Proceedings of ABSE Colloquium, Istanbul*, pp. 145 - 152, 25-27. September 1996.

- [57] Milićević, M., Zdravković S., Zlatkov, D., Mladenović, B.: “Matrix Formulation of Design and Testing of Structures with Semi-Rigid Connections”, *1st Structural Engineers World Congress, San Francisco, California*, pp. 266, July 19-23, 1998.
- [58] Михаиловић, В.: Преглед поступака прорачуна смичућих веза АБ греда, *Изградња* 49 (1995) 3, стр. 103 – 107, Београд, 1995.
- [59] Mladenović, B., Bonić, Z., Mijalković, M., Dančević, P., Davidović, N.: Application of Mindlin’s theory for analysis of footing plate bending based on experimental research, *Scientific Journal FACTA UNIVERSITATIS, Series: Architecture and Civil Engineering, University of Niš*, Vol.8, No 2, pp. 211 - 223, 2010.
- [60] Младеновић, Б., Здравковић, С., Златков, Д., Петронијевић, П., Турнић, Д.: Анализа утицаја деформације смицања на савијање кружних и прстенастих плоча, Зборник радова Грађевинско – архитектонског факултета у Нишу, бр.27, Грађевинско - архитектонски факултет, Универзитет у Нишу, ISBN 0350-8587, ISSN 1425-2485, стр. 85-94, 2012.
- [61] Mosley, B., Bungey, J., Hulse, R.: Reinforced Concrete Design to Eurocode, *Palgrave Macmillan*, 2006.
- [62] Најдановић, Д.: Бетонске конструкције, *Гроскњига, д.о.о*, Београд, 1995.
- [63] Park, R., Paulay, T.: Reinforced concrete structures, *John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto*, 1975.
- [64] Перишић, Ж.: Анализа утицаја течења и скупљања у бетонским конструкцијама са прслинама применом идеализованог пресека са коригованим ефективним модулом бетона, *Наше грађевинарство* 38 (1984) 10, стр. 1165 - 1170, 1984.
- [65] Петровић, Б.: Одабрана поглавља из земљотресног инжењерства, *ИПО Грађевинска књига*, Београд, 1985.
- [66] Petronijević, P., Zdravković, S., Mladenović, B., Zlatkov, D., Momčilović-Petronijević, A.: “Analysis of potential collision of buildings during earthquake based on computer simulation”, *Technical Gazette, Scientific professional journal of technical faculties of the J.J.Strossmayer, University of Osijek*, Number 5, Vol.21, ISSN 1330-3651 (Print), ISSN 1848-6339 (online), pp. 1125 - 1133, 2014.
- [67] Petronijević, P., Zdravković, S., Prolović, V., Zlatkov, D., Mladenović, B.: Limit states and requirements for structural behavior according to eurocode, *13th International scientific conference VSU'2013, Sofia*, ISSN: 1314-071X , pp. II – 287 - 291, 2013.

- [68] Поповић, Б.: Проблематика граничног стања лома линијских система класичних армиранобетонских конструкција, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Нишу*, 1982.
- [69] Поповић, Б., Милићевић, М., Радивојевић, Г.: Статика конструкција, *Грађевински факултет, Универзитет у Нишу*, 1997.
- [70] Поповић, Б.: Статика конструкција 2, *Грађевинско - архитектонски факултет, Универзитет у Нишу*, 2002.
- [71] Поповић, Б., Младеновић, Б., Петровић, Ж.: О проблему прерасподеле утицаја статички неодређених линијских носача, Монографија: Theretical and Experimental research of elasto-plastic behaviour of engineering structures, *Грађевинско - архитектонски факултет, Универзитет у Нишу*, стр. 245 - 251, 2006.
- [72] Правилник о техничким нормативима за изградњу објеката високоградње у сеизмичким подручјима (*Сл. лист СФРЈ бр. 31/1981*), Београд, 1981.
- [73] Правилник о изменама и допунама правилника о техничким нормативима за изградњу објеката високоградње у сеизмичким подручјима (*Сл. лист СФРЈ бр. 29/1983*), Београд, 1983.
- [74] Правилник о техничким нормативима за бетон и армирани бетон - БАБ 87 (*Сл. лист СФРЈ бр. 11/1987*), Београд, 1987.
- [75] Prestley M. J. N., Papk. R.: Strenght and ductility of concrete, *ACI*, vol. 84. No.1, pp. 61 - 76, January - february 1987.
- [76] Paulay, T., Priestley, M. J. N.: Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings, *John Wiley and Sons, INC, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore*, 1992.
- [77] Paulay, T.: Seismic design of concrete structures - The present needs of societies, *Eleventh world conference on earthquake engineering, Mexico*, pp. 65, 1996.
- [78] Popov, E. P.: Bond and anchorage of reinforcing bars under cyclic loading, *ACI Structural journal*, pp. 340 - 349, 1984.
- [79] Park, R., Geatly, L., Stevenson, E. C.: Use of the steel fibre concrete in the seismic design of frames - *Proceedings of the ninth international congres of the FIP* Vol. 2. Commision reports, 1982.
- [80] Радивојвић, Г.: Утицај промене крутости на еластичну стабилност линијских система, докторска дисертација, *Грађевински факултет, Универзитет у Нишу*, 1982.

- [81] Радосављевић, Ж.: Армирани бетон 2, *ИРО Грађевинска књига*, Београд, 1988.
- [82] Радосављевић, Ж., Бајић Д.: Армирани бетон 3 - елементи армиранобетонских конструкција, *ИРО Грађевинска књига*, Београд, 1989.
- [83] Сахновский, К. В.: Армирано бетонске конструкције, *ИП Грађевинска књига*, Београд, 1962.
- [84] Selby, R. G., Vecchio, F. J., Collins, M. P.: Analysis of Reinforced Concrete Members Subjected to Shear and Axial Compression, *ACI Structural Journal*, V. 93, No. 3, pp. 199 - 207, May - June 1990.
- [85] Симонче, В.: Матрична анализа на конструкциите, *Универзитет Кирил и Методије Скопје*, 1989.
- [86] Станковић, М, Ђорђевић, Ђ: STRESS – Програмски систем за статички прорачун инжењерских конструкција, *Tion Computers*, Ниш, 1991.
- [87] Станковић, М, Благојевић, П: Приказ програмског пакета за прорачун конструкција и армиранобетонских попречних пресека са цртањем планова армирања према одредбама ЕВРОКОДА, – уводно предавање по позиву, Први национални симпозијум са међународним учешћем – Теоријска и експериментална истраживања конструкција и њихова примена у грађевинарству, ТЕИК 2010, Ниш, март 2010, књига 1, стр. 49 – 60, 2010.
- [88] Томичић, И.: Приручник за прорачун армиранобетонских конструкција, *Друштво грађевинских конструктора Хрватске*, Загреб, 1988.
- [89] Фолић, Р., Поповић, Б., Татомировић, М.: Ефекти дуготрајних процеса у армиранобетонском пресеку с прслином, *Грађевинар* 37 (1985) 4, стр. 149 - 161.
- [90] Фолић, Р.: Еврокод 8: Пројектовање сеизмички отпорних зграда, друго југословенско саветовање Еврокодovi и југословенско конструкторство, Београд, 1 - 2. април 1997., Генерална излагања ЕС1-ЕС8, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, 1997, стр 141 - 171.
- [91] Фолић, Р., Алендар, В., Поповић, Б.: Посебна правила за бетонске зграде, материјали, критеријуми за пројектовање, конструкције, одредбе за греде и стубове, Друго југословенско саветовање Еврокодovi и југословенско конструкторство, Генерална излагања ЕС1 - ЕС8, *Грађевински факултет, Универзитет у Београду*, Београд, стр. 141-171, 1997.
- [92] Хаџи-Мусић, Е.: Асеизмичке конструкције у високоградњи, *Свјетлост*, Сарајево, 1985.

- [93] Hu, H. T., Schnobrich, W. C.: Nonlinear Analysis of Cracked Reinforced Concrete, *ACI Structural Journal*, V. 87, No. 2, pp. 199 - 207, March - April 1990.
- [94] Chan, C.M., Mickleborough, N.C., Ning, F.: Analysis of cracking effects on tall reinforced concrete buildings, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 126(9), pp. 995 - 1003, 2000.
- [95] Calvi, G. M., Magenes, G., Pampanin, S.: Experimental Test on a Three Storey R.C. Frame Designed for Gravity Only, 12th European Conference on Earthquake Engineering, *Elsevier Science Ltd.*, London, 2002.
- [96] Чаушевић, М, Здравковић, С: Прорачун сеизмичких сила за објекте ниже спратности типа ван категорије према југословенским прописима применом спектралне теорије, *Наше грађевинарство* 41(1987) 12, стр. 1151 - 1154, 1987.